

보조 슬롯법에 의한 D.C Brushless Motor의 토크특성 개선에 관한 연구

임 달 호 김 생 수 손 영 규  
( 한 양 대 학 교 )

A Study on the Improvement of Torque Characteristics of D.C Brushless Motor by Auxiliary Slot Method

Dal- Ho Im, Saeng-Su Kim, Yung-Kyu Son  
( Han-Yang Univ. )

Abstract

In all sorts of primary factor which produce torque ripple of d.c brushless motor cogging torque which is generated from relation between permanent magnet rotor and salient pole cannot controled by external control system. So in this paper cogging torque is analysed by simple method in which slot fluctuion is introduced. And for reducing counterplan of cogging torque d.c brushless motor which plot auxiliary slot by inequality interval is proposed. Thus the quantitative torque characteristics of new motor which designed by this method is analysed by F.E.M and validity of this new design is proved.

1장. 서론

근래 각종 산업기기 및 자동화기에 사용되는 직류서보전동기로서 D.C brushless motor가 널리 사용되고 있다. 이는 D.C brushless motor가 종래의 직류전동기와 마찬가지로 응답특성이나 제어특성이 좋을 뿐만 아니라 brush의 잡음이 없고 신뢰성이 높으며 수명이 길다는 장점이 있기 때문이다. 이들 기기들의 분야에 사용되고 있는 D.C brushless motor는 정속운전 및 정밀한 위치제어를 위해서는 torque변동이 극히 적어야 한다. 그러므로 본 논문에서는 D.C brushless motor의 torque ripple을 발생시키는 여러가지 요인중 motor의 영구자석회전자와 돌극 자극사이의 관계에서 발생하는 cogging torque에 대해 보다 알기 쉬운 해석법을 도입하여 그 저감방법의 대책으로 부등간격 slot 배치법을 제안하였다. 이러한 설계과정을 거쳐 유효요소를 이용 cogging torque의 정량적인 파악을 통하여 그 설계의 타당성을 규명하는 데 목적을 두었다. 특히 유효요소법에 의해서 해석하는 경우 본 모델에서는 다른 모터에 없는 영구자석부분을 고려해주어야 한다. 영구자석을 해석하는 방법으로 그동안 많은 논문이나와 있으나 대부분이 스칼라포텐셜을 이용한 방법이었고 벡터포텐셜을 이용한 경우도 불균일한 형상을 가진 영구자석을 직각형으로 잘라 근사적으로 해석하는 방법이었다. 본 논문에서는 벡터포텐셜을 이용해서 임의의 각자극선과 임의의 모양의 영구자석을 해석할 수 새로운 알고리즘을 이용하여 D.C brushless motor를 해석하였다.

2장. 코깬토크의 해석 및 그 저감방법

코깬토크는 마그네트와 전기자철심 사이에 공극에 축적된 자기 에너지가 마그네트와 전기자철심의 상대 위치의 변동에 따라 변화하므로 코일 전기자 전류가 Zero인 경우에도 마그네트와 전기자 철심사이에서 축적된 전자에너지에 의해 발생하는 반작용 맥동분에 해당한다. 즉 자기에너지가 기계에너지로 변환될 때 전

공극에 축적된 자기에너지가 최소로 되는 방향으로 토크가 발생한다. 이러한 코깬토크를 식으로 나타내면 자기에너지  $E(\theta)$ 와 코깬토크  $T_c(\theta)$  사이에는 다음 식이 성립된다.

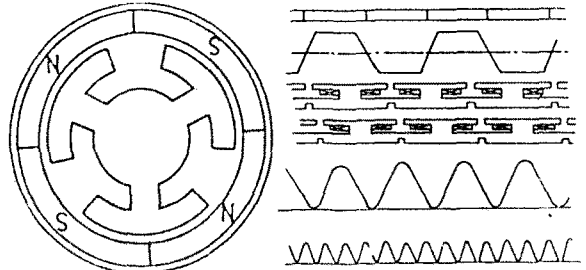
$$T_c = - \frac{\partial E(\theta)}{\partial \theta} \quad (2-1)$$

2-1. slot 함수를 이용한 cogging torque 해석법

해석모델로 그림(2-1)과 같은 brushless motor를 선택하여 주 방향으로 전개 하면 그림(2-2)과 같이 된다. 철심내부와 마그네트내부의 에너지를 무시하면 공극의 에너지  $E_g(\theta, \beta)$ 는 전기자 위치에 의해 변화하여 다음(2-2)식과 같은 코깬토크식을 얻을 수 있다.

$$T_c(\theta) = -K \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{P\pi} E_g(\theta, \beta) d\beta \quad (2-2)$$

여기서 K: 정수 P:극수  $\theta$ :회전자와 고정자의 상대각  $\beta$ : 에너지를 계산하기 위한 각도



그림(2-1) 적용 모델 그림(2-2): 주 방향 전개모델

이상의 식에서 공극내의 에너지  $E_g(\beta)$ 의 적분은 각도  $\theta$ 에 따라 변화를 발생시키는 요인은 권선슬롯에 있다. 따라서 슬롯에 의한 영향을 고려하기 위하여 슬롯구간에서만 단위값을 갖는 슬롯함수를 정의한다 즉 1은 slot의 함수는

$$U(\beta) = \begin{cases} 0 & \beta < -W/2r, \beta > W/2r \\ 1 & -W/2r < \beta < W/2r \end{cases} \quad (2-3)$$

전체 slot 의 slot 함수

$$U(\theta, \beta) = U(\beta - \theta - \alpha_i) \quad (2-4)$$

여기서 m:slot 수  $\alpha_i$ : i번째 slot 의 위치 W:slot 폭 r: 반경

해석모델을 2차원적으로 해석하기 위해 다음과 같이 가정한다.

- (1) 전류는 Z축방향만 존재하며 따라서 벡터포텐셜 A도 Z축 성분만 존재한다.
  - (2) 권선 전류밀도는 직류로서 요소내에서 일정하다.
  - (3) 철심과 영구자석의 매질은 균질이다.
  - (4) 철손은 무시한다.
- 이상과 같은 가정하에서 영구자석의 갑자곡선은 그림(3-1)과 같은 일반적인 갑자곡선을 갖는다고하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\nabla(B) B = (H + H_c) \quad (3-1)$$

여기서 자기저항은 B의 등방성 비선형함수이고 H는 보자력이다. 그리고 자성체중의 자속밀도는 다음식으로 된다.

$$\nabla(B) B = H \quad (3-2)$$

식(3-1)에서 암페어법칙을 적용하면

$$\nabla \times (\nabla(B) B) = J_o + \nabla \times H_c \quad (3-3)$$

식(3-3)에서 영구자석의 등가자화전류는

$$J_{pm} = \nabla \times H_c \quad (3-4)$$

라고 할 수 있다. 결국 지배방정식은

$$\nabla(B) \left[ \frac{\partial^2 A}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial Y^2} \right] = J_o + J_{pm} \quad (3-5)$$

이다.

일반자성체의 경우  $J_{pm}=0$  이므로 식(3-5)는 일반자성체와 영구자석이 혼합된 영역의 지배방정식을 알 수 있다. 비선형 자기저항  $\nabla(B)$ 는 철심부분에서

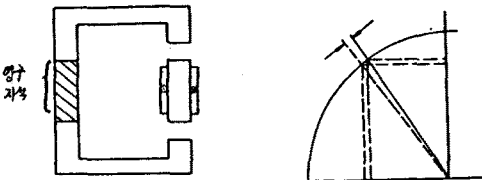
$$\nabla(B) = \frac{H}{B} \quad (3-6)$$

영구자석 부분에서는

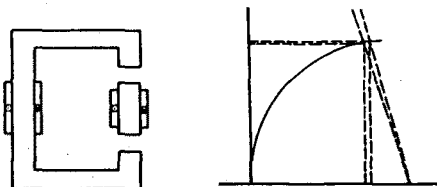
$$\nabla(B) = \frac{(H + H_c)}{B} \quad (3-7)$$

이다.

즉 영구자석에서는 그림(3-1)의 B-H곡선을 원점으로 이동시킨 그림(3-2)같이 된다



그림(3-1) 해석모델과 일반적인 자화곡선의 예



그림(3-2) 자화전류를 이용한 모델 및 자화곡선

### 3-2. 영구자석의 등가자화전류에 대한 고찰.

전류밀도  $J_{pm}$ 은 보자력  $H_c$ 와 영구자석의 모양에 따라 변한다. 여기서 영구자석은 z축방향에 대해서 무한히 길고 x, y 평면에 균일하게 여자되었다고 하자. 그림(3-3)과 같이 y축으로 여자된 직각형영구자석의 경우

$$H_c = H_c U_y \quad (3-8)$$

이고 식(3-3)로부터

$$J_{pm} = -U_z \frac{\partial H_c}{\partial X} \quad (3-9)$$

이다.

식(3-9)을 근사화시키면

$$J_{pm} = \partial H_c / \partial X = \Delta H_{pm} / \Delta X \quad (3-10)$$

여기서  $H_{pm}$ 은 마그네트 내부에서는  $H_c$ 이고 외부에서는 zero인 step function 이고 X는 굉장히 작지만 zero는 아니다.

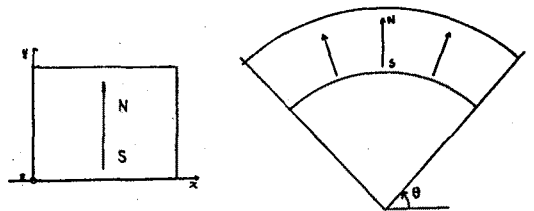
$$I = J_{pm} (\Delta X) l_{pm} = H_{c,pm} l_{pm} \quad (3-11)$$

그림(3-4)는 다른모양의 마그네트를 보여주고 있다. 여기서 마그네트는 축방향으로 여자되어 있다고 가정하고 식(3-4)를 원통좌표계로 나타내면

$$J_{pm}(r) = (1/r) \Delta H_c / (\Delta \theta) \quad (3-12)$$

$$J_{pm}(r) = \left[ \frac{(1/r)I}{(r_2 - r_1) \Delta \theta} \right] \quad (3-13)$$

이다.



그림(3-3) : 직각형 영구자석 그림(3-4) : 축방향으로 여자된 영구자석

### 3-3. 유한요소법의 적용

식(3-5)의 지배방정식에 유한요소법을 적용하기 위해서 해석영역에 관한 에너지범함수  $\chi$ 를 정의하고 해석영역을 1차 삼각요소로 분할한다. 또한 벡터포텐셜 A를 요소의 절점치로 보간하여 절점에 대한 에너지 범함수의 최소화정리를 이용함으로써 각 절점에 대한 해를 구할 수 있다. 여기서  $N_i$ 는 보간함수이며 에너지범함수  $\chi$ 는 식(3-17)와 같이, 각 요소의 에너지범함수  $\chi^e$ 를 더한 것과 같다. 식(3-16)를 정리하면 식(3-18)과 같다. 식(3-16)을 정리함으로써 각 절점에서의 벡터포텐셜의 해를 구할 수 있다.

$$\chi = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \nabla b \cdot \nabla b - J A \right) d\Omega \quad (3-14) \quad A^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e(X, Y) A_i^e \quad (3-15)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial A_i} = \sum_{n=1}^{n_i} \frac{\partial \chi^e}{\partial A_i} = 0 \quad (3-16)$$

$$\chi = \sum_{e=1}^{n_i} \chi^e \quad (3-17) \quad [K] \{A\} + \{F_o\} + \{F_{pm}\} = 0 \quad (3-18)$$

$n_i$  : 총요소수

이다. 여기서 K는 계수 Matrix 이고  $F_o$ ,  $F_{pm}$ 은 구동 Matrix 이다.

또한 공극내의 자속분포는 일반적으로 다음 식이 된다

$$B_g(\theta, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \sin(n\beta) \quad (2-5)$$

$B_g$  : 공극의 자속밀도     $B_n$  : 자속밀도의 고조파분

여기서 슬롯의 존재에 의해 그 슬롯내의 자속밀도가 zero가 된다고 가정하면 슬롯의 영향이 포함된 공극의 자속밀도 분포  $B_g(\theta, \beta)$ 는 슬롯함수와 (2-4) 식을 사용하여 다음식이 된다.

$$B_g(\theta, \beta) = B_g(\beta) \{1 - U(\theta, \beta)\} \quad (2-6)$$

또한  $B_g(\beta)^2 / \mu_0$ 로 에너지함수  $E_g(\theta, \beta)$ 를 정의하면

$$E_g(\theta, \beta) = B_g(\theta, \beta)^2 / \mu_0 = B_g(\beta)^2 \{1 - U(\theta, \beta)\} / \mu_0 \quad (2-7)$$

(2-7)식을 (2-2)식에 대입하면

$$T_c = -K \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{P\pi} B(\beta)^2 \{1 - U(\theta, \beta)\} / \mu_0 d\beta \quad (2-8)$$

(2-8) 식의 제 1항은 회전각  $\theta$ 의 함수가 되지 않으므로 코깁토우르에는 관계가 없다. 따라서

$$T_c = K \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{P\pi} B(\beta)^2 U(\theta, \beta) / \mu_0 d\beta$$

$$= K \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{P\pi} \sum_{n=0}^{\infty} E_n(\beta) \sum_{i=1}^m U(\beta - \theta - \alpha_i)$$

$$T_c = K \frac{\partial}{\partial \theta} W \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^m E_n(\theta + \alpha_i) \right) \quad (2-9)$$

여기서  $W$ : 슬롯폭

위의 식에서 임의의 슬롯배치에 의한  $n$ 차의(자극에 대한 배수를 보임) 코깁토우르의 존재여부의 시산은  $E_n(\theta + \beta) = \text{const.}$  인가를 계산하면 알 수 있다. 본 해석모델에서는 슬롯이 전기각으로  $4/3\pi$ 씩 간격을 두고 배치되어 있다. 이런 슬롯 배치에서 에너지함수의 기본파  $E$ 에 대해 다음 식이 성립한다. 단 직류분은 코깁토우르에 영향을 주지 않으므로 생략한다.

$$E_1 \cos 2(\theta) + E_1 \cos 2(\theta + 4/3\pi) + E_1 \cos 2(\theta + 8/3\pi) = 0 \quad (2-10)$$

여기서  $E_1$ : 에너지함수의 기본파 최대치

또한 제 2조파 성분에 대해서 전개 하면

$$E_2 \cos 4(\theta) + E_2 \cos 4(\theta + 4/3\pi) + E_2 \cos 4(\theta + 8/3\pi) = 0 \quad (2-11)$$

여기서  $E_2$ : 에너지함수의 제 2조파 최대치  
제 3조파 성분에 대해서는

$$E_3 \cos 6(\theta) + E_3 \cos 6(\theta + 4/3\pi) + E_3 \cos 6(\theta + 8/3\pi) = 3E_3 \cos 6(\theta) \quad (2-12)$$

여기서  $E_3$ : 에너지함수의 제 3조파 최대치가 되고 회전각도의 함수가 되어 코깁토우르가 발생한다. 또 보다 높은 고조파에 대해서는 제  $3n$  ( $n$ : 정수) 조파분이 남고 다른 고조파 결국 제  $(3n+1)$  조파 성분에 대해서는 식 (2-10), 식 (2-11)과 같은 모양이 되어 발생하지 않는다.

2-2. 부등간격 slot 배치법에 의한 저감법

본 방법의 적용모델로서 그림 (2-3) 과 같은 6 돌극 8 마그네트 D.C 브러시리스 모터를 택하였다. 본 모델을 회전방향으로 전개시켜보면 그림 (2-4)과 같이 된다.

그림 (2-4)에서 권선슬롯은 전기각으로  $4/3\pi$ 씩  $a_1, a_1, a_1$  (A그룹),  $b_1, b_1, b_1$  (B그룹) 으로 구성된다 이와 같은 슬롯 배치를 A 그룹과 더불어 B 그룹 각각에 대해 < 2-1절. > 에서 기술한 이론에 따라 제 3조파 이외의 코깁토우르는 발생하지 않는다.

2-2-1. 제 3조파 성분의 제거법

여기서 제 3n 조파 성분중 특히 저차의 고조파인 제 3조파에 대해 앞에서 서술한 A 그룹과 B 그룹의 슬롯에 대해  $4/3\pi$ 씩 위상차를 갖고 또 3조파 성분의 역상이 되는 위상에 보조 슬롯  $a_{11}, a_{12}, a_{13}$  (A'그룹) 과  $b_{11}, b_{12}, b_{13}$  (B'그룹)을 설치하면 나타나지 않는다. 즉 A군에 대해서는

$$KE \cos 6\theta + KE \cos 6(\theta + 1/6\pi) = 0 \quad (2-13)$$

B, B' 그룹에 대해서도 같은 모양의 (2-13) 식이 성립되어 제 3조파성분의 코깁 토우르는 상쇄되어 발생하지 않는다. 이상과 같이 9, 15, 21, ..... 차의 각조파 성분 즉  $3n$ ( $n$ :기수)조파에 대해서도 A 그룹과 A' 그룹 B 그룹과 B' 그룹의 슬롯위치는 역상이 되어 코깁토우르는 발생하지 않는다.

2-2-2. 제 6조파 성분의 제거법

3 조파 성분 다음에 큰 코깁토우르를 발생하는 조파는 제 6조파성분이다. 제 6조파성분에 대해서는 그림 (2-5)에 보임과 같이 권선슬롯 A 그룹, 보조슬롯 A' 그룹과 권선슬롯 B 그룹, 보조슬롯 B' 그룹의 간격을 제 6조파 성분에 대해 역상 결국  $\pi/12$  간격만 이동 시킴에 따라 제거된다.

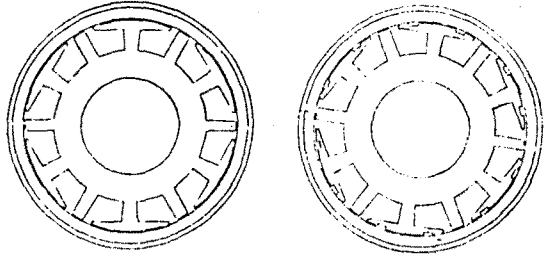


그림 (2-3) : 적용모델    그림 (2-6) 개량 모델

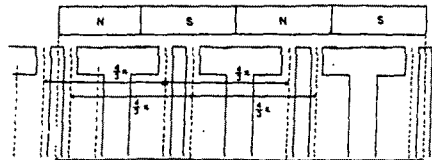


그림 (2-4) : 주 방향 전개모델

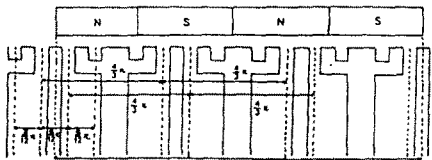


그림 (2-5) : 부등간격 슬롯배치에 의한 주 방향전개모델

3장. 유한요소법에 의한 특성해석

본 장에서는 코깁토우르와 토우르리플의 정량적인 파악을 위해서 유한요소법을 이용한 전자기해석방법을 도입한다.

3-1. 지배방정식의 유도

- 3-4. 코깅토오크 계산  
 이하의 수순에 의해 코깅토오크를 산출한다.  
 1) 3-3절에 보인 유한요소법에 의해 각 요소의 자속밀도를 계산한다.  
 2) 계산영역내의 자계에너지— $W_c$  (공극부, 영구자석부 철심부포함)을 산출한다.  
 3) 이하의 코깅토오크식에 의해 평균 코깅 토오크를 산출한다

$$T_c = K L N \frac{W_c(2) - W_c(1)}{\theta}$$

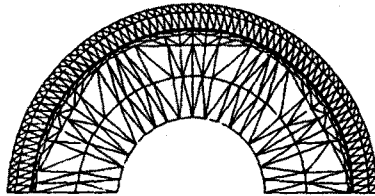
여기서

K : 단위환산 계수 L : 축길이 N : 계산영역의 반복수

$W_c(1), W_c(2)$  : 계산영역의 전에너지

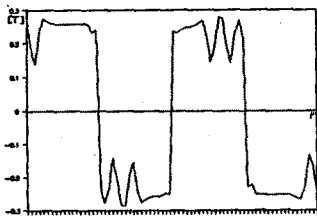
4장. 계산결과  
 본 장에서는 2-2 절에서 일어난 신모델과 구모델에 관해서 계산결과에 대하여 고찰해 본다.

4-1. 유한요소법의 적용  
 구 모델과 신 모델을 유한요소법에 의해 해석하기 위해서 그림(4-1)과같이 요소분할하였다.

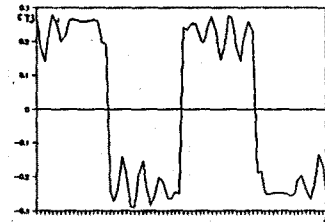


그림(4-1) 요소분할도

구 모델과 신 모델의 각각의공극자속밀도는 다음과 같다.

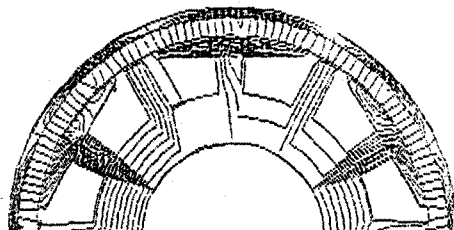


그림(4-2) 구 모델 공극자속밀도

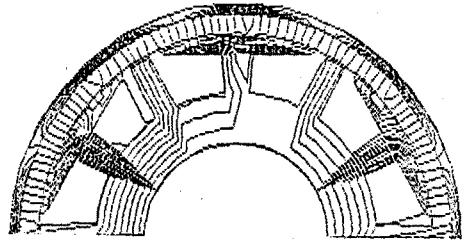


그림(4-3) 신 모델 공극자속밀도

각각의 자속분포는 다음과 같다

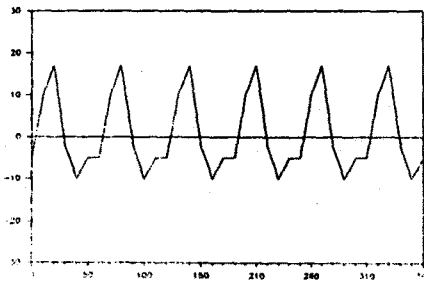


그림(4-4) 구 모델 자속분포도



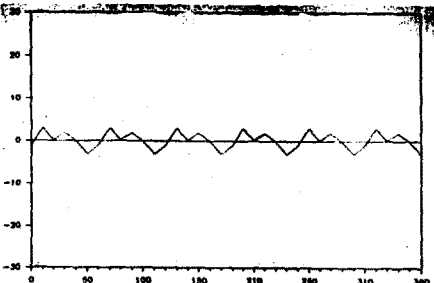
그림(4-5) 신 모델 자속분포도

각각의 코깅토오크파형은 다음과 같다



그림(4-6) 구 모델 코깅토오크 파형

(전기각)



그림(4-7) 신 모델 코깅 토오크파형

(전기각)

### 5장. 결 론

본 연구에서는 정밀을 요하는 D.C Brushless motor에서 제어하는 데 어려움이 있는 코깅토오크에 대하여 슬롯 함수를 도입하여 해석하였다. 또한 정량적인 파악을 위하여 유한요소법에 의한 자계해석법을 이용하였다. 그리하여 코깅토오크의 발생차수에 대한 슬롯배치영향을 고려하여 보조슬롯을 부동간격으로 배치한 새로운 모터를 설계하여 종래의 모터와 비교해 본 결과 토오크특성이 개선됨을 확인하였다. 앞으로 유한요소법을 이용하여 최적 돌극형상 및 최적 슬롯형상에 관한 연구를 진행한다면 더욱 양호한 모터의 설계가 가능하리라고 기대된다.

### 참고 문헌

1. 土手廣彦, 木下 斌, "ブラシレスサーボモータの基礎と応用", 磁気電子社, 1984
2. 大川光志, "永久磁石磁気回路の設計 特殊計算法", 磁気電子社, 1987
3. Takashi Kenjo., "Permanent magnet and brushless d.c motors," Sogo Electronics Publishing company, Tokyo
4. F.A. Fouad, T.W. Nehl, N.A. demerdash, "Permanent magnet modeling for use in vector potential finit element analysis in electrical machinery" IEEE, trans. Vol. MAG-17, No 6, 1981.
5. K. Reichert, H. Freundl, W. Vogt, "The caculation of foces and torques within numerical magnet field caculation method COMPUMAG. March 1976, PP64-73