

°윤 중 석  
서울대학교

원 중 수  
서울대학교

Design of the Gyroscope Torquer using Finite Element Method

Yoon Joong-seock  
S.N.U.

Won Jong-Su  
S.N.U.

Abstract

Gyroscope is a key sensor for inertial navigation system (INS) which is a navigational instrument necessary to guide and control a free vehicle, and an important instrument for defense, aeronautical, and space industries that is and will be actively involved.

In this study, design parameters, scale factor and linearity, of torquer which is one of the components of two degree of freedom dynamically tuned gyroscope (DTG) are presented. The magnetic circuit of torquer is so complicated that it is difficult to analyze it with analytic method. Thus these parameters are calculated by using finite element method with analysis of magnetic vector potential for axisymmetric 3-dimension magnetic field.

1. 서론

자유공간을 움직이는 항체에 있어서 위치, 속도, 자세에 대한 정보는 항체의 유도 및 제어를 위하여 필요한 기본적인 정보량이다. 관성항법장치(Inertial Navigation System : INS)는 이들 정보를 외부와의 교신없이 연속적으로 제공하는 장치로서 인공위성, 항공기, 잠수함, 미사일 등에 진요하게 사용되고 있다.

INS는 2차대전 말기부터 연구가 시작되어 전후 미국과 유럽 등지에서 급속도로 개발되었으며, 주로 군사적 용도로 연구 개발되었기 때문에 국가간의 기술이전이 거의 없는 실정이다. 이제 비군사용으로도 쓰이기 시작하여 인공위성, 여객기 등에 사용되고 있으며 우리나라에서도 앞으로 방위산업 또는 우주항공기술을 위해서는 INS에 대한 연구개발이 절실히 요구된다.

자이로스코프는 회전체의 관성을 이용하여 각변위량을 검출하는 관성측정장치이다. 따라서 INS의 가장 중요한 부분품 중의 하나이다. 현재 사용되고 있는 자이로스코프중 동조자이로스코프(Dynamically Tuned Gyroscope : DTG)는 다른 자이로스코프와 비교하여 아직 정밀도는 떨어지지만 가격이 싸고 부피가 작으며 기계적으로 간단하고(반면 전기적으로는 다소 복잡함) 특히 동작범위가 넓어 초정밀을 요구하지 않는 관성항법장치에 더욱 많이 채택될 전망이다. 동조자이로스코프는 회전관성을

지니는 회전자, 회전자를 회전시키는 Spin Motor, 회전자가 공간에서 자유롭게 움직일 수 있게 해주는 Gimbal과 Flexure, 회전자가 Motor 축에 대해 기울어진 각도를 검출하는 각검출기, 각검출기에서 발생하는 신호에 의해 회전자에 재평형 Torque를 발생시키는 Torquer 등으로 구성된다.

본 연구에서는 항체의 회전각변위를 측정하는 2자유도 동조자이로스코프를 대상으로 자이로스코프의 구성요소중 Torquer 부분에 대해 유한요소법을 이용하여 자기회로를 해석하여 Scale Factor, Linearity 등을 계산하고, 영구자석의 최적위치중에 대해 고찰하여 설계방법을 제시하였다.

2. Torquer

2-1. Torquer의 구조 및 원리

그림 1은 2자유도 동조자이로스코프의 Torquer 부분의 구조를 나타낸 것으로, 회전자 내벽에 영구자석이 아래 위에 두 조가 극성이 반대로 부착되어 있고, 코일이 영구자석과 회전자의 벽 사이에 공극을 두고 코일받침대에 장치되어 있다.

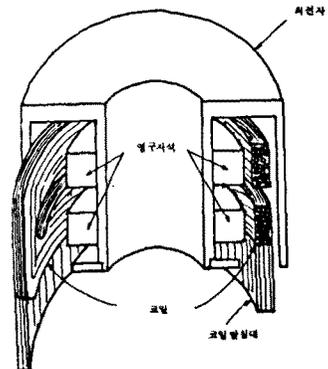


그림 1 토커의 구조

그림 2 는 자이로스코프의 원리를 보인 것으로 회전하는 물체는 공간에서 그 회전축을 유지하려는 회전관성모멘트를 갖는다. 그리고 회전각속도를 Spin Vector 로 나타내며 방향은 오른나사법칙에 따라 z-축 방향이 된다.

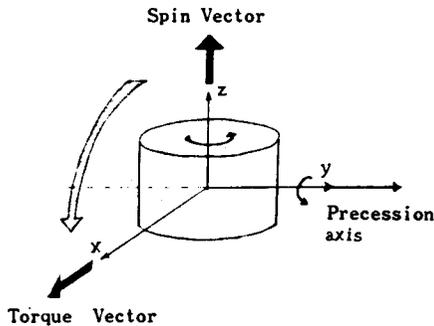


그림 2 자이로스코프의 원리

이때 x-축 방향으로 Torque Vector 가 생기면 회전자는 x-축을 중심으로 회전하지 않고 y-축을 중심으로 Spin Vector 에서 Torquer Vector 를 향하는 방향으로 회전하게 된다.

이 회전을 Precession 이라 하고, 이때의 회전각속도를 Precession Rate 라 한다. 역으로 외부 회전각변위  $\omega_p$  가 y-축에 발생한 경우에, x-축 방향의 Torque Vector 가 작용한다.

이러한 운동을 나타낸 것이 Law of Gyroscopics 이며 그림 3 과 같은 오른손법칙을 따른다.

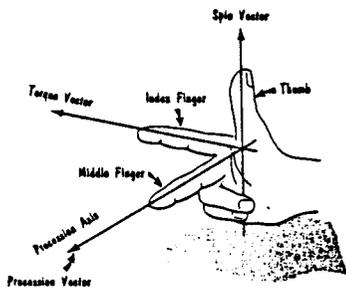


그림 3 오른손법칙

Law of Gyroscopics

$$T_{zxi} = J_s \omega_s \omega_p \quad (1)$$

여기서  $J_s$  는 Inertia,  $\omega_s$  는 회전각속도,  $\omega_p$  는 Precession Rate 이다.

$$T_{zxi} = H \omega_p \quad (2)$$

여기서  $H = J_s \omega_s$  ; Angular Momentum  $(3)$

2-2. 토크상수  $K_T$

항체의 회전에로 자이로스코프의 외부에서 각속도의 변화가 생겨 회전자에 외부 토크  $T_{zxi}$  가 가해졌을 때, Torquer는 전류를 흘려 이 토크를 상쇄시키는 방향으로 같은 크기의 토크를 발생한다.

외부 입력 토크는 다음 식과 같다.

$$T_{zxi} = H \omega_p \quad (4)$$

이를 상쇄하는 Torquer의 발생 토크는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$T = K_T I \quad (5)$$

따라서 이 두 토크는 크기가 같고 방향은 반대이다.

$$K_T I = H \omega_p \quad (6)$$

여기서 외부 입력 각속도 변화량  $\omega_p$  와 Torquer의 입력 전류  $I$  와의 비를 Scale-Factor 라 하고, 다음 식으로 나타낸다.

$$SF = \frac{\omega_p}{I} = \frac{K_T}{H} \quad (7)$$

따라서 Torquer 의 설계시 Scale Factor 의 정확한 값을 아는 것이 중요하다.

여기서  $H$  는 Spin Motor 의 속도와 회전자의 속방향 관성모멘트의 곱으로 일정한 값이 된다. 따라서 토크상수  $K_T$  의 정확한 값을 산출하는 것이 문제가 된다.

영구자석에 의한 자속밀도  $B$  가 있는 공간에 전류  $I$  가 흐르는 도체가 놓여있고, 그 길이가  $l$  이고 횡수가  $N$  이면 그 도체에는 다음 식과 같은 힘  $F$  가 작용한다.

$$\vec{F} = N I \vec{l} \times \vec{B} \quad (8)$$

이때 Flexure 로 부터 도체까지의 길이를  $R$  이라면 이 도체에 다음 식과 같은 토크  $T$  가 발생한다.

$$\vec{T} = \vec{R} \times \vec{F} = \vec{R} \times (N I \vec{l} \times \vec{B}) \quad (9)$$

이 도체가 코일받침대에 고정되므로 같은 양의 토크를 반대방향으로 회전자가 받게된다.

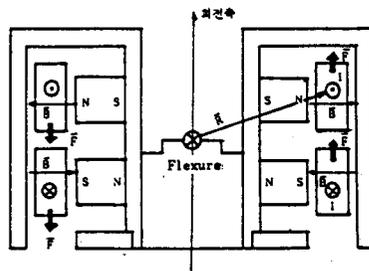


그림 4 토크의 발생원리

그림 4 에서 자속밀도, 도체의 길이, Flexure 로부터 도체까지의 길이를 각각 다음 식과 같이 생각할 수 있다.

$$\vec{B} = B_r \vec{r} + B_z \vec{z} \quad (10)$$

$$\vec{T} = l \vec{l} \quad (11)$$

$$\vec{R} = r \vec{r} + z \vec{z} \quad (12)$$

따라서 Torquer 의 발생 토크는 다음 식이 된다.

$$\vec{T} = N I l ( B_r r + B_z z ) \vec{\theta} \quad (13)$$

여기서 자속밀도 B 의 값은 자기회로가 복잡하여 해석적으로 구하기가 곤란하므로 유한요소법을 이용하여 구한다. 즉, Torquer 의 자기회로를 미소영역으로 나누어 각 요소의 자속밀도를 계산한다. 계산된 미소영역의 자속밀도를 전류가 흐르는 요소에서의 토크상수  $K_{Ti}$  를 구한다. 토크상수  $K_T$  는 각 요소에서의 토크상수  $K_{Ti}$  의 합으로 구할 수 있다.

$$K_T = \sum K_{Ti} \\ = \sum ( N_i l_i ( B_{ri} r_i + B_{zi} z_i ) ) \quad (14)$$

### 3. 유한요소법에 의한 자속밀도 계산

#### 3-1. 해석 모델

Torquer 의 자속분포특성을 극대칭 3차원 정자계로 해석하기 위해 다음과 같은 가정을 두었다.

- 1) 입력전류밀도는  $\theta$  방향 성분만을 가진다.
- 2) 도체는 연속된 단면적을 가지며 전류밀도는 일정하다.
- 3) 철심에서의 히스테리시스손실은 무시한다.
- 4) 부자율은 등방성이다.
- 5) 자계는 준정상상태로서 변위전류는 없는 것으로 한다.

위의 가정을 근거로 하여 Torquer 를 모델화 하면 다음과 같다.

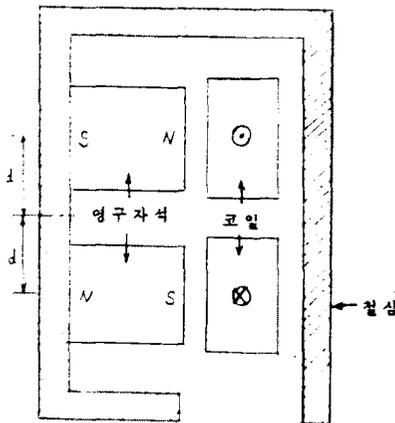


그림 5 토커의 모델

#### 3-2. 기본방정식

영구자석을 1차 삼각형요소로 분할하고, 각 부분의 자화 M 의 본포에 상당하는 등가자화전류가 각 요소의 변에 존재한다고 가정하여, 영구자석의 자기특성을 자화 M 으로 표현한다. 기타 자성체의 자기특성은 투자율  $\mu$  로 표현한다.

영구자석 중의 자속밀도 B 는 자계의 세기를 H 라 하면 다음 식으로 표현된다.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{M} \quad (15)$$

그리고 기타 자성체 중의 자속밀도는 다음 식으로 된다.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (16)$$

변위전류가 무시되는 준정상상태에서 만족하는 기본전자방정식을 유도하기 위해 다음과 같은 방정식을 인용한다.

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (17)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (18)$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (19)$$

식15 을 식17 에 대입하면

$$\text{rot } \frac{1}{\mu} (\vec{B} - \vec{M}) = \vec{J} \quad (20)$$

이 되고, 식19 를 식20 에 대입하고, 진공 중의 자기저항을  $\nu$  로 사용하여 변형시키면

$$\text{rot } \nu \cdot (\text{rot } \vec{A} - \vec{M}) - \vec{J} = 0 \quad (21)$$

$$\nu \cdot \text{rot } \text{rot } \vec{A} = \vec{J} + \nu \cdot \text{rot } \vec{M} \quad (22)$$

이 식의 우변의 제 2 항은 자화에 의하여 생기는 항이며, 전류와 동일한 역할을 한다. 이러한 이유에서 이것을 등가자화전류밀도라 부르며, 이를  $\vec{J}_m$  이라 표현할 때

$$\vec{J}_m = \nu \cdot \text{rot } \vec{M} \quad (23)$$

이다. 따라서 식22 은

$$\nu \cdot \text{rot } \text{rot } \vec{A} - \vec{J} - \vec{J}_m = 0 \quad (24)$$

의 기본방정식이 된다.

#### 3-3. 극대칭 3차원 정자계의 Magnetic Vector Potential 의 해석

극대칭 3차원 장으로 해석하기 위해, 전류가  $\theta$  방향성분만 존재하고, 자화 M 이  $\theta$  방향의 성분이 없고  $\theta$  방향에 대해 일정하다면 다음 식이 성립한다.

$$J_{\theta} = J_{z} = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial J_{\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad (26)$$

$$M_{\theta} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial \theta} = \frac{\partial M_{\theta}}{\partial \theta} = \frac{\partial M_z}{\partial \theta} = 0 \quad (28)$$

Magnetic Vector Potential A 의 방향은 전류가 흐르는 방향과 동일하므로, A 는  $\theta$  방향성분만 존재하고  $\theta$  방향에 대해 일정치가 된다.

$$A_r = A_z = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial A_{\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad (30)$$

따라서 식 19 에서 자속밀도는 다음 식과 같이 표시된다.

$$B_r = - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad (31)$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \quad (32)$$

식 25 ~ 식 30 을 식 24 에 대입하면  $\theta$  성분만이 남게되어, 축대칭 3차원 정자계의 Magnetic Vector Potential 에 의한 지배방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \\ & = - J_\theta - \nu \left( \frac{\partial M_r}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial r} \right) \quad (33) \end{aligned}$$

#### 4. 해석 결과 및 검토

식 33 에 의해 Vector Potential을 구하여, 식 31 , 32 에 의해 각 요소의 자속밀도를 구한다. 그림 6 및 그림 7 는 요소분할 및 자속분포를 나타낸 것이다. 식 14 에 의해 Kr를 계산하고 주어진 H 값을 이용하여 Scale Factor 를 구한다.

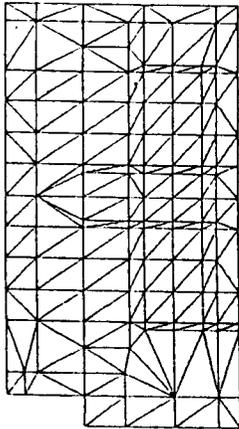


그림 6 요소분할 예

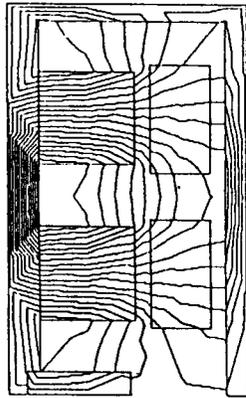


그림 7 자속분포

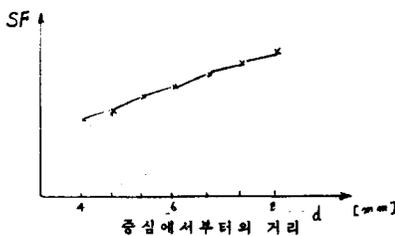


그림 8 SF 의 크기

같은 크기의 영구자석을 두 영구자석의 중심위치로부터 상하로 변화시키면서 Scale Factor 를 검토하면 그림 8 과 같은 곡선을 얻을 수 있다. 여기에서 중심위치에서 멀어질수록 SF 값이 커짐을 알수있다. 그러나 이는 철심의 포화현 무시한 경우이고, SF 가 클 경우 철심에서의 자속밀도가 커져 포화가 일어난다. 따라서 포화가 일어나지 않고 큰 SF 를 얻을 수 있는 위치를 선정한다.

#### 5. 결론

이상은 회전자와 크기가 주어졌을 때를 가정하여 구한 것으로 유한요소법을 이용하여 자이로스코프 토커의 설계에서 중요한 요소인 Scale Factor 를 계산하고 Linearity 를 검토하여 영구자석의 최적위치를 선정하였다.

영구자석은 고자속밀도와 큰 보자력의 재질이 요구되며 따라서 희토류자석이 적합하다.

이상의 토커 설계 Parameter 에 대한 연구는 토커의 설계에 국한되었지만 다른 부분품의 연구도 활발히 진행되어 각 부분품간의 긴밀한 협조로 자이로스코프의 국내제작이 기대된다.

#### 6. 참고문헌

- 1) Basics of Gyroscopes, vol 1, Applied Technologies Associates, INC.
- 2) Basics of Gyroscopes, vol 2, Applied Technologies Associates, INC.
- 3) P.P.Sylvester, Finite Elements for Electrical Engineers, Cambridge University Press, pp 759, 1983.
- 4) 中田高義, 高橋則雄, 電気工学の有限要素法, 森北出版株式会社, 1982.