

자산가격결정과

Stochastic Differential Equation

김 규형 (중앙대학교 사회과학대학)

지난 2,30년 동안 재무관리 이론은 괄목할만한 발전을 거듭하였다. 즉 제도적인 측면의 연구에서 벗어나 미시경제학적인 접근법을 이용하여 각종자산의 가격결정에 대한 연구가 매우 활발하였다. 이러한 발전중의 하나로서 Option Approach를 들 수 있는데 이는 Black and Scholes(1972)의 Stock Option 가격결정에 대한 선구자적 연구이후 많은 발전을 거듭하였다.

Black and Scholes는 그의 article에서 stock option의 경우에는 underlying stock과 그에 대한 option으로 riskless hedge portfolio를 구성하고 이로부터 stochastic partial differential equation을 유도해내고 이에 initial condition과 boundary condition을 부여하면서 stock option의 가격을 결정하였다.

그후 Cox-Ross(1976)는 stock의 log-normal transition density function을 갖는다는 가정하에 option의 exercise date에 갖는 가치에 착안하여 truncated mean을 구하고 이를 현가로 discount한 값이 바로 Black and Scholes의 stochastic differential equation에 의해서 구해진 Stock option의 가격이라는 것을 밝혔다.

위 가격결정모델의 초점은 어떤 자산에 대해서 option이 거래할때 이 option의 균형가격은 그 자산의 통계적특성에 의해서 유일하게 결정된다는 점이다.

지금까지 간략하게 설명한 option approach는 그 응용분야가 매우 넓어서 여러가지 형태의 자산가격결정에 응용할 수가 있다.

우리나라는 특히 해외에서 여러가지 형태의 자본조달을 많이 하는바 이는 물론 외화로 표시되고 거래되나 underlying cashflow는 기채국 통화이어서 이러한 종류의 자산의 균형가격결정에는 환율이 개입하게 된다. 그럼 과연 환율은 어떠한 형태로 이러한 외화표시자산의 가격에 영향을 미칠 것인가. 이에 대해서도 option approach를 응용할 수 있다.

즉 어떤 자산이든 international arbitrage에 의해서 국내가격과 국제가격이 동일하여야 한다는데서 출발하여 환율과 자산의 통계적 특성을 bivariate log-normal diffusion process를 따른다고 가정하자. 이때는 기저자산의 외화표시가격은 물론 환율에다 국내가격을 곱한 것이며 log-normal diffusion process를 따른다. 이 사실에 입각하여 Cox-Ross approach를 이용하면 외화표시자산의 균형가격결정식을 구해낼 수 있다.