

Remez-Exchange 알고리즘을 이용한 탄성표면파 대역통과 필터의 설계

황경태, 안재영, 황금찬
연세대학교 공과대학 전기공학과

A Design of Surface Acoustic Wave Band Pass Filter Using Remez-Exchange Algorithm

K.T.Hwang, J.Y.Ahn, K.C.Whang,
Dept. of Electrical Eng., Yonsei Univ.

ABSTRACT-- In this paper a design method of SAW wide bandpass filter using Remez-exchange algorithm and a cosine function with order of M is described. Experimental results have shown good agreement with theoretical value except passband ripple and sidelobe. This filter has 50MHz center frequency.

1. 서론

Finite impulse response (FIR) digital 필터 기술을 원하는 특성을 갖는 탄성표면파 필터의 설계에 적용할 수 있는데 이는 탄성표면파 필터를 transversal filter 이론으로 설명할 수 있기 때문이다. FIR 필터를 설계하는 데는 windowing 방법과 frequency sampling 방법 뿐만 아니라 Chebyshev 근사 방법 등이 있다. 위의 최적 설계 방법 중에서 weighted Chebyshev FIR 필터를 설계하는데 잘 알려진 Remez-Exchange 알고리즘은 통과대역과 저지대역에서 equiripple 특성을 갖고 이 알고리즘은 저역 통과 필터, 대역 통과 필터 뿐만 아니라 미분기 및 hilbert 변환 필터를 설계하는데 많이 이용되고 있다.

본 논문에서는 이 알고리즘을 기초로 하여 equiripple error의 weighting 함수를 적절히 선택하고 통과 대역에서의 특성을 좋게 해주기 위하여 cosine의 M승 함수를 곱하여 저역 통과 필터를 설계한 후 이를 통과 대역 변환시켜 대역 통과 필터로 만든다. 이와 같은 이론을 응용하여 탄성표면파 대역 통과 필터를 설계하고자 한다.

2. Remez-exchange 알고리즘

선형 위상 필터의 주파수 응답은 식 (1)과 같으며

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega \frac{N-1}{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}L} \cdot H^*(e^{j\omega}) \quad \text{-----(1)}$$

필터의 impulse 응답이 대칭이며 이의 갯수가 홀수일때 주파수 응답은 식 (2)가 된다.

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega \frac{N-1}{2}} \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n) \quad \text{-----(2)}$$

여기서 $H^*(e^{j\omega})$ 는 고정된 주파수 함수인 $Q(\omega)$ 와 cosine의 합으로 나타내어지는 $P(\omega)$ 의 곱으로 나타낼 수 있는데 여기서 $Q(\omega)$ 의 값은 1이고 $P(\omega)$ 는 cosine의 합인 $\sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$ 이다.

최적의 선형 위상 FIR 필터의 설계 문제가 Chebyshev approximation 문제로 공식화 될수 있음을 보이기 위하여 $D(\omega)$ 를 필터의 원하는 주파수 응답, $W(\omega)$ 을 weighting 함수로 정의할 때 근사 오차 함수 $E(\omega)$ 는 식 (3)이 되며

$$E(\omega) = W(\omega) [D(\omega) - H^*(\omega)] \quad \text{-----(3)}$$

$D(\omega)$ 와 $W(\omega)$ 를 식(4)로 표시 된다면 식(3)은 식(5)와 같다.

$$\hat{D}(\omega) = \frac{D(\omega)}{Q(\omega)} \quad \text{-----(4)}$$

$$\hat{W}(\omega) = Q(\omega) \cdot W(\omega)$$

$$E(\omega) = \hat{W}(\omega) [\hat{D}(\omega) - P(\omega)Q(\omega)] \quad \text{-----(5)}$$

Chebyshev 근사 문제는 근사가 행하여지는 주파수 대역 내에서 $E(\omega)$ 의 절대치의 최댓값 최소화하는 계수의 집합 $a(n)$ 을 구하는 것이다. 이를 수학적으로 표시하면 식 (6)과 같다.

$$\|E(\omega)\| = \min_{\omega \in A} [\max |E(\omega)|] \quad \text{-----(6)}$$

Remez-Exchange 알고리즘으로 식(6)의 해를 구하여 equiripple 통과 대역과 equiripple 저지 대역을 갖는 FIR 필터를 구한다.

3. 필터의 통과 대역 특성을 향상시키는 이론

선형 위상 저역 통과 필터의 전달 함수 $G(\omega)$ 는 그림 1과 같다. 여기서

ω_p : 통과 대역 cut-off 주파수

ω_s : 저지 대역 cut-off 주파수

δ_1 : 통과 대역 최대 ripple

δ_2 : 저지 대역 최대 ripple

이다.

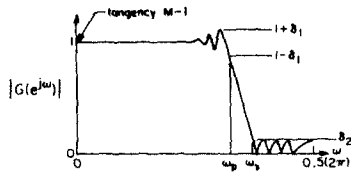


그림 1. 원하는 저역 통과 필터의 재원

그림 1. 에서 보는 바와 같이 Remez-Exchange 알고리즘에 의한 equiripple 설계보다 통과 대역에서의 특성을 좋게 해주기 위해서 그림 2. 에 있는 함수 $H_2(\omega)$ 를 사용한다. 여기서 $H_2(\omega)$ 는 식 (7) 과 같다.

$$H_2(\omega) = \cos^M\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad \text{-----(7)}$$

이는 $\omega = \pi$ 에서 M-1의 tangency 를 갖고 이때의 $H_2(\omega)$ 의 절댓치는 0 이다. $H_2(\omega)$ 를 사용함으로써 $G(\omega)$ 로 부터 변형된 보조 전달 함수 $H(\omega)$ 을 생각 할 수 있으며 이는 그림 2. 와 같은 특성을 갖는다.

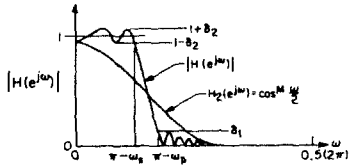


그림 2. 보조 전달 함수의 재원

$H(\omega)$ 는 식 (8) 과 같다.

$$H(\omega) = H_1(\omega) H_2(\omega) \quad \text{-----(8)}$$

Remez-Exchange 알고리즘으로 구해지는 전달함수 $H_1(\omega)$ 는 이 알고리즘의 입력 함수로서 원하는 주파수 응답 $D(\omega)$ 와 weighting 함수 $W(\omega)$ 를 갖고 이는 각각 식(9), (10) 으로 나타낼 수 있다.

$$D(\omega) = \begin{cases} \left| \frac{1}{H_2(\omega)} \right| & (0 \leq \omega \leq \pi - \omega_s) \\ 0 & (\pi - \omega_p \leq \omega \leq \pi) \end{cases} \quad \text{-----(9)}$$

$$W(\omega) = \begin{cases} |H_2(\omega)| & (0 \leq \omega \leq \pi - \omega_s) \\ \frac{\delta_1}{\delta_2} |H_2(\pi - \omega_p)| & (\pi - \omega_p \leq \omega \leq \pi) \end{cases} \quad \text{-----(10)}$$

식(10)은 전달함수 $H(\omega)$ 가 equiripple 대역통과 응답을 갖고 최대 저지대역 오차대 최대 통과대역 오차의 비율 $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ 가 되게끔 한다. 식(8) 에서 얻은 $H(\omega)$ 로 부터 전체 전달 함수 $G(\omega)$ 를 얻을 수 있다.

4. 저역 통과 필터의 설계

필터의 impulse 응답 개수 N 은 [5] 에 의해 식(11) 로 쓸 수 있다.

$$N_e = \frac{-10 \log \frac{\delta_1 \delta_2}{\delta_1 \delta_2} - 13}{14.6 \cdot \frac{2\pi}{\omega_s}} + 1 = N \quad \text{-----(11)}$$

($f = \frac{S}{2P}$)

만일 이렇게 설계된 필터가 오차의 허용 범위를 만족치 않을 경우 N 을 증가시켜 이 허용 오차를 줄일 수 있다. 본 연구에서는 필터의 설계에 이 알고리즘을 적용하기 위하여 표 1.의 수치를 사용하였으며 computer simulation 된 주파수 응답은 그림 (3) 과 같다. 이 주파수 응답은 0Hz 에서 0.5Hz 까지의 주파수 범위를 갖는다.

표 1. 저역 통과 필터의 매개 변수

통과 대역 cut-off 주파수 (ω_p)	0.1
저지 대역 cut-off 주파수 (ω_s)	0.14
M	8
임펄스 샘플의 개수	99
통과 대역 최대 ripple (δ_1)	0.016
저지 대역 최대 ripple (δ_2)	0.0032

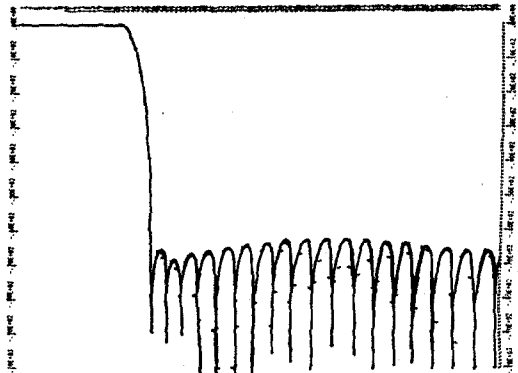


그림 3. 주파수 응답

5. SAW 필터의 실현

앞에서 설계된 저역통과 필터를 식(12) 를 사용하여 통과 대역 변환시켜 중심 주파수가 50MHz 인 대역통과 필터로 변환한다.

$$\hat{a}(n) = a(n) \cos n\omega_0 T \quad \text{-----(12)}$$

$$= a(n) \cos n\pi$$

본 논문에서는 SAW 대역 통과 필터를 설계하기 위하여 입력 IDT 를 비정규형으로 하고 출력 IDT 를 정규형으로 하는 형태(type-1) 와 입출력 IDT 모두를 비정규형(type-2) 으로 하는 두 가지 형태를 설계한다. 본 연구에서는 YZ-LiNbO₃ 압전기판을 사용하기 때문에 bulk mode 를 억제하기 위해 입력과 출력 IDT 사이에 MSC(Multi Strip Coupler) 를 설치한다.

(1) type-1

입력 IDT는 비정규형으로 하며 출력 IDT 는 광대역 주파수를 갖는 2 쌍 반의 정규형 IDT를 사용하였다. 3-dB 대역폭은 20.2MHz, null to null 대역폭은 27.6MHz 로 설계하였다.

(2) type-2

type 1.의 정규형 IDT 사용으로 인해서 생기는 insertion loss 를 줄이기 위해서 뿐만 아니라 대역 통과 필터를 광대역으로 설계하는데 정규형

IDT 가 제한 요인으로 작용하므로, 슬릿 IDT 또한 비정규형을 사용하였다. 이 형태의 경우 3-dB 대역폭은 21.2MHz, null to null 대역폭은 27.6 MHz 로 설계하였다.

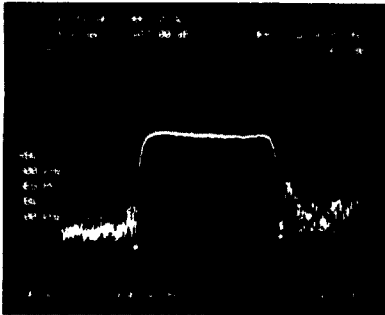
6. 결과 및 고찰

위와 같은 방법으로 제작된 판성표면파 대역통과 필터의 주파수 응답은 각각 그림 (4), 그림 (5) 과 같으며



Hor. 5MHz/div Ver. 10dB/div f = 50MHz

그림 4. type 1. 주파수 응답



Hor. 5MHz/div Ver. 10db/div f = 50MHz

그림 5. type 2. 주파수 응답

표 2. 과 표 3. 은 이론치와 실험치의 비교를 나타낸다.

표 2. type 1. 필터

	실험치	이론치
중심 주파수	50.0	50.0
3-dB 대역폭	20.35	20.2
null - null	25.65	27.6

표 3. type 2. 필터

	실험치	이론치
중심 주파수	50.0	50.0
3-dB 대역폭	21.03	21.2
null - null	24.4	27.6

이론치와 차이됨 보이는 통과 대역에서의 peak 대 peak ripple 은 두 형태 모두 1dB로 측정 되었으며 이는 전체 임펄스 샘플, N, 을 본 논문 에서 사용한 99 개 보다 많이 사용함으로써 줄일 수 있다.

7. 결론

- (1). type 1. 필터는 통과대역에서의 모양이 type 2. 필터와 다르며 이는 컴퓨터 출력과 일치한다.
- (2). type-1, type-2 필터의 3dB-대역폭은 오차가 각각 0.74%, 0.8% 로 이론치와 거의 일치 하였다.
- (3). fractional 대역폭이 40%가 넘는 wide-band 필터 이므로 insertion loss 가 컸다.
- (4). Remez-exchange 알고리즘 과 cosine 함수를 사용한 digital 필터 설계 방법을 SAW 소자로 실현할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] P. P. Vaidyanathan, "Optimal design of linear-phase FIR digital filters with very flat passbands and equiripple stopbands", IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 32, No. 9, pp. 904-917, Sep, 1985.
- [2] H. EL-Diwany, C. K. Campbell, "Modification of impulse response techniques for application to SAW filter design", IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, vol. SU-24, pp. 277-279, July 1977.
- [3] C. K. Campbell, P. J. Edmonson, J. Sferrazza Papa "Multi-band saw filter design using the Remez-exchange algorithm", IEEE Ultrasonic Symposium, pp. 1-4, 1983
- [4] Lawrence R. Rabiner, Bernard Gold "Theory and application of digital signal processing", Prentice Hall, 1975.
- [5] J. F. Kaiser, "Nonrecursive digital filter design using the J_0 -sinh window function", Proc. 1974 IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems, pp. 20-23, Apr. , 1974