

MIC를 위한 2선 및 3선 결합 선로의 Quasi-TEM Mode 정수계산

류 범 김 청 식 진 년 강
 단국대학교 공과대학 전자공학과

The calculation of Quasi-TEM Mode parameters of coupled two and three Microstrip line for MIC

Beom Ryu Cheong Sik Kim Yeon Kang Chin
 Dept. of Electronics Eng. Dankook Univ.

abstract

The normal mode parameters of microstrip coupled lines are determined from the self and mutual capacitance and inductance of microstrip lines. In this paper, these capacitance are computed by using the relaxation method based on Quasi-TEM model for shielded structure. Using these results, the normal mode parameters of two and three microstrip coupled lines are obtained.

서 론

비대칭 결합구조에 대한 연구는 많은사람들에 의해 연구 되었다. 비대칭 결합선로에 대한 각 정수는 self 및 mutual 커패시턴스나 인덕턴스로 표시 할수있어[1-3], 이들 값들을 구하는 것이 중요하다. 이들 값들은 Quasi static TEM에 대해서는 Laplace 방정식을 풀거나, Dispersive인 경우에 대해서는 Helmholtz 방정식을 풀어서 얻을수 있다. Tripathi와 Chang은 green함수 적분방법을 사용하여 self 및 mutual 커패시턴스를 계산 하였고, Bedair는 전자기커패시턴스를 3개의 경우로 나누어 커패시턴스를 구하였다[4]. 최근에도 계속 이에 대한 연구들이 많이 발표되고 있다.

본 논문에서는 차폐된 경우에 Dworsky[5]가 제안한 relaxation방법에 의한 프로그램을 확장 응용하여 비대칭 2선 결합선로에 대한 각 모드 정수 및 임피던스를 구하고, 3선 결합선로에 대한 각 모드 정수 및 임피던스를 구하는 방법을 제시 하였다. relaxation방법에 의한 수치계산은 수행시간이 비교적 짧지만, 값들을 쉽게 구할수 있어 편리하다. 이들 값들을 입증 하고저 유전율이 5.1인 가판을 사용하여 실험결과와 비교 하였다.

본 론

1. 2선 결합선로의 Quasi TEM 정수

결합된 선로에서 전압과 전류에 대한 전송선 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dV}{dx} = -[Z][I] = -j\omega [L][I] \quad \dots \dots \dots (1-1)$$

$$\frac{dI}{dx} = -[Y][V] = -j\omega [C][V] \quad \dots \dots \dots (1-2)$$

윗 두식으로 부터 선로의 전파상수 및 전압비를 얻을수 있다[6, 7]. 이때 두개의 (C, Π mode) 전파모드가 생긴다.

$$\beta_{c, \pi} = \frac{\omega}{\sqrt{L}} \left[L_{11}C_{11} + L_{22}C_{22} - 2L_{12}C_{12} \right. \\ \left. \pm \sqrt{(L_{22}C_{22} - L_{11}C_{11})^2 + 4(L_{12}C_{12} - L_{22}C_{22})(L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots \dots (1-3)$$

$$R_{c, \pi} = L_{22}C_{22} - L_{11}C_{11} \\ \pm \frac{\sqrt{(L_{22}C_{22} - L_{11}C_{11})^2 + 4(L_{12}C_{12} - L_{22}C_{22})(L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12})}}{Z(L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12})} \quad \dots \dots (1-4)$$

여기서 L_{jk}, C_{jk} 는 Quasi TEM인 경우 self인덕턴스 및 커패시턴스이고, L_{12}, C_{12} 는 mutual인덕턴스 및 커패시턴스를 나타낸다. 식(1-1, 2)에서 전류에 대한 식을 얻을수 있다.

$$[I] = \frac{1}{V_0} [C][V] = V_0^{-1} [C][V] \quad \dots \dots \dots (1-5)$$

여기서 $[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & -C_{12} \\ -C_{12} & C_{22} \end{bmatrix}$
 $V_0 = \frac{V}{\Gamma}$ 는 전파속도이다.

식(1-5)에서 모드 임피던스는

$$Z_j^i = \frac{V_j^i}{I_j^i} = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{V_j^i}{\sum_k C_{jk} V_k^i} \quad \dots \dots \dots (1-6)$$

여기서 $j \neq k$ 이면 C_{jk} 는 $-C_{kj}$ 이고 j 는 모드 C, Π 를 나타내고 1는 선로 1, 2를 나타낸다. 그리고 $V^c = \begin{bmatrix} 1 \\ R_c \end{bmatrix}$, $V^\pi = \begin{bmatrix} 1 \\ R_\pi \end{bmatrix}$

2. self 및 mutual capatance 계산

일반적인 전송 선로에서 mode 정수 및 임피던스는 self 및 mutual capatance와 inductance에 의해서 구할 수 있다. 이들 값을 계산하는 것은 복잡하고 용이하지 않다[4]. 이를 수치해석하기 위하여 Dworsky[5]가 제안한 대용량에 대한 relaxation 프로그램을 2선 비대칭형으로 확장 응용하고 3선 선로에도 적용하였다. 간단히 relaxation 방법을 소개하면 다음과 같다. 우선 field를 Quasi-static 으로 하면 캐패시턴스를 static 혹은 DC 캐패시턴스로 표시할 수 있다. 그림 2-1 과같은 차폐된 전송선의 단면을 각 격자점 으로 표시하면

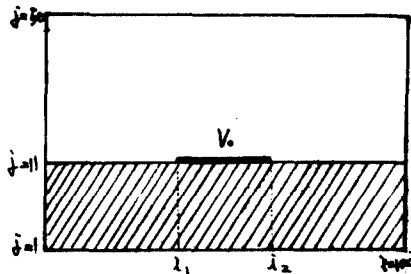
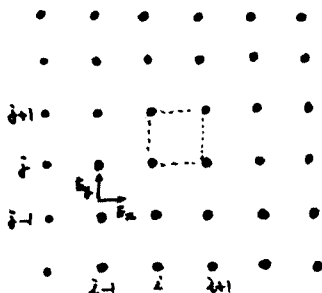


그림 2-1. 차폐된 전송선의 단면 및 격자점

각 격자점 전압은 discrete한 Laplace 방정식으로 표시된다.

$$V_{i+1,j} + V_{i-1,j} + V_{i,j+1} + V_{i,j-1} - 4V_{i,j} = 0 \quad \dots (2-1)$$

그러므로, 전계는

$$E_x \approx -\frac{1}{2\Delta} (V_{i+1,j} - V_{i,j} + V_{i,j+1} - V_{i,j-1}) \quad \dots (2-2)$$

$$E_y \approx -\frac{1}{2\Delta} (V_{i,j+1} - V_{i,j} + V_{i+1,j} - V_{i-1,j})$$

그리고, 각 격자점에 저장된 에너지는 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta U = \frac{\epsilon}{4} [(V_{i,j} - V_{i+1,j+1})^2 + (V_{i+1,j} - V_{i,j+1})^2] \quad \dots (2-3)$$

그러므로, 전체 저장된 에너지는

$$U = \sum_{i=1}^{I_{max}-1} \sum_{j=1}^{J_{max}-1} \Delta U \quad \dots (2-4)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \Delta &= \Delta_x = x_{i+1} - x_i = x_i - x_{i-1} \\ &= \Delta y = y_{j+1} - y_j = y_j - y_{j-1} \end{aligned}$$

만일 전압이 1v이면 캐패시턴스는

$$C = 2U \quad \dots (2-5)$$

위의 식들을 계속 반복하면 각 격자점의 정확한 전위 및 전계 분포를 알수있다. 그래서 정확한 캐패시턴스 값을 계산할수 있다. 공간에서 discrete 전압은

$$V_{i,j} = \frac{\epsilon_r V_{i,j+1} + \epsilon_r V_{i,j-1} + \epsilon_r (V_{i-1,j} + V_{i+1,j})}{\epsilon_r + \epsilon_r + 2\epsilon_r} \quad \dots (2-6)$$

$$\text{여기서 } \epsilon_r = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}$$

이 프로그램을 비대칭 2선 결합 선로에 적용하면

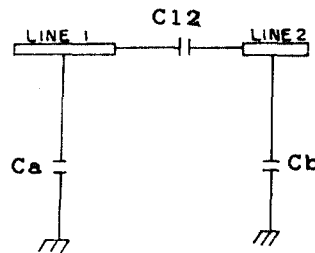


그림 2-2. 2선 캐패시턴스 등가회로

$$\begin{aligned} C_a &= C_{11} - C_{12} \\ C_b &= C_{22} - C_{12} \end{aligned}$$

line 1에 1v를 인가하여

$$C_{total} = C_a + C_b = C_{11} + C_{22} - 2C_{12} \quad \dots (2-7)$$

$$C_{12} = (C_a + C_b - C_{total}) / 2 \quad \dots (2-8)$$

이 프로그램을 3선 선로에 확장 응용하기 위한 기본이론은 다음과 같다.

대칭 구조이면 $C_{1e} = C_{3e}$ 이고 $C_{12} = C_{23}$ 이다.

세 line에 같은 전위를 인가했을때 ($V_1 = V_2 = V_3 = 1v$)

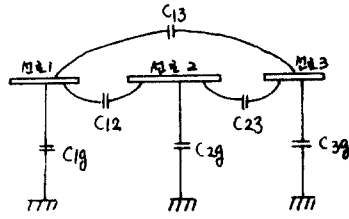


그림 2-3. 3선 커패시런스 동가회로

$$C_{total} = 2C_{11} + C_{22} - 4C_{12} - 2C_{13} \dots\dots\dots (2-9)$$

line 2에 0v 인가했을때 ($V_1 = V_3 = 1v, V_2 = 0v$)

$$C_{total} = 2C_{11} - 2C_{13} \dots\dots\dots (2-10)$$

여기서 C_{11}, C_{22} 는 각각 선로 (2,3), (1,3)을 0v로 했을때의 자체 커패시런스 값이다.

그로부터 $C_{11}, C_{22}, C_{12}, C_{13}$ 의 값들을 위의 식에서 구할 수 있다.

인덕턴스값은 유전율을 공기로 채우고 구한 커패시런스로 부터 얻는다.

$$L_{11} = \frac{1}{C'_{11} v^2}, \quad L_{12} = \frac{1}{C'_{12} v^2}, \quad L_{13} = \frac{C'_{13}}{C'_{11} C'_{12} v^2}$$

3. 계산결과 및 실험

a. 컴퓨터 프로그램은 FORTRAN-77으로 작성하여 일에서 제시한 self 및 mutual 커패시런스 값을 차폐한 경우에 계산하였다. 이들 커패시런스 값들로 부터 식(1-4)과 식(1-6)에서 모드정수 및 임피던스를 계산하였다. 이에 의한 결과는 표 1, 2에 제시하였다.

W_s/h	Z_{c1}	Z_{c2}	Z_{c3}	Z_{r1}	Z_{r2}	$V_c (10^8 \text{ m/sec})$	$V_h (10^8 \text{ m/sec})$	R_c	R_h
1.36	45.35	35.58	31.75	24.91	1.1508	1.2403	1.0842	-0.7238	
1.45	43.39	35.64	30.54	25.09	1.1490	1.2398	1.0841	-0.7577	
1.54	41.12	35.59	29.57	25.99	1.1525	1.2399	1.0714	-0.8076	
1.63	39.50	35.59	28.22	25.71	1.1447	1.2337	1.0391	-0.8776	
1.72	37.94	36.07	27.27	25.92	1.1435	1.2311	1.0293	-0.9235	
1.81	36.32	36.32	26.21	26.21	1.1424	1.2267	1.	-1.	
1.90	35.00	36.37	25.39	26.39	1.1395	1.2264	0.9928	-1.0467	
2.00	33.78	36.44	24.61	26.55	1.1385	1.2244	0.9850	-1.0968	
2.09	32.84	37.00	23.61	26.60	1.1497	1.2149	0.9641	-1.1685	
2.18	31.01	37.47	22.53	27.53	1.1344	1.2147	0.8830	-1.3684	

표1. $\epsilon_r=10, s/h=0.18, w/h=1.81$ 에 대한 w/h 변화에 따른 모드 정수 및 임피던스 (2선 결합 선로)

W_s/h	Z_{o1}	Z_{b1}	Z_{b2}	Z_{c1}	Z_{c2}	R_b	R_c
1.714	73.73	118.64	73.30	61.80	46.29	1.260	-0.990
1.857	73.75	120.17	68.83	64.74	44.04	1.278	-0.896
2.000	73.78	120.40	62.70	65.85	40.47	1.276	-0.810
2.143	73.81	120.82	53.81	67.33	35.28	1.277	-0.700
2.286	73.82	125.54	44.96	70.04	30.74	1.363	-0.526
2.429	73.83	129.09	37.77	71.97	26.32	1.429	-0.410

표2. $\epsilon_r=2.55, s/h=0.428, w/h=0.857$ 에 대한 w/h 변화에 따른 모드 정수 및 임피던스 (3선 결합 선로)

b. 실험

계산결과값을 확인하기 위해서 유 전율이 5.1인 기판 ($h=2.55$) 위에 정합임피던스가 50 옴인 대칭선로에 대한 결합기를 설계하였다.

$$s=0.463, w=9.88 \text{ [cm mm]}$$

결합각이는 $1(\lambda/4)$ 을 중심주 파수 $f_c=4(\text{GHz})$ 에 맞도록 설계하면 그림(3-1)과 같다.

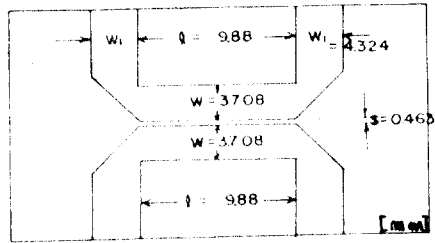


그림 3-1. 결합기의 표면도 (선로의 두께는 무시)

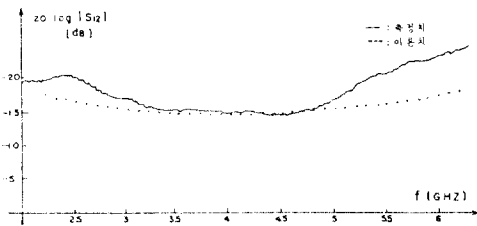


그림 3-2. 결합도 (coupling) 측정치 및 이론치

그림(3-2)에서 중심주파수 $f_c=4(\text{GHz})$ 에서 결합도가 이론치와 실험치가 일치함을 알 수 있고 대역폭에 있어서도 3(GHz)에서 5(GHz) 사이에서 이론치와 실험치가 일치함을 알 수 있다. 기타 주파수 대역에서는 다소 차이가 나타나는데 이는 식각(etching)에 의한 마이크로 스트립선의 치수 오차 및 기판의 tangent loss에 의한 손실 및 주파수 특성이 양호하지 않기 때문에 생긴 오차로 해석된다.

결론

일반 전송선로에서 모드 정수 및 임피던스 는 커패시런스와 인덕턴스로 부터 구할수 있으나, 이들 값을 계산하는 것은 복잡하고 용이하지 않다. 그러나 본 논문에서 제시한 수치해석에 의한 프로그램을 이용하면 쉽게 구할수 있다.

본 프로그램은 차폐한 경우에 대해서 작성하였는데 양쪽 차폐면은 차폐면을 분리하면 그 영향을 무시할수 있음을 알았다.

2선 결합선로에 대한 계산값을 실험으로 비교하여 이론치와 거의 일치함을 보였다. 3선 결합선로에 대한 확인은 따로 미룬다.

본 논문에서 제시한 프로그램은 2선 및 3선 결합회로 뿐만 아니라 결합기 및 필터를 설계하는데에 유용할것이라 믿는다.

* Reference *

1. R.A.Special and V.K.Tripathi,"Wave modes and parameter matrices of non symmetrical coupled lines in a nonhomogeneous medium",Int.J.Electron.,Vol. 40,no.4,pp.371-375,1976
2. V.K.Tripathi and C.L.Chang"Quasi-TEM parameters of nonsymmetrical coupled micrstrip lines",Int.J.Electronics,Vol.45,no.2,pp.215-223,1978
3. J.L.Allen,"Non-symmetrical coupled lines in an inhomogeneous dielectric medium",Int.J.electronics, Vol.38,pp.337-347,Mar.,1975
4. S.S.Bedair,"Charateristic of some asymmetrical coupled transmission line",IEEE Trans.,Vol.MTT-32, No.1,pp.108-110,Jan,1984
5. Lawrence N.Dworsky,"Modern transmission line theory and application", Wiley interscience publication
6. V.K.Tripathi,"Asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous dielectric medium",IEEE Trans,Vol.MTT-23 ,pp.734-739,Sep.1975
7. V.K.Tripathi,"Equivalent circuits and characteristics of inhomogeneous nonsymmetrical coupled line two port circuits",IEEE Trans.,Vol.MTT-25, pp.140-142,Feb.1977