

IV. 원심펌프 회전축계의 불평형응답에 미치는 유체력의 영향

부산수산대학 양보석 · 최원호*

1. 서 론

회전축계의 강제진동으로 가장 전형적이고 공업상 중요한 것은 널리 알려진 불평형 진동이다. 불평형은 회전축계의 제작상 피할 수 없으며 전동이 전면 문제가 되지 않는 정도로 제작하는 것은 경제적인 면에서도 불가능하다. 지금까지 미끄럼 베어링으로 치지된 회전축계의 불평형 응답 특성에 대하여는 여러 연구자에 의해 연구가 진행되고 있다.

수중에서 운전되는 펌프는 물의 감쇠작용 때문에 축진동 문제는 적다고 생각되어 펌프의 축진동에 관한 보고는 별로 없다. Black⁽¹⁾은 펌프의 축진동을 연구하여, 시일부분이 축진동 응답에 큰 영향을 미치는 것을 보였다. 그러나 시일형상에 따른 유체력 평가가 충분히 구명되지 않았기 때문에 환상 시일부분의 품새, 폭경비 및 압력차 등이 펌프진동에 어느 정도 영향을 미치는가가 충분히 검토되어 있지 않다.

이에 저자는 펌프용 시일의 유체력을 위한 진동 특성에 관한 일련의 연구⁽²⁾⁻⁽⁷⁾를 진행하여 각종 시일의 유체력을 해석하였고, 이 유체력이 회전축계의 안정성에 미치는 영향^{(8), (9)}을 검토하였으며, 범용 안정성해석 프로그램을 개발하였다. 이어서 본 연구는 시일과 임펠러와 호과를 포함한 회전축계의 불평형 응답해석 및 범용프로그램을 작성한다. 그 외에 시일을 베어링과 같은 저지효과와 본래의 목적인 누설량을 최소화하는 최적설계 문제에 지금까지 연구 성과를 이용하고자 한다. 즉 위험속도 통과시의 공진 배율을 최소화하는 문제에 본래의 방법을, 정상 운전 속도에서의 안정성을 향상시키는 문제는 문현^{(8), (9)}을 이용하여 최적형상 설계를 할 수 있다.

수치계산 예로서, 원자력 발전 프랜트의 여열 제거펌프 등에 사용되고 있는 전형적인 단단 양립 원심펌프의 불평형 응답에 관해 다자유도계의 운동방정식을 유도하여 유체회전기계의 특유의 문제인 펌프 용 시일과 임펠러에 의한 불평형 응답의 문제에 대해 검토한다.

2. 이 론

몇개의 축단면, 임펠러, 베어링, 시일 등으로 이루어지는 Fig.1 과 같은 펌프회전축계를 고려한다. 축은 원래 본포정수계이지만 여기서는 등가인 직종 질량과 질량이 없는 단성축으로 치환해, 등가인 집중 정수계로 한다. 따라서 펌프축계를 축변단면, 원판,

베어링, 시일, 불평형 등의 부분으로 분할하면, Fig.2 과 같이 등가인 계로 표시 할 수 있다.

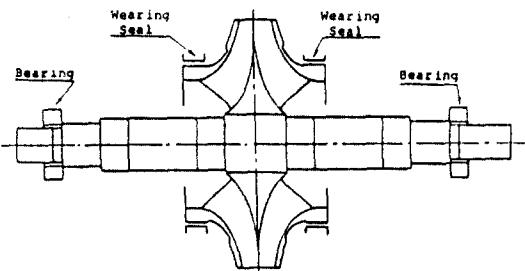


Fig.1 펌프의 축계

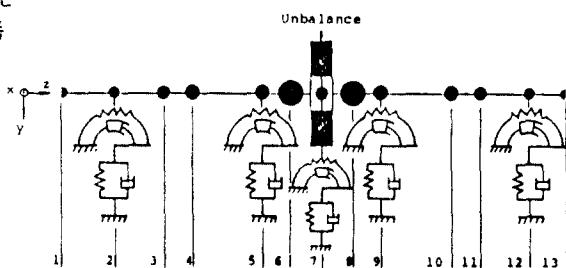


Fig.2 동 가짜 펌프축계

펌프진동은 금임진동이 중심적인 문제이고, 상대방은 수직 및 수평방향의 변위 x, y , 수평축 및 수직축 둘째의 경사각 θ, ϕ , 금임모멘트 M_x, M_y 전단력 V_x, V_y 이다. Fig.2의 분할부의 기본적인 구성은 Fig.3 과 같은 형으로 표시되므로, 이것을 축계의 기본요소로 한다.

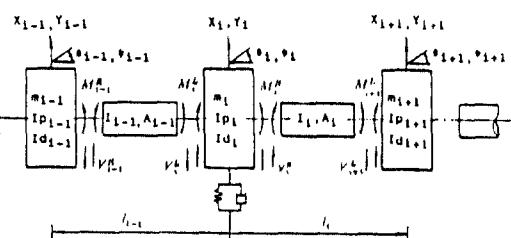


Fig.3 rotor의 분할과 요소

이들 각요소의 i 번째의 분할점에 관한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_i x_i &= v_{xi}^L - v_{xi}^R - p_x^i \\ m_i y_i &= v_{yi}^L - v_{yi}^R - p_y^i \quad (1) \\ I_{di}\theta_i + I_{pi}\psi_i &= M_{xi}^R - M_{xi}^L \\ I_{di}\theta_i - I_{pi}\psi_i &= M_{yi}^R - M_{yi}^L \end{aligned}$$

또 i 번째와 i-1 번째의 축부분에 관해서는 다음과 같은 재료역학 공식이 성립한다(10).

$$\begin{aligned} v_{xi}^L - v_{xi-1}^R &= 0 \\ M_{xi-1}^L - M_{xi-1}^R - v_{xi-1}^R L_{i-1} &= 0 \\ x_i^L - x_{i-1}^R - L_{i-1}\theta_{i-1} &= \frac{L_{i-1}^2}{2EI_{i-1}} M_{xi-1}^R \quad (2) \\ &\quad + v_{xi-1}^R \frac{L_{i-1}^3}{6EI_{i-1}} \\ \theta_i^L - \theta_{i-1}^R &= M_{xi-1}^R \frac{L_{i-1}}{EI_{i-1}} + v_{xi-1}^R \frac{L_{i-1}^2}{2EI_{i-1}} \end{aligned}$$

여기서 m, I_p, I_d 는 각각 원판의 질량, 극관성모우멘트 및 관성모우멘트이고 p_x, p_y 는 베어링, 임펠러 및 시일의 선형 근사한 유체력, ω 는 축의 회전 각속도 L 은 축의 길이, E 는 Young 계수, I 는 단면2차모우멘트를 표시한다. 첨자는 i 번째의 원판 또는 축부분의 값을 나타낸다. 식(1)과 (2)에서 전단력과 모우멘트를 소거하면 질량매트릭스 M , 감쇠매트릭스 C , 강성매트릭스 K 로 구성되는 rotor 계에 강제력 F 가 작용하는 경우, 축계 전체의 운동방정식은 다음 같이 표시된다.

$$[M] \ddot{X} + [C] \dot{X} + [K] X = F \quad (3)$$

여기서 M 은 대칭매트릭스 C, K 는 비대칭매트릭스, X 는 변의 벡터이다.

$$[M] = \begin{bmatrix} m & & & \\ & 0 & & \\ & & I_d & \\ & & & m \\ 0 & & & \\ & & & I_d \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & wI_p \\ c_{yx} & 0 & c_{yy} & 0 \\ 0 & -wI_p & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{xx} + 2/d & 3/b & k_{xy} & 0 & -2/d & 3/b & 0 & 0 \\ 3/b & 4/a & 0 & 0 & -3/b & 2/a & 0 & 0 \\ k_{yx} & 0 & k_{yy} + 2/d & 3/b & 0 & 0 & -2/d & 3/b \\ 0 & 0 & 0 & 4/a & 0 & 0 & -3/b & 2/a \\ -2/d & -3/b & 0 & 0 & 2/d & -3/b & 0 & 0 \\ 3/b & 2/a & 0 & 0 & -3/b & 4/a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2/d & -3/b & 0 & 0 & 2/d & -3/b \\ 0 & 0 & 3/b & 2/a & 0 & 0 & -3/b & 4/a \end{bmatrix}$$

F 가 주기외력으로

$$F = a \cos \omega t + b \sin \omega t \quad (4)$$

로 주어지는 경우, 식(3)의 미등차해는

$$x = x_C \cos \omega t + x_S \sin \omega t \quad (5)$$

이다. 식(4), (5)를 식(3)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} -\omega^2(M) + [K] & \omega[C] \\ -\omega[C] & -\omega^2(M) + [K] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_C \\ x_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (6)$$

따라서, x_C, x_S 는 다음식에 의해 주어진다.

$$\begin{bmatrix} x_C \\ x_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega^2(M) + [K] & \omega[C] \\ -\omega[C] & -\omega^2(M) + [K] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (7)$$

제가 강제진동을 하고 있는 경우, k 번째분할점에서 바운더리의 정속 및 단속반경을 구한다. k 번째의 분할점의 복소 진폭은 x 를 실수축, y 를 헤수축으로 잡고 식(5)에서 k 번째의 분할점에 관한 부분을

$$x_k = \begin{bmatrix} x_{ck} \\ y_{ck} \end{bmatrix} \cos \omega t + \begin{bmatrix} x_{sk} \\ y_{sk} \end{bmatrix} \sin \omega t \quad (8)$$

라고 놓으면 다음식이 주어진다.

$$\begin{aligned} r_k(t) &= x_{ck} \cos \omega t + x_{sk} \sin \omega t \\ &\quad + i(y_{ck} \cos \omega t + y_{sk} \sin \omega t) \\ &= e^{i\omega t} \left\{ \frac{1}{2} (x_{ck} + y_{ck}) + i \frac{1}{2} (y_{ck} - x_{sk}) \right\} \\ &\quad + e^{i\omega t} \left\{ \frac{1}{2} (x_{ck} - y_{sk}) + i \frac{1}{2} (y_{ck} + x_{sk}) \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

따라서 $r_k(t)$ 의 바운더리의 정속과 단속 반경은 다음과 같이 된다. 회전축의 불평형 진동은 최대진폭이 문제로 되므로 정속 반경 A_k 로 진폭을 나타낸다.

$$A_k = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(x_c + y_s)^2 + (y_c - x_s)^2} \right. \\ \left. + \sqrt{(x_c - y_s)^2 + (y_c + x_s)^2} \right\}$$

$$B_k = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(x_c + y_s)^2 + (y_c - x_s)^2} \right. \\ \left. - \sqrt{(x_c - y_s)^2 + (y_c + x_s)^2} \right\} \quad (10)$$

3. 펌프축 계의 불평형 응답특성

부에서 유도한 이론에 따라 본 할점 7 즉, 임펠러부에 불평형 $e = 0.1$ 를 취한 경우의 축회전수에 대한 불평형 응답을 표시한다. Table1의 수치를 이용하여 계산을 수행하며, 베어링 계수는 문헌(11)과 Table2를, 시일의 동적계수는 문헌(2)를, 그리고 임펠러부의 동적계수는 Black의 결과(1)를 사용한다.

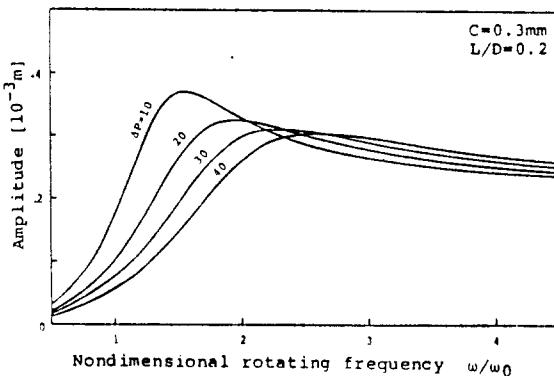


Fig.4 암력차의 영향

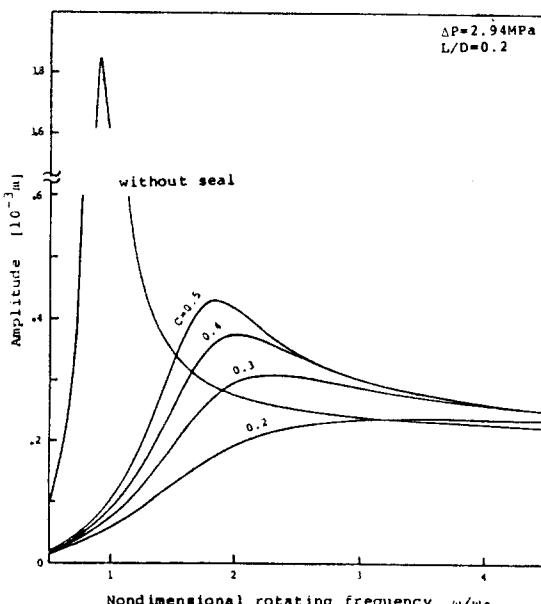


Fig.5 틈새의 영향

Fig.4는 시일의 입구와 출구의 암력차에 대한 본 할점 7의 진폭곡선의 변화를 표시한다. 암력차가 큼에 따라 최대진폭은 작게되고, 시일의 강성계수가 증가함에 따라 계의 고유진동수가 증가함으로 공진점이 고회전 속으로 이동한다.

Fig.5는 시일의 틈새변화에 대한 본 할점 7의 진폭곡선을 나타낸다. 시일부의 유체력을 무시한 경우, 공진점의 최대진폭과 비교해 보면 틈새가 작을수록 크게 감소하고, 공진점도 고회전속으로 이동한다. 이것은 시일부의 감쇠작용에 의한 것으로, 시일의 틈새가 작게 되는 만큼 감쇠력이 크게되어, 또 강성계수도 증가하기 때문이다.

Fig.6은 본 할점 1(베어링부), 5(시일부) 및 7(임펠러부)에서의 진폭곡선을 나타내고 있다. 공진점을 통과하고 부터, 불평형이 있는 본 할점 7의 경우는 점차 감소하고 있지만 시일부의 진폭은 축회전수의 증가에 따라 커지고 있다. 이것은 문헌(2)에서 설명한 것같이 회전효과에 따라 고회전으로 돌아온 시일의 강성계수가 작게 되어, 더욱 상승하면 강성계수가 음이 되므로, 진동을 여기시키게 되어 진폭이 크게 되며 베어링도 이 영향을 받고 있다.

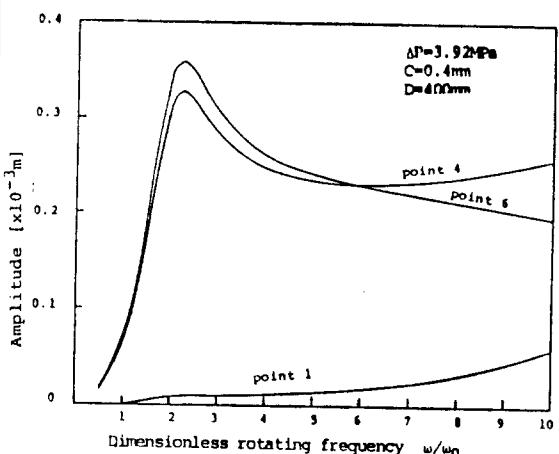


Fig.6 각 본 할점에서의 진폭곡선

Fig.7은 축과 임펠러의 부가질량을 고려한 경우와 무시한 경우의 진폭특성을 나타낸다. 펌프축은 주축과 임펠러로 구성되고, 축돌레는 액체로 채워져 있다. 이때문에 액체와 상호작용으로 주축과 임펠러에는 부가질량효과가 발생한다. 이 부가질량을 고려할 경우 축중량이 증가하게 되고 따라서 부가질량을 무시한 경우보다 최대진폭이 증가하고, 공진점이 낮아지게 된다.

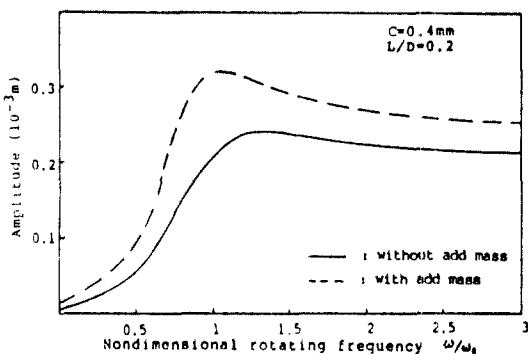


Fig. 7 부가질량의 영향

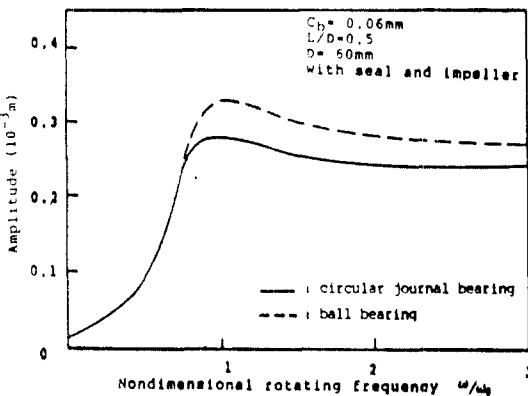


Fig. 8 지지베어링의 영향

Fig. 8 은 치지베어링으로 보울베어링과 진원저어
널베어링을 사용하였을 때의 진폭곡선을 나타낸다.
최대진폭은 양자 모두 거의 동일한 회전수에서 발생하나
저어널 베어링이 감쇠작용이 더욱 크므로 보울 베어링의
경우 보다 진폭이 작게 된다.

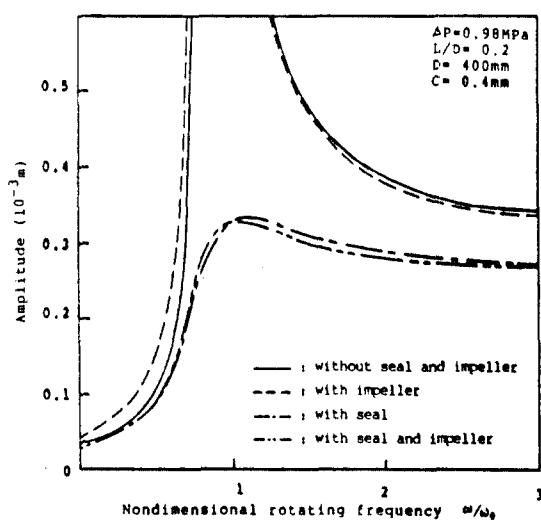


Fig. 9 시일과 임펠러부 유체력의 영향

Fig. 9 는 시일과 임펠러에서 발생하는 유체력이
불평형 응답에 미치는 영향을 나타낸다.

4. 결 론

펌프용 시일을 지지용 베어링과 같이 적극적으로
이용하기 위한 최적설계의 기본 자료로 이용하기 위해
시일과 임펠러의 효과를 포함한 펌프축 계의 불평형 응
답특성을 해석하였고, 계산 프로그램을 작성하였다.
수치계산 에로서, 원자력 발전소 랜트의 여유제거펌프
등에 사용하고 있는 전형적인 단단 양회입 원심펌프의
실기 모델에 따른 계의 불평형 응답계산을 행하였고
환상 시일부와 임펠러부에서 발생하는 유체력의 펌프
회전축 계의 불평형 응답에 미치는 영향을 조사하였다.
그리고 유체 회전 기계의 동적설계에 있어서 종래의
rotor-bearing 계의 해석모델에 시일부와 임펠러
부의 유체력을 고려한 불평형 응답 해석이 이루어져야
함을 입증하였다.

참고 문헌

- 1) Black, M.F., Dynamics of Rotors, IUTAM Sym., 1974
- 2) Yang, B.S. et al., Bull. of JSME 27(227)1047, 1984
- 3)-5) 양보석 외2인, 일본기계학회논문집50(460)2319, 2330, 2443, 1984.
- 6)-7) Iwatsubo, T., Yang, B.S. and Ibaraki, R., 4th Workshop on Rotordynamics Instability Problems in High Performance Turbomachinery, Texas A&M Univ. 1986.
- 8) 양보석 외2인, 일본기계학회논문집51(470), 2479, 1985.
- 9) 양보석 외2인, 대한기계학회논문집10(1), 56, 1986.
- 10) Pestel, E.C. and F.A. Lekie, Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill, 1963.
- 11) 일본기계학회편, 미끄럼베어링의 정특성 및 등특성데이터집, 일본공업출판(주), 1984.

Table 1

Section No.	Length (cm)	Diameter (cm)	Weight (kg)
1	17.5	13.6	20.0
2	12.9	14.0	20.4
3	31.7	14.0	58.8(63.7)
4	8.0	14.0	22.7(23.9)
5	12.3	14.1	250.1(412)
6	12.2	14.1	250.0(411.9)
7	8.1	14.0	250.0(411.9)
8	31.7	14.0	58.8(63.7)
9	12.9	14.0	20.4
10	18.0	13.6	20.6

* ()내에 표시한 값은 부가질량을 포함한 총량임.