

PONTOON 식 연속기초의 휨모멘트와 전단력에 관하여

1985 년 11 월

홍 성 복 (서 울 대 교 수 , 건축학)

고 일 두 (경기개발대 전임강사 , 건축학)

1. 서론

연속기초판의 설계에 필요한 휨모멘트와 전단력을 구하는 방법은 등분포 전지압 방법, 독립 스프링 지지방법 및 일본건축학회의 주각 고정방법 등 여러가지 방법이 있으나 본 논문에서는 지반을 연속 SPRING 모형으로 가정하고 이에 따른 해석방법을 제시 하고 이것을 일반해석용 프로그램으로 작성하여 그 결과를 기존의 기초 해석방법들과 비교 하였다. 다 나아가서 Zeevaert 가 제시한 PONTOON 식 기초의 시스템에 본 해석방법을 적용하여 등분포 기초 판에 분포되는 휨 모멘트와 전단력을 구하고 이미 구한 일반 연속 시스템의 응력과 PONTOON 식 연속기초의 응력을 비교하여 적용상의 맞점을 소개 하였다.

2. 연속기초의 응력(휨모멘트 및 전단력)에 영향을 미치는 제반요소 2.1. 지반의 영향행렬(Influence Matrix) 기초판 하부의 전지압분포가 수직을때 그 기초판의 처짐을 계산 하는 방법으로 영향행렬을 사용하는 방법을 Zeevaert는 소개 하였다. 영향행렬은 그림1과 같이 지반을 여러개의 구간으로 나누고 그중 한 구간에 단위압력이 주어질 때 각 구간의 처짐량을 행렬의 열에 표시한 것이다. 즉, 영향행렬의 1행 1열의 값의 뜻은 1구간에 단위압력이 주어졌을 때 1구간이 처지는 양으로서 지반이 균질하고 구간의 크기가 동일 하다면 영향행렬은 대칭이며 각 대각항은 동일한 것으로 가정할 수 있다.

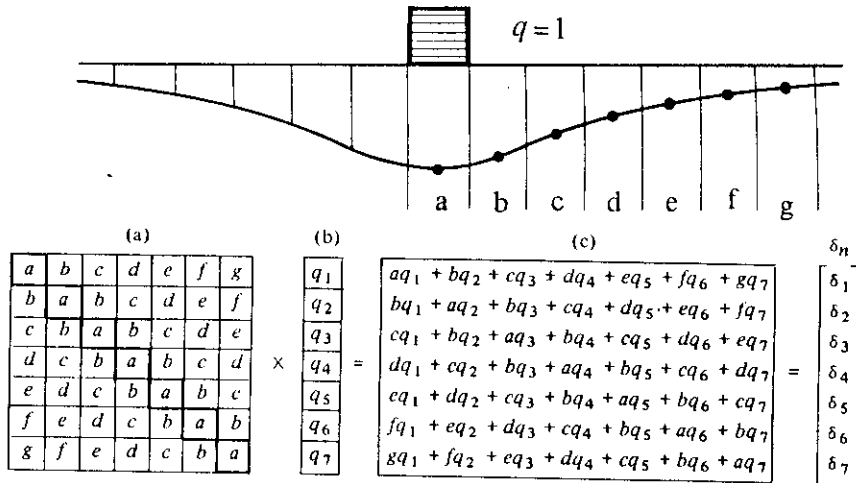


그림1. 영향 행렬

2.2. 지반반력계수 (Modulus of subgrade reaction)
 지반반력계수는 이미 알려진 바와 같이 한 구간 내 평균 전지압에 해당면적을 곱한 값을 처짐으로 나눈값, 즉 (1)식으로 표현할 수 있다.(1)식의 값은 집중지지 스프링계수이나 이 값을 소정의 스펠로 나누어 단위길이당 연속스프링계수 $k=Kn/L$ 로 환산하여 탄성지 지보 해석모형으로 사용하였다.

PONTOON 식 연속기초의 휨모멘트와 전단력에 관하여

$$k_n = \frac{Q_n \cdot A_n}{\delta_n} \quad \dots (1)$$

2.3. 탄성기초의 강성행렬 (Stiffness matrix of elastic foundation)
 기초하부에 연속적인 분포스프링이 그림2와 같이 일정한 크기로
 적용할 때 그 연속기초의 해석을 위한 미분방정식은 탄성보 해석에
 적용하는 (2)식과 같이 쓸 수 있고 그 일반해는 (3)식과 같이 정리
 된다.

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EI} y = 0 \quad \dots (2)$$

$$y = A \cos \frac{\phi}{L} x \cdot \cosh \frac{\phi}{L} x + B \cos \frac{\phi}{L} x \cdot \sinh \frac{\phi}{L} x + C \sin \frac{\phi}{L} x \cdot \cosh \frac{\phi}{L} x + D \sin \frac{\phi}{L} x \cdot \sinh \frac{\phi}{L} x \quad \dots (3)$$

$$\phi = L \sqrt{\frac{k}{4EI}}$$

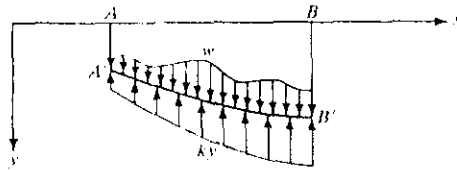


그림 2. 탄성지지보

여기서 그림3의 형태로 강성행렬을 구성하기 위해 (3)식에
 경계조건을 적용시킨 후 정리해 보면 (4)식과 같이 표현된다.

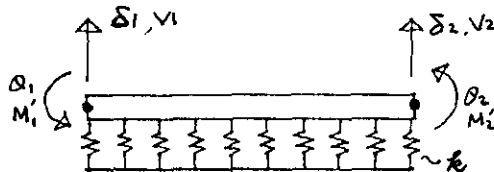


그림 3. 탄성지지보 요소

	δ_1	θ_1	δ_2	θ_2
V1	13	15	-14	16
M1	15	11	-16	12
V2	-14	-16	13	-15
M2	16	12	-15	11

..... (4.a)

PONTON 식 연속기초의 휨모멘트와 전단력에 관하여

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{2\phi(S'C' - SC)}{S'^2 - S^2} \frac{EI}{L} & \text{단, } S &= \sin \phi \\
 I_2 &= \frac{2\phi(SC' - CS')}{S'^2 - S^2} \frac{EI}{L} & S' &= \sinh \phi \\
 I_3 &= \frac{4\phi^3(SC + S'C')}{S'^2 - S^2} \frac{EI}{L^3} & C &= \cos \phi \\
 I_4 &= \frac{4\phi^3(SC' + CS')}{S'^2 - S^2} \frac{EI}{L^3} & C' &= \cosh \phi \\
 I_5 &= \frac{2\phi^2(S'^2 + S^2)}{S'^2 - S^2} \frac{EI}{L^2} & & \\
 I_6 &= \frac{4\phi^2 SS'}{S'^2 - S^2} \frac{EI}{L^2} & & \dots\dots (4.b)
 \end{aligned}$$

2.4. 강성변에 의한 해석 (Analysis by displacement method)
 기초판을 몇 개의 구간으로 나누어 구간별로 강성행렬을 구한 후 전체적으로 조합을 하여 하중벡터와 함께 연립방정식을 풀어 처짐을 계산하면 (5)식과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [K]_{total} &= \sum [K]_{element} & \dots\dots (5) \\
 [K]_{total} * (\delta) &= (F)_{total}
 \end{aligned}$$

비들의 처짐이 계산되면 각 구간별로 모멘트와 전단력을 구할 수 있다. 여기서 구간반력과 접지압을 구한 후 다시 2.1 항에서 제시한 영향행렬로 피이드 백하여 반복계산을 시도하면 구간별로 변화된 지반반력계수를 얻을 수 있다.

3. 연속 기초해석을 위한 일반해석용 프로그램

3.1. 해석용 프로그램의 Block diagram

그림 4는 해석용 프로그램을 Block diagram 으로 나타낸 것이다.

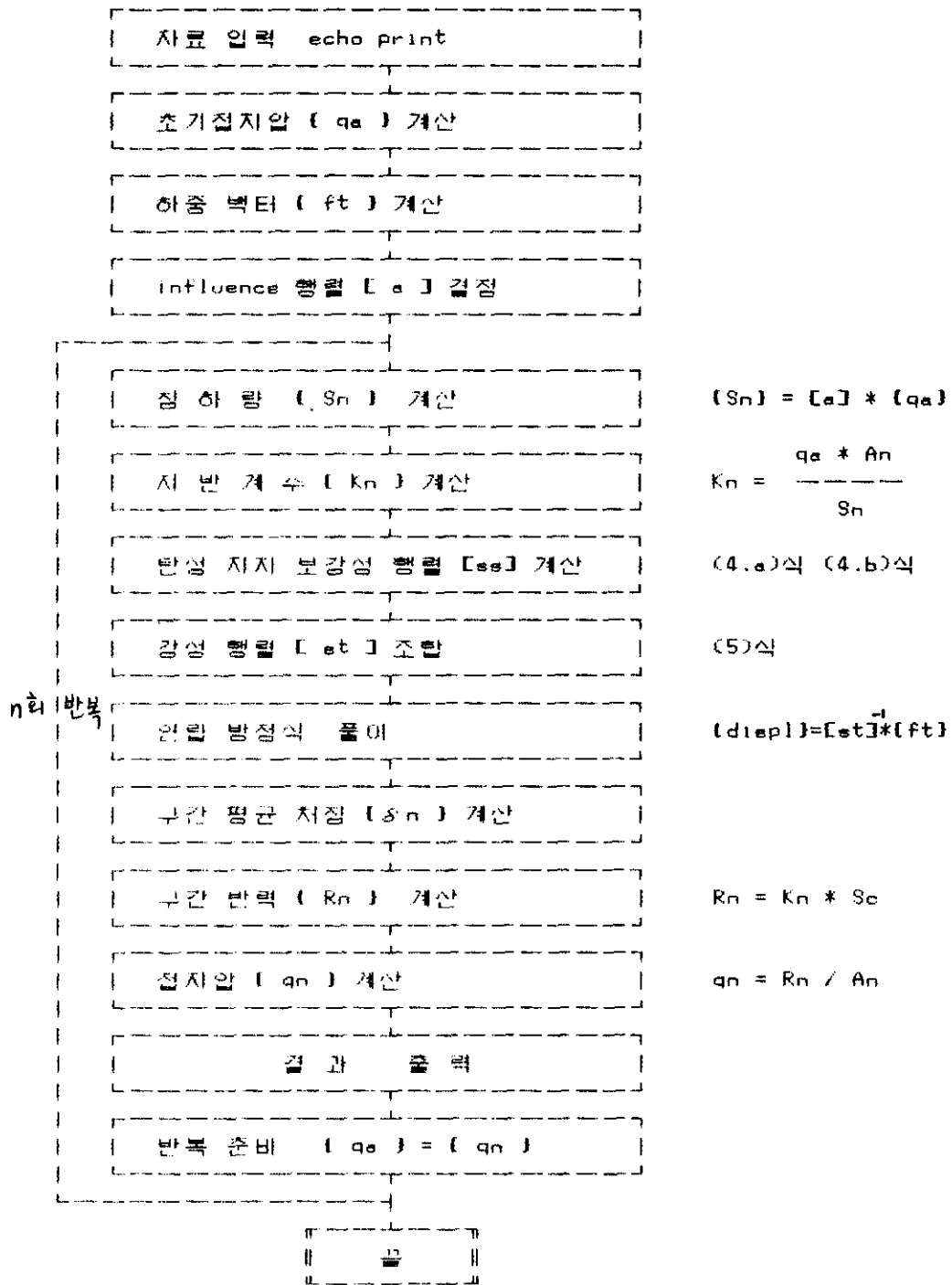


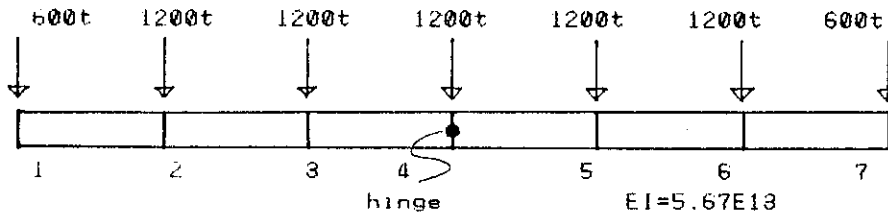
그림 4. Block diagram

3.2. 해석을 위한 저반 고려사항

초기저압은 종하중을 종면적으로 나눈 평균저압을 사용하여 시작하며 영향행렬은 첫번째 일만제공하면 대칭으로 만들어 쓸수 있도록 작성하였다. 전체강성행렬은 대칭을 고려한 Banded matrix 형태로 조합했으며 안함방정식 해법은 Gauss elimination을 적용 하였으며 내해식들을 위한 프로그 래밍 언어는 최근 구미에서 고급일반언어로 많이 사용하는 파스칼(PASCAL)을 사용하였다. 하드웨어는 256K PC를 썼다. 자료작성은 그림 5와 같이 6단계로 구성되었으며 그순서는 다음과 같다.

- 1) 문제명
- 2) 구간수, 기초폭, 스프링타입 (연속스프링/집중스프링)
- 3) 구간길이, EI, 시작점 해방, 영향행렬함 : 구간수 만큼 반복
- 4) 하중있는 점번호, Py, Moment : 하중수 만큼 반복
- 5) 0 0 0 : 하중 끝표시
- 6) 반복계산수, 출력할 반복번호를 ...

Example: 기초폭 1200 cm, 총 길이 60M, 6등분 경우



총 7번 반복하여 처음과 끝번에 출력하려면 자료는 다음과 같다.

EXAMPLE PROBLEM OF PONTOON

```

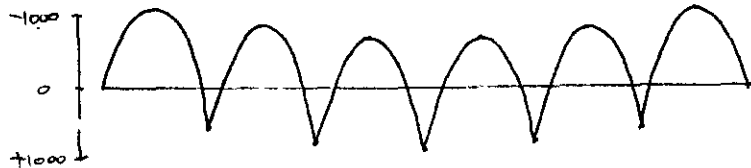
6 1200 c
1000 5.67e13 0 0.9445e4
1000 5.67e13 0 0.1508e4
1000 5.67e13 0 0.0241e4
1000 5.67e13 2 0.0055e4
1000 5.67e13 0 0.0015e4
1000 5.67e13 0 0.0007e4
1 -600 0
2 -1200 0
3 -1200 0
4 -1200 0
5 -1200 0
6 -1200 0
7 -1200 0
0 0 0
7 1
    
```

그림 5. 자료 작성예

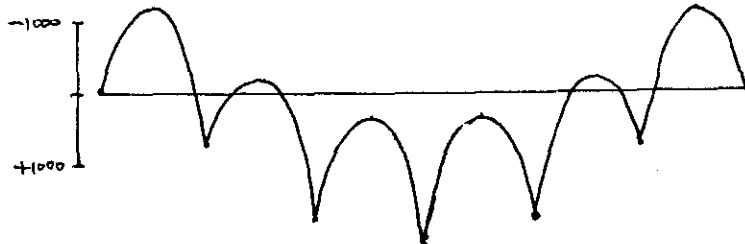
4. 결과 해석 및 해법

일반적으로 쓰이던 등분포 반력법과 집중스프링 해석법과 분포 스프링 해석법을 비교하면 그림 6과 같고, 이를 정리하면 다음과 같다.

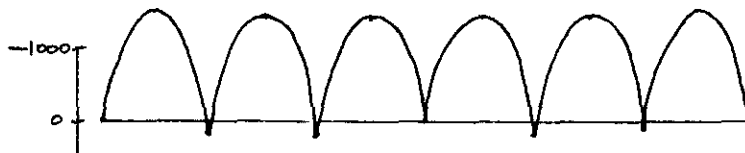
- (1) 영향 행렬에 의해 구한 지반 반력분포는 대부분의 경우 양단부의 접지압이 크고 중앙부가 작다.
(분포분포는 등분포 반력의 0.8 - 2.0배) 그러나 이것에 의한 기초판 응력은 0.60 - 0.9 배로 줄어 들었다.
- (2) 집중 스프링과 연속 스프링의 해석상 차이는 요소갯수가 많을 수록 줄어들며 보통의 경우 (5-10등분) 모멘트차이는 1% 이내 비나 전단력의 차이는 매우 커 (5-10배) 연속 스프링의 정확성이 보인다.
- (3) 변화되는 스프링 계수를 사용할때 그 반복횟수는 4-5회정도이면 공학적으로 사용할 수 있는 값을 나타내어, 50회의 반복 결과의 1% 미만의 오차를 나타냈다.
- (4) 수렴 속도는 영향 행렬의 모양에 좌우됨이 확인되었다.



(a) 기동 고정등분포 접지압 경우 휨모멘트



(b) 연속/집중스프링 변화접지압 경우 휨모멘트

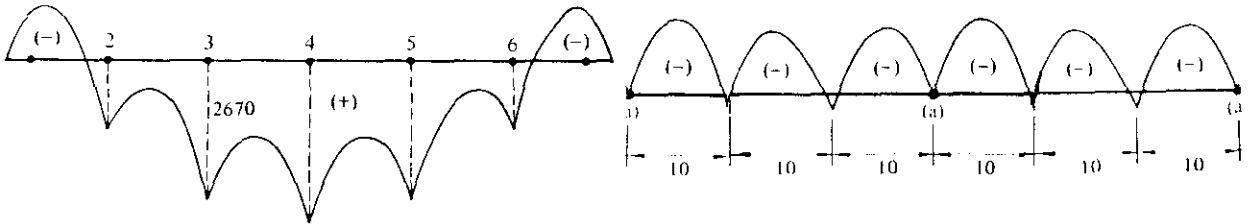


(c) 중앙점 힌지경우 휨모멘트

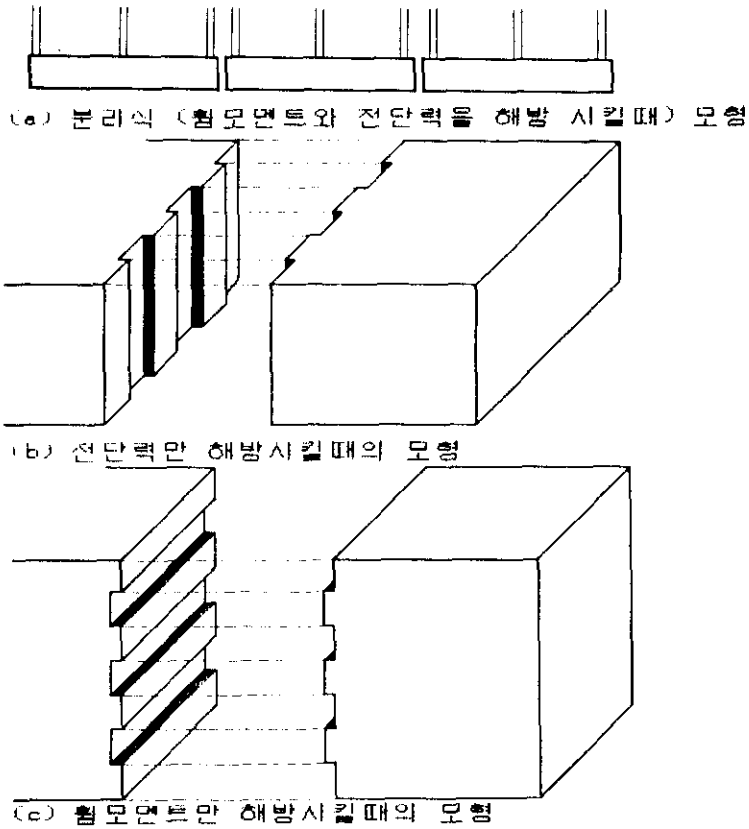
그림 6. 결과 비교

5. Pontoon 식 기초에 적용되었을 때의 응력분포

일반적으로 양단집지반이 클때의 모멘트분포는 그림 7과같이 중앙이 크게 나타난다. 이 점을 개선하기 위한 방법으로 Zeevaert 가 제시한 바와 같이 특히 간 아파트의 Expansion Joint 와 같은 곳에서 그림 8과 같이 기초를 분리하거나 힌지를 두어 모멘트를 줄일수 있는 방법이 Pontoon 식 방법이다. 이 결과를 비교해 보면 전단력을 해방(release)시킬때에는 (그림 8(b)경우) 휨모멘트의 감소가 적고 힌지로 모멘트를 해방시키면 (그림 8(c) 경우)모멘트와 더불어 전단력도 줄어든다.



(a) 연속 기초의 휨모멘트 (b) 3및 5점점에 힌지를 둘때의 휨모멘트
그림 7. Pontoon 식 기초의 모멘트 분포



(a) 분리의식 (휨모멘트와 전단력을 해방 시킬때) 모형

(b) 전단력만 해방시킬때의 모형

(c) 휨모멘트만 해방시킬때의 모형

그림 8. Pontoon 식 기초의 유형

6. 결론

본 연구는 다음과 같이 요약 할수 있다.

- (1) 본 해석방법의 특징은 연속스프링을 적용하여 집중스프링에 의한 해석시보다 부재를 크게 해서 해석 할수 있다.
- (2) 기초프로그래밍으로서 여러번의 중간 수작업을 거쳐 반복하던것을 사동으로 반복시킴으로서 속도와 정확도를 높일수 있다.
- (3) 연속스프링을 사용함으로써 집중스프링을 사용했을때보다 전단력 변위를 실제로 접근하여 구할수 있는 결과를 얻었다.

추가 연구 해야할 사항을 나열하면

- (1) 영향행렬 결정에서 특별한 지반 조사나 다른 큰 F.E.M. 프로그램에의하지 아니하면 적절한 영향행렬을 결정할수 있는 방법의 제시
- (2) Pontoon식 기초의 Plastic moment를 고려한 해석(비선형 해석)방법의 연구

7. 참고 문헌

- 1) 홍 성 목 : 기초지반의 지지력분포와 기초구조의 응력분포에 대한연구 대한 건축 학회지 : 76년 6월호
- 2) Zeevaert, Leonardo : Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, VNRCO. N.Y. 1972.
- 3) Bowles, J.E. : Foundation analysis and design, McGraw-Hill Co. N.Y. 1967
- 4) Borland : TURBO PASCAL Version 3.0 reference manual, 1983
- 5) C.K. Wang : intermediate structural Analysis, McGraw-Hill, 1983

8. 부록

프로그래밍 및 결과출력을 첨부한다.

```

program pontoon(input,output);

const
  dn=2;      {dof per node}
  de=4;      {dof per element}
  db=4;      {band width}
  nemax=30;  {maximum element}
  npmax=31;  {maximum node}
  demax=62;  {maximum dof}
  epsphi=1.e-6; {minimum phi}
  itermax=50; {maximum iteration}

type
  index=1..de;
  size=1..nemax;
  dmtrx=array[index,index] of real;
  dvect=array[index] of real;
  tmtrx=array[1..demax,1..db] of real;
  tvect=array[1..demax] of real;
  dlist=array[index] of integer;
  emtrx=array[size,size] of real;
  evect=array[size] of real;
  elist=array[size] of integer;
  pvect=array[1..npmax] of real;
  name=string[80];
  fname=string[15];

var
  ss : dmtrx;
  fs,ds : dvect;
  locator : dlist;
  st : tmtrx;
  ft,displ : tvect;
  i,j,k : integer;
  dt,np,ne,spos : integer;
  flag,pkflag : boolean;
  pk : string[10];
  width,fsigma,slensigma,qavr : real;
  ei,slen,term : evect;
  encode : elist;
  py,moment : pvect;
  qa,qaa,deltn,kn,deltc,rn : evect;
  a : emtrx;
  title : name;
  fileinput,fileoutput : fname;
  inpt,outpt : text;
  key : char;
  maxiter,iter : integer;
  outflag : array[1..itermax] of boolean;

```

```

procedure read_data
(var ne:integer; var width:real; var slen,ei,term :evect;
 var v,m:pvect; var title:name; var pkflag:boolean);
var
  i :integer;
  py,moment : real;

begin
  readln(inpt,title);
  readln(inpt,ne,width,pk);
  if ne>nemax then begin
    writeln('no. of element too large !!!');
    halt;
  end;
  pkflag:=upcase(pk[2])='P';
  for i:=1 to ne do
    readln(inpt,slen[i],ei[i],endcode[i],term[i]);
  for i:=1 to ne+1 do begin v[i]:=0; m[i]:=0; end;
  readln(inpt,i,py,moment);
  while i>0 do
    begin
      v[i]:=py; m[i]:=moment;
      readln(inpt,i,py,moment);
    end;
  read(inpt,maxiter);
  if maxiter>itermax then
    begin
      writeln('iteration too much');
      halt;
    end;
  for i:=1 to maxiter do outflag[i]:=false;
  while not eoln(inpt) do
    begin
      read(inpt,i);
      outflag[i]:=true;
    end;
  outflag[maxiter]:=true;
  close(inpt);
end;

procedure print_data
(ne:integer; width:real; slen,ei,term :evect; v,m:pvect;
 title:name; filename:fname);
var i :integer;

begin
  writeln(outpt,#12,title);  writeln(outpt);
  writeln(outpt,'file      name : ',filename);
  writeln(outpt,'no of element : ',ne);
  writeln(outpt,'element width : ',width:12:3);
  if pkflag then writeln(outpt,'point spring is applied at nodes')
    else writeln(outpt,'contineous spring under elements');

```

```

writeln(outpt);
writeln(outpt,'element#      length      EI      endcode      i
for i:=1 to ne do
  writeln(outpt,i:5,slen[i]:13:3,'      ',ei[i]:10,endcode[i]:8,
            ',term[i]:10);

writeln(outpt);
writeln(outpt,'joint#      force-y      moment');
for i:=1 to ne+1 do writeln(outpt,i:4,v[i]:15:3,m[i]:13:3);
writeln(outpt);
writeln(outpt,'total no. of iteration : ',maxiter);
writeln(outpt);
end;

procedure matmult(var a : emtrx; var b,c:evect; n:integer);
var
  i,j,k:integer;
  work:real;
begin
  for i:=1 to n do
    begin
      work:=0.0;
      for j:=1 to n do
        work:=work+a[i,j]*b[j];
      c[i]:=work;
    end;
  end;

procedure matmult2(var a : dmtrx; var b,c:dvect; n:integer);
var
  i,j,k:integer;
  work:real;
begin
  for i:=1 to n do
    begin
      work:=0.0;
      for j:=1 to n do
        work:=work+a[i,j]*b[j];
      c[i]:=work;
    end;
  end;

```

```

procedure make_ss(ei,sln,skf:real; endcode:integer; var ss:dmtrx);
var
  phi,sn,snh,cs,cs,w1,w2:real;
  t1,t2,t3,t4,t5,t6:real;
  i:integer;

procedure end_release(var ss:dmtrx; code:integer);
var
  i,j:integer;
  w:dvect;
  q:real;
begin
  for i:=1 to de do w[i]:=ss[code,i];
  for i:=1 to de do
    begin
      q:=ss[i,code]/w[i];
      for j:=1 to de do ss[i,j]:=ss[i,j]-q*w[j];
    end;
  end;

begin
  if pkflag then phi:=0 else phi:=sln*sqrt(sqrt(skf/(4.0*ei)/sln));
  if phi>epsphi then
    begin
      sn:=sin(phi);      cs:=cos(phi);
      w1:=exp(phi)/2.;   w2:=0.25/w1;
      snh:=w1-w2;       csh:=w1+w2;
      w1:=phi/sln;
      w2:=2.0*ei*w1/(snh*snh-sn*sn);
      t1:=w2*(snh*csh-sn*cs);
      t2:=w2*(sn*csh-cs*snh);
      w2:=w2*w1;
      t5:=w2*(snh*snh+sn*sn);
      t6:=w2*2*sn*snh;
      w2:=w2*w1*2;
      t3:=w2*(sn*cs+snh*csh);
      t4:=w2*(sn*csh+cs*snh);
    end else
    begin
      t2:=2.0*ei/sln;
      t1:=t2*2.0;
      t5:=t2*3.0/sln;
      t6:=t5;
      t3:=t5*2.0/sln;
      t4:=t3;
    end;
  ss[1,1]:= t3;  ss[1,2]:= t5;  ss[1,3]:=-t4;  ss[1,4]:= t6;
  ss[2,1]:= t5;  ss[2,2]:= t1;  ss[2,3]:=-t6;  ss[2,4]:= t2;
  ss[3,1]:=-t4;  ss[3,2]:=-t6;  ss[3,3]:= t3;  ss[3,4]:=-t5;
  ss[4,1]:= t6;  ss[4,2]:= t2;  ss[4,3]:=-t5;  ss[4,4]:= t1;
  for i:=1 to 2 do if (i and endcode)>0 then end_release(ss,i);
end;

```

```

procedure clear_st(var st:tmtrx; dt,db:integer);
  var i,j:integer;
  begin
    for i:=1 to dt do
      begin
        for j:=1 to de do
          st[i,j]:=0.0;
        end;
      end;
end;

procedure assemble(ss:dmtrx; locator:dlist; var st:tmtrx);
  var
    ii,jj : index;
    i,j : integer;
  begin
    for ii:=1 to de do
      begin
        i:=locator[ii];
        for jj:=ii to de do
          begin
            j:=locator[jj];
            st[i,j-i+1]:=st[i,j-i+1]+ss[ii,jj];
          end;
        end;
      end;
end;

procedure bandsol (var st:tmtrx; var displ:tvect; var dt:integer;
                   db:integer; var spos:integer);
  var
    i,j,k,m:integer;
    w:real;
  label 99;
  begin
    spos:=0;

    for i:=1 to dt-1 do
      begin
        if st[i,1]<=0.0 then begin spos:=i; goto 99; end;
        m:=i+db-1; if m>dt then m:=dt;
        for j:=i+1 to m do
          begin
            w:=st[i,j-i+1]/st[i,1];
            if w<>0.0 then
              begin
                for k:=j to m do
                  st[j,k-j+1]:=st[j,k-j+1]-w*st[i,k-i+1];
                  displ[j]:=displ[j]-w*displ[i];
                end;
              end;
            end;
          end;
        end;
      end;
end;

```

```

    displ[dt]:=displ[dt]/st[dt,1];
    for j:=1 to dt-1 do
        begin
            i:=dt-j;
            w:=displ[i];
            m:=i+db-1; if m>dt then m:=dt;
            for k:=i+1 to m do
                w:=w-displ[k]*st[i,k-i+1];
            displ[i]:=w/st[i,1];
        end;
    99;
end;

procedure print_ss(t:name; ss:dmtx; n:integer);
var i,j:index;
begin
    writeln(outpt,t); writeln(outpt);
    for i:=1 to n do
        begin
            for j:=1 to n do
                begin
                    write(outpt,ss[i,j]:19:5);
                end;
            writeln(outpt);
        end;
    writeln(outpt);
end;

procedure print_st(t:name; st:tmtrx; dt,db:integer);
var i,j:integer;
begin
    writeln(outpt,t); writeln(outpt);
    for i:=1 to dt do
        begin
            write(outpt,i:5);
            for j:=1 to db do
                write(outpt,st[i,j]:15:2);
            writeln(outpt);
        end;
    writeln(outpt);
end;

```

```

procedure print_evect(t:name; vector:evect; n:integer);
  var i:integer;
  begin
    writeln(outpt,t); writeln(outpt);
    for i:=1 to n do
      writeln(outpt,i:5,' ',vector[i]:12);
    writeln(outpt);
  end;

procedure print_ft(t:name; ft:tvect; dt:integer);
  var i:integer;
  begin
    writeln(outpt,t); writeln(outpt);
    for i:=1 to np do
      writeln(outpt,i:5,' ',ft[i*2-1]:12,' ',ft[i*2]:12);
    writeln(outpt);
  end;

procedure print_result;
  var
    i,j: integer;
    ss : dmtrx;
    ds,fs : dvect;
  begin
    writeln(outpt,#10'>>>> iteration # ',iter); writeln(outpt);
    writeln(outpt,'band#      Qa      deltn      Kn      Rn
      Qn');
    for i:=1 to ne do
      writeln(outpt,i:3,qa[i]:13:7,deltn[i]:11:4,kn[i]:11:4,
        rn[i]:11:4,deltc[i]:11:4,qa[i]:13:7);
      writeln(outpt);
    writeln(outpt,'band#      displ      rotatn      shear/left moment/lef
moment/right');
    for i:=1 to ne do
      begin
        make_ss(ei[i],slen[i],kn[i],endcode[i],ss);
        for j:=1 to de do
          ds[j]:=displ[i+i-2+j];
          matmult2(ss,ds,fs,de);
          write(outpt,i:3,displ[i+i-1]:11:4,displ[i+i]:11:5);
          for j:=1 to de do write(outpt,fs[j]:12:3);
          writeln(outpt);
        end;
      writeln(outpt,np:3,displ[dt-1]:11:4,displ[dt]:11:5);
    end;
  end;

```



```

{ main program }
begin
  clrscr;
  writeln(' <<< PONTOON FOUNDATION ANALYSIS >>>');
  if paramcount>=1 then fileinput:=paramstr(1)
    else fileinput:='con.';
  if paramcount>=2 then fileoutput:=paramstr(2)
    else fileoutput:='con.';
  if pos('.',fileinput)=0 then fileinput:=fileinput+'.dat';
  if pos('.',fileoutput)=0 then fileoutput:=fileoutput+'.prn';
  assign(inpt,fileinput); reset(inpt);
  assign(outpt,fileoutput); rewrite(outpt);

  { setup problem }
  read_data(ne,width,slen,ei,term,py,moment,title,pkflag);
  print_data(ne,width,slen,ei,term,py,moment,title,fileinput);

  np:=ne+1;
  dt:=np*dn;

  { average uniform load }
  fsigma:=0;
  for i:=1 to np do
    fsigma:=fsigma+py[i];
  slensigma:=0;
  for i:=1 to ne do
    slensigma:=slensigma+slen[i];

  qavr:=fsigma/slensigma/width;
  for i:=1 to ne do
    qa[i]:=qavr;

  { set force vector }
  for i:=1 to np do
  begin
    ft[i*2-1]:=py[i];
    ft[i*2 ]:=moment[i];
  end;

  { set influence matrix }
  for i:=1 to ne do
  begin
    for j:=1 to ne do
      a[i,j]:=term[abs(i-j)+1];
    end;
  end;

```

```

for iter:=1 to maxiter do
begin
  writeln('iteration ',iter);

  { soil displacement by qa }
  matmult(a,qa,deltn,ne);

  { determine foundation modulus}
  for i:=1 to ne do
    kn[i]:=qa[i]*slen[i]*width/deltn[i];

  { assembly of stiffness }
  clear_st(st,dt,db);
  for i:=1 to ne do
    begin
      make_ss(ei[i],slen[i],kn[i],endcode[i],ss);
      if pkflag then
        begin
          ss[1,1]:=ss[1,1]+kn[i]/2;
          ss[3,3]:=ss[3,3]+kn[i]/2;
        end;
      for j:=1 to de do locator[j]:=i*2+j-2;
      assemble(ss,locator,st);
    end;

  { simultaneous equation solution }
  for i:=1 to dt do displ[i]:=ft[i];
  bandsol(st,displ,dt,db,spos);
  if spos>0 then
    begin
      writeln('total stiffness is singular in dof ',spos);
      print_st('assembled stiffness',st,dt,db);
      halt;
    end;

  { iteration results }
  for i:=1 to ne do
    begin
      deltc[i]:=(displ[i*2-1]+displ[i*2+1])/2.0;
      rn[i]:=kn[i]*deltc[i];
      qa[i]:=rn[i]/slen[i]/width;
    end;

  { output interim value }
  if outflag[iter] then print_result;

  { prepare for next iteration }
  for i:=1 to ne do qa[i]:=qa[i];
end;
end.

```

EXAMPLE PROBLEM OF PONTON FOUNDATION #2

file name : ptf.dat
 no of element : 6
 element width : 1200.000
 contineous spring is applied under elements

element#	length	EI	endcode	influece-term
1	1000.000	5.670E+013	0	9.445E+003
2	1000.000	5.670E+013	0	1.508E+003
3	1000.000	5.670E+013	0	2.410E+002
4	1000.000	5.670E+013	0	5.500E+001
5	1000.000	5.670E+013	0	1.500E+001
6	1000.000	5.670E+013	0	7.000E+000

joint#	force-y	moment
1	-600.000	0.000
2	-1200.000	0.000
3	-1200.000	0.000
4	-1200.000	0.000
5	-1200.000	0.000
6	-1200.000	0.000
7	-600.000	0.000

total no. of iteration : 7

>>>> iteration # 1

band#	Qa	deltan	Kn	Rn	deltc	Qn
1	-0.0010000	-11.2710	106.4679	-1309.1903	-12.2966	-0.0010910
2	-0.0010000	-12.7720	93.9555	-1155.4131	-12.2974	-0.0009628
3	-0.0010000	-12.9980	92.3219	-1135.4093	-12.2984	-0.0009462
4	-0.0010000	-12.9980	92.3219	-1135.4093	-12.2984	-0.0009462
5	-0.0010000	-12.7720	93.9555	-1155.4131	-12.2974	-0.0009628
6	-0.0010000	-11.2710	106.4679	-1309.1903	-12.2966	-0.0010910

band#	displ	rotatn	shear/left	moment/left	shear/right	moment/right
1	-12.2963	0.00000	-600.000	0.000	-709.174	54582.456
2	-12.2968	-0.00000	-490.826	-54582.456	-664.585	141451.845
3	-12.2981	-0.00000	-535.415	-141451.845	-600.000	173739.504
4	-12.2987	0.00000	-600.000	-173739.504	-535.415	141451.845
5	-12.2981	0.00000	-664.585	-141451.845	-490.826	54582.456
6	-12.2968	0.00000	-709.174	-54582.456	-600.000	0.000
7	-12.2963	-0.00000				

>>>> iteration # 7

band#	Qa	deltan	Kn	Rn	deltc	Qn
1	-0.0011182	-12.2808	109.2676	-1341.9736	-12.2815	-0.0011183
2	-0.0009406	-12.2851	91.8803	-1128.6116	-12.2835	-0.0009405
3	-0.0009411	-12.2842	91.9342	-1129.4191	-12.2851	-0.0009412
4	-0.0009411	-12.2842	91.9342	-1129.4191	-12.2851	-0.0009412
5	-0.0009406	-12.2851	91.8803	-1128.6116	-12.2835	-0.0009405
6	-0.0011182	-12.2808	109.2676	-1341.9736	-12.2815	-0.0011183

band#	displ	rotatn	shear/left	moment/left	shear/right	moment/right
1	-12.2807	-0.00000	-600.000	0.000	-741.958	70962.846
2	-12.2824	-0.00000	-458.042	-70962.846	-670.571	177210.033
3	-12.2846	-0.00000	-529.429	-177210.033	-600.000	212488.148
4	-12.2855	0.00000	-600.000	-212488.148	-529.429	177210.033
5	-12.2846	0.00000	-670.571	-177210.033	-458.042	70962.846
6	-12.2824	0.00000	-741.958	-70962.846	-600.000	-0.000
7	-12.2807	0.00000				

EXAMPLE PROBLEM OF PONTOON FOUNDATION #2

file name : ptf.dat
 no of element : 6
 element width : 1200.000
 contineous spring is applied under elements

element#	length	EI	endcode	influece-term
1	1000.000	5.670E+013	0	9.445E+003
2	1000.000	5.670E+013	0	1.508E+003
3	1000.000	5.670E+013	0	2.410E+002
4	1000.000	5.670E+013	2	5.500E+001
5	1000.000	5.670E+013	0	1.500E+001
6	1000.000	5.670E+013	0	7.000E+000

joint#	force-y	moment
1	-600.000	0.000
2	-1200.000	0.000
3	-1200.000	0.000
4	-1200.000	0.000
5	-1200.000	0.000
6	-1200.000	0.000
7	-600.000	0.000

total no. of iteration : 7

>>>> iteration # 1

band#	Qa	deltn	Kn	Rn	deltc	Qn
1	-0.0010000	-11.2710	106.4679	-1230.1014	-11.5537	-0.0010251
2	-0.0010000	-12.7720	93.9555	-1158.9208	-12.3348	-0.0009658
3	-0.0010000	-12.9980	92.3219	-1211.0267	-13.1174	-0.0010092
4	-0.0010000	-12.9980	92.3219	-1211.0267	-13.1174	-0.0010092
5	-0.0010000	-12.7720	93.9555	-1158.9208	-12.3348	-0.0009658
6	-0.0010000	-11.2710	106.4679	-1230.1014	-11.5537	-0.0010251

band#	displ	rotatn	shear/left	moment/left	shear/right	moment/right
1	-11.1636	-0.00078	-600.000	-0.000	-630.083	8118.829
2	-11.9438	-0.00078	-569.917	-8118.829	-588.989	11532.958
3	-12.7257	-0.00078	-611.011	-11532.958	-600.000	0.000
4	-13.5092	-0.00078	-600.000	0.000	-611.011	11532.958
5	-12.7257	0.00078	-588.989	-11532.958	-569.917	8118.829
6	-11.9438	0.00078	-630.083	-8118.829	-600.000	-0.000
7	-11.1636	0.00078				

>>>> iteration # 7

band#	Qa	deltn	Kn	Rn	deltc	Qn
1	-0.0010360	-11.5323	107.8026	-1243.2908	-11.5330	-0.0010361
2	-0.0009442	-12.3318	91.8841	-1132.9400	-12.3301	-0.0009441
3	-0.0010198	-13.1278	93.2172	-1223.8163	-13.1287	-0.0010198
4	-0.0010198	-13.1278	93.2172	-1223.8163	-13.1287	-0.0010198
5	-0.0009442	-12.3318	91.8841	-1132.9400	-12.3301	-0.0009441
6	-0.0010360	-11.5323	107.8026	-1243.2908	-11.5330	-0.0010361

band#	displ	rotatn	shear/left	moment/left	shear/right	moment/right
1	-11.1349	-0.00080	-600.000	-0.000	-643.272	14482.537
2	-11.9312	-0.00080	-556.728	-14482.537	-576.199	18109.359
3	-12.7290	-0.00080	-623.801	-18109.359	-600.000	-0.000
4	-13.5283	-0.00080	-600.000	0.000	-623.801	18109.359
5	-12.7290	0.00080	-576.199	-18109.359	-556.728	14482.537
6	-11.9312	0.00080	-643.272	-14482.537	-600.000	-0.000
7	-11.1349	0.00080				