

FH FSK 通信方式의 性能檢討에 關한 研究

84329

○ 河 晉 九 韓 榮 烈
漢陽大學校 電子通信工學科

Performance Analysis of FH FSK System

Jin Gu Ha Young Yeul Han

Han Yang University

ABSTRACT

This paper shows that the error probabilities for coherent and noncoherent BFSK systems combined with FH(Frequency Hopping) in the presence of single channel tone interference.

The performance is developed as functions of the signal to noise ratio(SNR) and jamming to noise ratio(JNR).

A specific results for two phases of $\pi/4$ and $\frac{\pi}{2}$ is obtained.

1. 序 論

본 논문은 FH FSK통신방식에서 잡음과 인위적인 간섭이 주어졌을 경우 FH FSK를 복조하는 과정에서 동기 방식과 바동기 방식을 설명하고 이에 대한 성능을 해석적으로 검토하였다.

2. coherent FH FSK 方式

coherent FH FSK 방식의 복조기는 그림 1과 같다.

$$S_{i1}(t) = \sqrt{2S_0} \cos(W_{k1} + W_{i1})t, \quad iT < t \leq (i+1)T$$

여기서 $W_{k1} = W_c + \Delta W_{k1}$, S_0 는 신호의 power, $W_c/2\pi$ 는 반송파 주파수이고 $\Delta W_{k1}/2\pi$ 는 PN code의 hopping sequence에 대응되는 주파수이다.

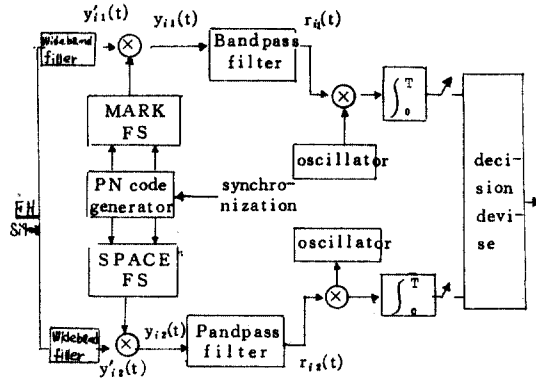


그림 1. coherent FH FSK 복조기

$$J_{i1}(t) = \sqrt{2J_0} \cos\{(W_{k1} + W_j)t + \phi\}$$

J_0 는 간섭파의 power, $W_j/2\pi$ 는 간섭 주파수

$$y'_{i1}(t) = S_{i1}(t) + J_{i1}(t)$$

송신기와 수신기의 동기가 동기회로에 의해 정확하게 이루어 졌다면 dehopped signal은 local PN code 발생기에 의해 생성되는 hopping pattern에 따라 구하여진다. dehopped signal $y_{i1}(t)$ 는

$$\begin{aligned} y_{i1}(t) &= y'_{i1}(t) \cdot \sqrt{2} \cos W_{k1}t \\ &= \sqrt{2S_0} \{ \cos(2W_{k1}t + W_{i1}t) + \cos W_{i1}t \} \\ &\quad + J_0 \{ \cos(2W_{k1}t + W_jt + \phi) + \cos(W_jt + \phi) \} \end{aligned}$$

여기서 간섭주파수 W_j 가 신호주파수 W_{k1} 에 hit된 경우 $W_j = W_{k1}$

따라서 bandpass filter를 통과한 신호 $r_1(t)$ 는

$$r_i(t) = \sqrt{S_0} \cos W_{i1}t + \sqrt{J_0} \cos(W_{i1}t + \phi)$$

$$= \sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t + \psi),$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{J_0}}{\sqrt{S_0} + \sqrt{J_0} \cos \phi}$$

같은 방법으로 space 신호에 대한 $r_i(t)$ 는 간섭과
가 없는 경우이므로

$$r_i(t) = \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t$$

신호의 유무를 판별하기 위하여 신호를 보낸 경우를
가설 H_1 , 신호를 보내지 않은 경우를 가설 H_0 에
대응시키면

$$r_i(t_k) = \sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t_k + \psi) + n(t_k); H_1$$

$$r_i(t_k) = \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t_k + n(t_k) ; H_0$$

$r_i(t_k)$ 는 $t = t_k$ 일때의 sample 값, likelihood
ratio $A[r(t_k)]$ 는

$$A[r(t_k)] = \frac{P(r_i(t_k)/H_1)}{P(r_i(t_k)/H_0)}$$

먼저 가설 H_1 에 대한 $P(r_i(t_k))$ 를 구해보면
 $r_i(t_k)$ 는 Gaussian 확률분포를 가지므로 평균값

$$E\{r_i(t_k)/H_1\} = \sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t_k + \psi)$$

$$\text{분산 } \sigma_r^2/H_1 = \sigma_n^2 = N$$

N 은 noise 의 power density

가설 H_0 에 대한 $P(r_i(t_k))$ 를 구하면

$$\text{평균값 } E\{r_i(t_k)/H_0\} = \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t_k$$

$$\text{분산 } \sigma_r^2/H_0 = \sigma_n^2 = N$$

따라서

$$P(r_i(t_k)/H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{[r_i(t_k) - \{\sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t_k + \psi)\}]^2}{2\sigma_n^2}}$$

$$P(r_i(t_k)/H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{[r_i(t_k) - \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t_k]^2}{2\sigma_n^2}}$$

각 sample 된 값의 확률밀도 함수가 서로 독립적
이라고 하면

$$A[r(t)] = \frac{P(\mathbf{r}(t_k)/H_1)}{P(\mathbf{r}(t_k)/H_0)}$$

$$\frac{\ell}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{[r_i(t_k) - \{\sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t_k + \psi)\}]^2}{2\sigma_n^2}}$$

$$= \frac{\ell}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{[r_i(t_k) - \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t_k]^2}{2\sigma_n^2}}$$

양변에 자연대수를 취하고 Time interval T 동안에
sample 된 값을 무한대로 취하면

$$\ell_n A[r(t)] = \frac{1}{\sigma_n^2} \int_0^T r_i(t) \left\{ \sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t + \psi) \right\} dt$$

$$- \frac{1}{\sigma_n^2} \int_0^T r_i(t) \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t dt + \frac{1}{2\sigma_n^2} \int_0^T S_0 \cos^2 W_{i2}t dt$$

$$- \frac{1}{2\sigma_n^2} \int_0^T (S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0) \cos^2(W_{i1}t + \psi) dt$$

decision rule 을 적용하면

$$\ell_n A[r(t)] \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \ell_n \eta$$

$$\eta = \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}$$

A priori probabilities P_0, P_1 을 $1/2$,

$C_{00} = C_{11} = 0, C_{01} = C_{10} = 1$ 로 놓으면 $\eta = 1$,
따라서

$$\int_0^T r_i(t) \left\{ \sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t + \psi) \right\} dt$$

$$- \int_0^T r_i(t) \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t dt + \frac{1}{2} \int_0^T S_0 \cos^2 W_{i2}t dt$$

$$- \frac{1}{2} \int_0^T (S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0) \cos^2(W_{i1}t + \psi) dt \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 0$$

$$\times \int_0^T r_i(t) \left\{ \sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \cos(W_{i1}t + \psi) \right\} dt$$

$$- \int_0^T r_i(t) \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t dt + \frac{1}{2} \int_0^T S_0 \cos^2 W_{i2}t dt$$

$$- \frac{1}{2} \int_0^T (S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0) \cos^2(W_{i1}t + \psi) dt$$

error 확률 P_e 는

$$P_e = P_0 \int_0^\infty P(x/H_0) dx + P_1 \int_{-\infty}^0 P(x/H_1) dx$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{x/H_0}} e^{-\frac{(x - E\{x/H_0\})^2}{2\sigma_{x/H_0}^2}} dx + \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{x/H_1}} e^{-\frac{(x - E\{x/H_1\})^2}{2\sigma_{x/H_1}^2}} dx \\
E\{x/H_0\} &= E\left\{ \int_0^T [\sqrt{S_0} \cos W_{i1}t + n(t)] [\sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0}] \right. \\
&\quad \cdot \cos(W_{i1}t + \phi) dt \\
&\quad - \int_0^T [\sqrt{S_0} \cos W_{i2}t + n(t)] \sqrt{S_0} \cos W_{i2}t dt \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \int_0^T S_0 \cos^2 W_{i1}t dt - \frac{1}{2} \int_0^T (S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0) \right. \\
&\quad \left. \cdot \cos^2 (W_{i1}t + \phi) dt \right\} \\
&= -S_0 T/4 - (S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0) T/4
\end{aligned}$$

$$\sigma_{x/H_0}^2 = \frac{N}{2} (2S_0 T + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0 T)$$

$$E\{x/H_1\} = S_0 T/4 + (S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0) T/4$$

$$\sigma_{x/H_1}^2 = \sigma_{x/H_0}^2, \text{ 따라서}$$

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty -E\{x/H_0\} e^{-t^2} dt$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} \sqrt{2 \left(\frac{S_0 T}{N_0} \right) + \left(\frac{J_0 T}{N_0} \right) + 2 \sqrt{\frac{S_0 T}{N_0} \frac{J_0 T}{N_0} \cos \phi}} \right) \right\}$$

3. Noncoherent FH FSK 방식

Noncoherent FH FSK 방식의 복조기는 그림 2와 같다.

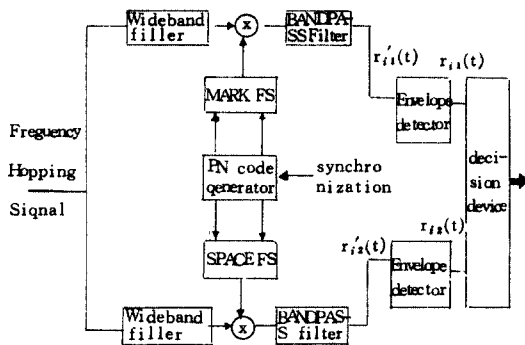


그림 2. Noncoherent FH FSK 복조기

Bandpass filter를 통과한 신호

$$\begin{aligned}
r_{i1}(t) &= \sqrt{S_0} \cos W_{i1}t + \sqrt{J_0} \cos (W_{i1}t + \phi) \\
&\quad + n_{r1} \cos W_{i1}t - n_{r1} \sin W_{i1}t \\
&= \sqrt{[\sqrt{S_0} + \sqrt{J_0} \cos \phi + n_{r1}]^2 + [\sqrt{J_0} \sin \phi + n_{r1}]^2} \cos (W_{i1}t + \theta_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_{i2}(t) &= n_{r2} \cos W_{i2}t - n_{r2} \sin W_{i2}t \\
&= \sqrt{n_{r2}^2 + n_{r2}^2} \cos (W_{i2}t + \theta_2)
\end{aligned}$$

t = t_s 일때의 envelope 의 sample 값은

$$r_{i1}(t) = \sqrt{[\sqrt{S_0} + \sqrt{J_0} \cos \phi + n_{r1}]^2 + [\sqrt{J_0} \sin \phi + n_{r1}]^2}$$

$$r_{i2}(t) = \sqrt{n_{r2}^2 + n_{r2}^2}$$

envelope r_{i1}(t) 의 확률분포 함수를 극좌표 r_1, \theta 에 관하여 표시하면

$$\begin{aligned}
P(r_1, \theta) &= \frac{r_1}{2\pi N} e^{-\frac{r_1^2 - 2 \cos \theta \{ \sqrt{S_0} + \sqrt{J_0} \cos \phi \} r_1 - 2 \sin \theta \sqrt{J_0} \sin \phi \cdot r_1}{2N}} \\
&\quad \cdot e^{-\frac{[\sqrt{S_0} + \sqrt{J_0} \cos \phi]^2 + [\sqrt{J_0} \sin \phi]^2}{2N}}
\end{aligned}$$

$$P(r_1) = \int_0^{2\pi} P(r_1, \theta) d\theta$$

$$= \frac{r_1}{N} e^{-\frac{r_1^2 + S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0}{2N}} I_0 \left(\frac{r_1}{N} \sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0} \right)$$

P(r_2) 는 S_0 = J_0 = 0 인 경우이므로

$$P(r_2) = \frac{r_2}{N} e^{-\frac{r_2^2}{2N}}$$

S_{i1}(t) 를 보냈을 때 error 가 일어날 확률

$$\begin{aligned}
P(E/1) &= \int_0^\infty P(r_1) \left[\int_{r_2=r_1}^\infty P(r_2) dr_2 \right] dr_1 \\
&= Q \left(0, \frac{\sqrt{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0}}{\sqrt{2N}} \right) \\
&\quad - \frac{1}{2} e^{-\frac{S_0 + 2\sqrt{S_0 J_0} \cos \phi + J_0}{4N}}
\end{aligned}$$

한편 S_2(t) 를 보냈을 때 error 가 일어날 확률

$$\begin{aligned}
P(E/2) &= \int_0^\infty P(r_2) \left[\int_{r_1=r_2}^\infty P(r_1) dr_1 \right] dr_2 \\
&= Q \left(\sqrt{\frac{J_0}{2N}}, \sqrt{\frac{S_0}{2N}} \right) \\
&\quad - \frac{1}{2} e^{-\frac{S_0 + J_0}{4N}} I_0 \left(\frac{\sqrt{S_0 J_0}}{2N} \right)
\end{aligned}$$

따라서 전체 error 확률

$$P(E) = \frac{1}{2}P(E/1) + \frac{1}{2}P(E/2)$$

$$= \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{S_0}{N} + \frac{J_0}{N}\right) \left\{ e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S_0}{N}} \sqrt{\frac{J_0}{N}} \cos\phi} - I_0\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S_0}{N}} \sqrt{\frac{J_0}{N}}\right) \right\}} + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{1}{2}\frac{J_0}{N}}, \sqrt{\frac{1}{2}\frac{S_0}{N}}\right)$$

4. Simulation 결과

본 논문에서는 간섭파의 위상이 $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ 일때 그리고 jamming to noise ratio가 5dB일때, signal-to-noise ratio에 대하여 각각 P_e 를 구해보았다.

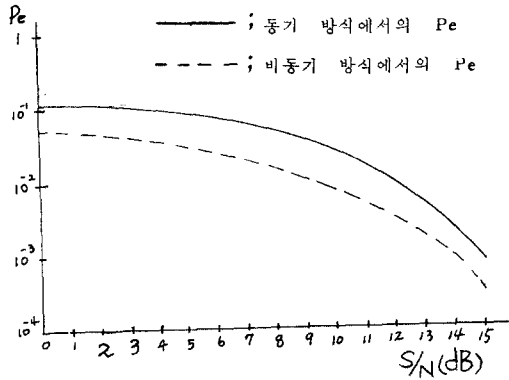


그림 3. $\phi = \pi/4, JNR = 5dB$

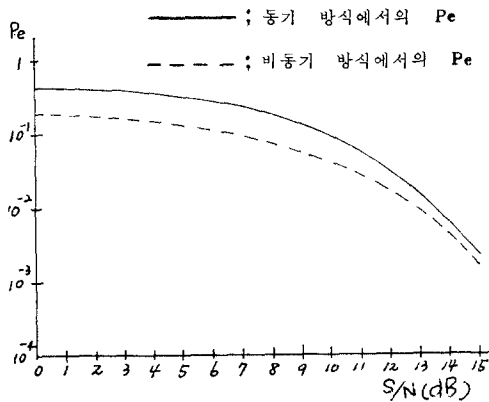


그림 4. $\phi = \pi/2, JNR = 5dB$

5. 結 論

본 논문에서 동기 방식과 비동기 방식의 error performance를 유도하여 보았다.

$JNR = 5dB, \phi = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ 에 대한 error probabilities를 구해본 결과 동기 방식의 성능이 비동기 방식보다 더 나음을 알 수 있었다.

參 考 文 獻

- <1> Van tree "Detection, Estimation, and Modulation Theory - Part 1." Wiley 1968
- <2> R.C Dixon "Spread Spectrum System" Wiley 1976
- <3> Marvin K. Simon and Andreas Polydoros "Coherent Detection of Frequency-Hopped Quadrature Modulations in the Presence of Jamming-Part I: QPSK and QASK Modulations." IEEE Trans. on Comm, VOL COM-29 NO. 11 NOV. 1981.
- <4> Don. J. Torrieri., "Principle of Military Communication System." Artech. 1981.
- <5> R.L Pickholz D.L Schilling and L.B Milstein "Theory of Spread-Spectrum Communications-A Tutorial." IEEE Trans. on Comm, VOL COM-30, NO. 5 MAY. 1982
- <6> Anthony D. Wallen, "Detection of Signals in Noise." Academic Press. 1971.