

간섭이 있는 채널에서의 Frequency Hopping Spread Spectrum Technique에 관한 연구

83333

* 김 성국
*한양대학교 대학원 전자통신공학과

*한 영렬
*한양대학교 전자통신공학과

A Study on the Performance of Frequency Hopping Spread Spectrum Technique in the presence of Interfering channel.

Sung Gug Kim Young Yeul Han
Dept. of Electronic Communication Engineering Han Yang University.

<ABSTRACT>

This paper is a study on the performance of ASK combined with Frequency-Hopping Spread Spectrum techniques in the presence of interfering channel with uniformly distributed frequency.

At first Likelihood Ratio Test is analyzed by means of Taylor series expansion, then Locally Optimum Bayes Receiver is constructed. And the error probability for this system is measured as the parameters of sampling number and SNR by using computer.

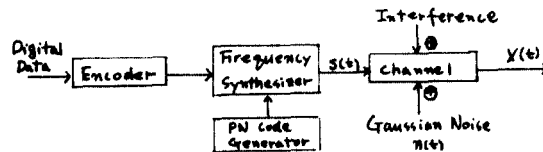
1. 서론.

통신에서는 송신편파 수신점 사이에 여러가지 간섭과 페이딩 및 잡음으로 소기의 목적을 방해받고 있다. 이러한 간섭 및 잡음을 피하기 위해서 근래에 상당한 호응을 얻고 있는 것이 Spread Spectrum System이다. 이 Spread Spectrum System에는 크게 Direct Sequence, Frequency Hopping, Time Hopping, 그리고 Radar에서 적용하고 있는 Chirp 등이 있다.

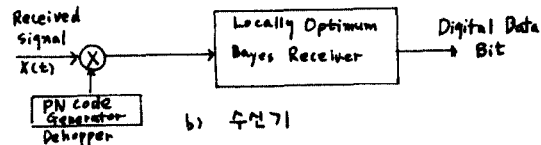
여기서는 FH-ASK에 의한 디지털 신호가 그 신호의 모든 주파수를 포함하고 있는 모든 범위에서 균일하게 간섭받고 있을때 Likelihood Ratio Test에 의해서 원하는 디지털 신호를 검출할 수 있는 Locally Optimum Bayes Receiver를 제시하며 이 수신장치의 Error Probability, P_e ,를 전자계산기에 의해 Sampling Number, N , 과 SNR에 대한 변수로 구하고 있다.

2. 본론.

(1) 시스템의 구성.



a) 송신기



b) 수신기

Fig.1. 시스템의 구성.

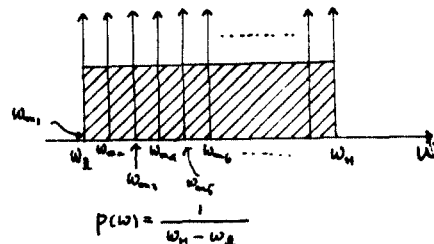


Fig.2. Hopping 주파수와 간섭 주파수의 확률분포.

$$\begin{cases} S_1(t) = A \cos \omega_m t \\ S_0(t) = 0 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T$$

$$X(t) \Rightarrow \begin{cases} X_1(t) = A \cos \omega_m t + a \cos \omega t + n(t) \\ X_0(t) = a \cos \omega t + n(t) \end{cases}$$

디지털 데이터는 Logic 0 과 Logic 1로 되어 있으며

Logic 1 은 $S_1(t)$, Logic 0 은 $S_0(t)$ 에 대응시켜 신호를 ASK로 발생시킨다. 여기서 W_m 은 Hopping Frequency로서 PN code에 의해서 Frequency Synthesizer를 통과해 발생된 주파수이다. 이 주파수는 PN code에 의해 일정한 주파수 범위내에서 Hopping하도록 되어 있다.

또한 채널에서의 간섭은 $a \cos \omega t$ 로 가정한다. 여기서 a 는 간섭의 amplitude이며 W 는 Hopping 주파수 W_m 을 모두 포함하는 범위의 주파수. 즉 $W_L \leq W \leq W_H$ 에서 $P(\omega) = \frac{1}{W_H - W_L}$ 의 Uniform density를 갖고 있다고 가정한다. 그리고 Gaussian Noise, $n(t)$,가 잡음으로 존재한다.

수신기에서는 Composite Hypothesis Test를 Likelihood Ratio Test로 수행하여 0과 1을 판정하는 LOBD를 구성한다.

(2) Analysis.

먼저 잡음과 간섭은 신호에 Additive하기 때문에 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\begin{cases} S_1(t) = A \cos \omega_m t + a \cos \omega t \\ S_0(t) = a \cos \omega t \end{cases}, 0 \leq t \leq T$$

$$P(\omega) = \frac{1}{W_H - W_L}, \begin{cases} W_H: \text{High Frequency} \\ W_L: \text{Low Frequency} \end{cases}$$

Composite Hypothesis Test를 Likelihood Ratio Test로 나타내면 다음과 같이 정리된다.

$$\Lambda(x) = \frac{\int_{H_1} P_1(x)}{\int_{H_0} P_0(x)} = \frac{\int_{H_1} \int P(x-s_1) P(\omega) P(a) da d\omega}{\int_{H_0} \int P(x-s_0) P(\omega) P(a) da d\omega}$$

$$\int_{H_1} \int_{H_0} K$$

위 식에서 a priori symmetric channel이라고 가정하면 $q_1 = q_0 = \frac{1}{2}$, $K=1$. 이를 생각할 수 있다.

그러므로

$$\Lambda(x) = \frac{P_1(x)}{P_0(x)} = \frac{\int \int P(x-s_1) P(\omega) P(a) da d\omega}{\int \int P(x-s_0) P(\omega) P(a) da d\omega} \int_{H_1} \int_{H_0} 1$$

분자와 분모에 Taylor 급수 전개를 $P(x)$ 를 중심으로 전개하면

$$\Lambda(x) = \frac{P_1(x)}{P_0(x)} \approx \frac{P(x) - \frac{N}{2} \frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i} \rangle_{a,\omega} + \frac{1}{2} \frac{N}{2} \frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i} \cdot S_{1i} \rangle_{a,\omega}}{P(x) - \frac{N}{2} \frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} \langle S_{0i} \rangle_{a,\omega} + \frac{1}{2} \frac{N}{2} \frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} \langle S_{0i} \cdot S_{0i} \rangle_{a,\omega}}$$

$$\int_{H_1} \int_{H_0} 1$$

여기서 $\langle \rangle_{a,\omega}$ 은 a 와 ω 에 대해 평균을 취한 것이며 Taylor 급수 전개에서 3차항 이상의 고차항은 신호가 상당히 작다고 가정하여 무시할 수 있다.

분자에 $P(x)$ 로 나누어 정리하면,

$$\frac{P_1(x)}{P(x)} \approx 1 - \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i} \rangle_{a,\omega} + \frac{1}{2} \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i} \cdot S_{1i} \rangle_{a,\omega}$$

$$- \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i} \cdot S_{1i} \rangle_{a,\omega} + \frac{1}{2} \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i}^2 \rangle_{a,\omega}$$

똑같이 $\frac{P_0(x)}{P(x)}$ 에 대해서도 행할 수 있다.

①식에서 $P_1(x) - P_0(x) \stackrel{H_1}{\underset{H_0}{\neq}} 0$ 이므로,

$$\therefore - \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i} \rangle_{a,\omega} + \frac{1}{2} \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{1i}^2 \rangle_{a,\omega}$$

$$- \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{0i} \rangle_{a,\omega} + \frac{1}{2} \frac{N}{2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \ln P(x)}{\partial x^2} \langle S_{0i}^2 \rangle_{a,\omega}$$

$$\cdot [\langle S_{1i}^2 \rangle_{a,\omega} - \langle S_{0i}^2 \rangle_{a,\omega}] \stackrel{H_1}{\underset{H_0}{\neq}} 0 \quad \text{--- ②}$$

②식에서 계수들은 다음으로 각각 얻어진다.

a 는 slow fading의 경우라고 가정하면 일정한 한 주기에서는 상수로 생각할 수 있다.

$$\langle S_{1i} \rangle_{a,\omega} = \frac{1}{W_H - W_L} \int_{W_L}^{W_H} (A \cos \omega_m t_i + a \cos \omega t_i) d\omega$$

$$= A \cos \omega_m t_i + \frac{a}{W_H - W_L} \cdot \frac{\sin \omega t_i - \sin \omega t_i}{t_i}$$

$$\langle S_{0i} \rangle_{a,\omega} = \frac{1}{W_H - W_L} \int_{W_L}^{W_H} a \cos \omega t_i d\omega$$

$$= \frac{a}{W_H - W_L} \cdot \frac{\sin \omega t_i - \sin \omega t_i}{t_i}$$

$$\langle S_{1i} \cdot S_{1i} \rangle_{a,\omega} = \frac{1}{W_H - W_L} \int_{W_L}^{W_H} (A \cos \omega_m t_i + a \cos \omega t_i) (A \cos \omega_m t_i + a \cos \omega t_i) d\omega$$

$$+ a \cos \omega t_i d\omega = A^2 \cos^2 \omega_m t_i + \frac{AA \cos \omega_m t_i}{W_H - W_L}$$

$$+ \frac{\sin \omega t_i - \sin \omega t_i}{t_i} + \frac{AA \cos \omega_m t_i}{W_H - W_L} \frac{\sin \omega t_i - \sin \omega t_i}{t_i}$$

$$+ \frac{\langle a^2 \rangle}{2(W_H - W_L)} \left[\frac{\sin \omega t_i (t_i + t_i) - \sin \omega t_i (t_i + t_i)}{t_i + t_i} + \frac{\sin \omega t_i (t_i - t_i) - \sin \omega t_i (t_i - t_i)}{t_i - t_i} \right]$$

$$\langle S_{0i} \cdot S_{0i} \rangle_{a,\omega} = \frac{1}{W_H - W_L} \int_{W_L}^{W_H} a^2 \cos^2 \omega t_i d\omega$$

$$= \frac{\langle a^2 \rangle}{2(W_H - W_L)} \left[\frac{\sin \omega t_i (t_i + t_i) - \sin \omega t_i (t_i + t_i)}{t_i + t_i} + \frac{\sin \omega t_i (t_i - t_i) - \sin \omega t_i (t_i - t_i)}{t_i - t_i} \right]$$

$$\langle S_{1i}^2 \rangle_{a,\omega} = \frac{1}{W_H - W_L} \int_{W_L}^{W_H} (A \cos \omega_m t_i + a \cos \omega t_i)^2 d\omega$$

$$= A^2 \cos^2 \omega_m t_i + \frac{2AA \cos \omega_m t_i}{W_H - W_L} \frac{\sin \omega t_i - \sin \omega t_i}{t_i}$$

$$+ \frac{\langle a^2 \rangle}{2(W_H - W_L)} \left[W_H - W_L + \frac{\sin 2\omega t_i - \sin 2\omega t_i}{2t_i} \right]$$

$$\langle S_{0i}^2 \rangle_{a,\omega} = \frac{1}{W_H - W_L} \int_{W_L}^{W_H} a^2 \cos^2 \omega t_i d\omega$$

$$= \frac{\langle a^2 \rangle}{2(W_H - W_L)} \left[W_H - W_L + \frac{\sin 2\omega t_i - \sin 2\omega t_i}{2t_i} \right]$$

이 계수들을 식(2)에 대입하고, $p(x)$ 는 Gaussian density distribution 이기 때문에

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \ln p(x_i) = -\frac{x_i}{\sigma_m^2}, \quad \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \ln p(x_i) \right]' = -\frac{1}{\sigma_m^2} \text{ 을}$$

이용해서 정리하면

결과적으로 LOBD (Locally Optimum Bayes Detection)

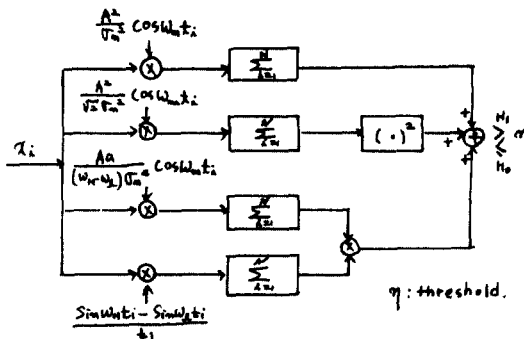
식은

$$\frac{A}{\sigma_m^2} \sum_{i=1}^N x_i \cos \omega_m t_i + \frac{A^2}{2\sigma_m^4} \left[\sum_{i=1}^N x_i \cos \omega_m t_i \right]^2 + \frac{A\alpha}{(\omega_H - \omega_L)\sigma_m^4} \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N (x_i \cos \omega_m t_i) \left(x_k \frac{\sin \omega_H t_k - \sin \omega_L t_k}{t_k} \right) \geq \eta_0$$

$$\approx \frac{1}{2\sigma_m^2} \sum_{i=1}^N \left[A^2 \cos^2 \omega_m t_i + \frac{2AA \cos \omega_m t_i}{(\omega_H - \omega_L)t_i} (\sin \omega_H t_i - \sin \omega_L t_i) \right]$$

여기서 σ_m^2 은 Gauss 확률분포의 variance 이다.

이 결과식에 의해 다음과 같은 Locally Optimum Bayes Receiver 를 구성할 수 있다.



$$\eta = \frac{1}{2\sigma_m^2} \sum_{i=1}^N \left[A^2 \cos^2 \omega_m t_i + \frac{2AA \cos \omega_m t_i}{(\omega_H - \omega_L)t_i} (\sin \omega_H t_i - \sin \omega_L t_i) \right]$$

Fig. 3. Locally Optimum Bayes Receiver

(3) 시스템의 Computer Simulation 및 고찰.

그림 4는 Locally Optimum Bayes Receiver를 Simulation 한 결과이다. 여기서 $\sigma_m = 1.5$, $\omega_m = 3 \sim 45 \text{ MHz}$, $T = 10^{-6} \text{ sec}$, $A = 2.7 \sim 7.1$, $\alpha = 0.3 \sim 0.8$ 정도로 변화시켰다.

SNR이 커짐에 따라 error probability, P_e , 가 줄어 들고 있음을 보여준다. 그리고 P_e 가 대체로 다른 통신 시스템보다는 높게 나타난다. 이것은 신호의 모든 Hopping 주파수를 포함하는 Uniform density 분포의 주파수로 인위적으로 간섭시킨 시스템의 가정에 의한 당연한 결과일 것이다.

$N=2$ 곡선이 $N=7$ 곡선보다 SNR = 2~6 정도에서

P_e 가 크게 나타나는 것은 Sampling 개수 N 이 너무 작아서 나타나는 결과일 것이다. N 을 높이면 즉, Sampling 개수 $N=100$, $N=1000$ 정도로 하면 좀더 정확한 곡선이 나타날 것을 믿고 있다.

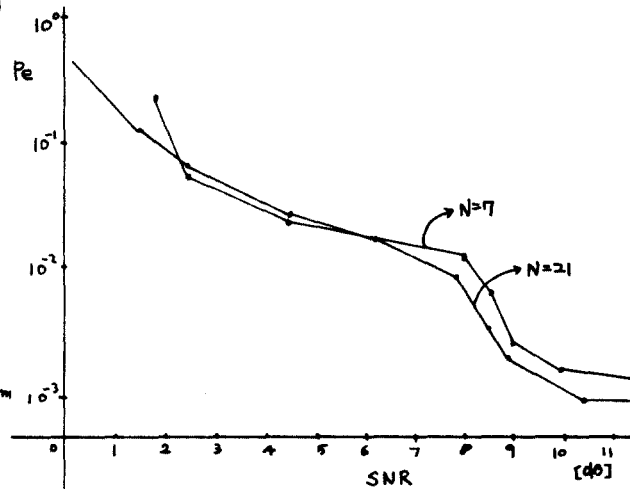


Fig. 4. SNR과 N 에 대한 P_e

3. 결론

기존의 FH에 대한 논문은 Hopping 주파수를 미리 알고 있는 상태에서 인위적인 간섭을 한다고 가정 했는데, 여기서는 간섭이 모든 Hopping 주파수에 걸친 주파수로 간섭할 때 이 시스템의 수행에 대해 검토 하였다.

이 시스템이 신호가 작다는 가정으로 Locally Optimum Bayes Receiver 를 구성할 수 있음을 보았다. 그리고 SNR에 대한 P_e 가 대체로 기존의 일반적인 통신 시스템의 결과와 비슷하게 일치하고 있다.

또한 σ_m 과 좀더 많은 Sampling, Hopping 주파수를 달리한 변수로 고찰함과 fast fading의 경우에 대해서도 고찰할 필요가 있다.

< Reference >

- (1) Arthur D. Spaulding and David Middleton, "Optimum Reception in an Impulsive Interference Environment - Part II: Incoherent Reception," IEEE Trans. on Comm. VOL COM-25, NO. 9, Sept. 1977.

- (2) R.L. Pickholtz, D.L. Schilling, and L.B. Milstein, "Theory of Spread-Spectrum Communications - A Tutorial." *IEEE Trans. on Comm. VOL COM-30. NO.5. MAY. 1982.*
- (3) J.S. Lee and L.E. Miller. "Error Performance Analyses of Differential Phase-Shifted-Keyed/Frequency-Hopping Spread-Spectrum Communication System in Partial Band Jamming Environments." *IEEE Trans. on Comm. VOL COM-30. NO. 5. MAY. 1982.*
- (4) Anthony D. Wallen, "Detection of Signals in Noise." Academic Press 1971.
- (5) Van. Tree. "Detection, Estimation, and Modulation Theory," Part 1. Wiley. 1968.
- (6) R.C. Dixon. "Spread Spectrum Systems." Wiley. 1976.
- (7) Don. J. Torrieri. "Principles of Military Communication Systems." Artech. 1981.
- (8) R.C. Dixon. "Spread Spectrum Techniques," IEEE Press. 1976.