디지탈 非同期 檢出機에 關한 硏究

83305

○김 창 환　　　　한 영 렬

전자 통신 공학과　　　　한양 대학교

Digital Non - Coherent Detector

○Kim Chang Hoan　　　　Han Young Yeul

Dept. of Electronic Communication Engineering

Han Yang University

1. 序 論

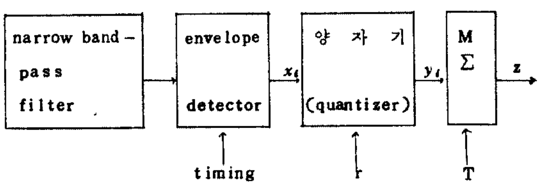
二元符號를 送信하여 채널에서 雜音이 加하여진 境遇 受信機에서 협대역 필터를 通過하여 포락선 檢波를 하면 포락선의 確率密度函數는 雜音만이 存在하는 境遇 Rayleigh 分布函數가 되며 雜音과 信號가 存在하는 境遇 Rice 分布가 된다.

本 論文에는 likelihood ratio test 에서 取한 臨界値를 두個의 量子區間값으로 定하여 Neyman - Pearson 基準을 使用하여 受信機의 성능을 檢討하여 보았다.

2. likelihood ratio test 에 依한 디지탈化 信號檢出

2 - 1 likelihood ratio test

디지탈 通信 시스템을 設計하기 위해서는 <그림 1> 에서 보는 바와 같이 受信된 信號는 협대역 필터를 通하여 포락선 檢波된 후 相互 獨立的인 표본화된 信號 x_i로 되며 이 x_i는 두 레벨 量子化機를 通하여 合算된다.



<그림 1 > 두레벨 量子 시스템의 解釋的 모델

結果的으로 雜音은 아날로그 시스템에서 制限되지만 量子化 效果(quantization effect)는 디지탈 시스템에서 制限이 加해진다. <그림 1 >에서 r은 統計的으로 獨立된 量子化된 區間, y_i는 量子臨界値(quantization threshold) 의 範圍에 따라 정해지는 값, 그리고 合算機 出力에서

$$z = \sum_{i=1}^{M} y_i$$

으로 表示된다.

여기서 envelop detector 는 受信 信號의 envelope 을 通過하는 機能을 한다. 여기서 반송파를 除去하면 모든 位相情報에는 關係없이 포락선만 檢出된다.

이를 根據로 하여 非同期 檢出受信機에 受信된 n 개의 獨立的인 펄스들이 있다고 假定하자. 이때 이 펄스들이 가지는 確率密度函數는 각각의 sample 에 對한 確率密度函數의 곱과 同一하다. 즉

$$p_n(n,x) = \prod_{i=1}^{n} p_n(x) \quad \cdots\cdots (2.1)$$

으로 주어진다. 여기서 $p_n(x)$는

$$p_n(x) = xe^{-0.5x^2} \quad \cdots\cdots (2.2)$$

이다. 또한 雜音과 함께 들어오는 n 개의 신호의 envelope 에 對한 確率密度函數는

$$p_s(n,x) = \prod_{i=1}^{n} p_s(x) \quad \cdots\cdots (2.3)$$

으로 表示된다. 여기서 $p_s(x)$는

$$p_s(x) = xe^{-(x^2+A^2)/2}\, I_0(Ax) \quad \cdots\cdots (2.4)$$

이 된다.

likelihood ratio 는 雜音만의 確率密度函數에 對한, 雜音이 包含된 信號의 確率密度函數의 比 (ratio) 이다. 이 값이 크면 클수록 受信機 人力性分은 雜音만이 存在하는 境遇보다 雜音과 信號가 함께 存在하는 境遇의 確率이 더 높다. 여기서 λ는 threshold value 이며 本 論文에서는 1 로 假定한다.

likelihood ratio test 에서 量子化區間을 定하기 위해 양변에 로그를 取하여 整理하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{n} \ln Io(Ax) \geq \ln\lambda + n\frac{A^2}{2} \cdots\cdots (2.5)$$

式 (2.5)에서 Bessel function $Io(x)$를 수열로 제 7 항까지만 취한다음 SNR(signal-to-noise ratio)값에 따라 求해진 最適區間 값은 다음과 같다.

SN 比	最適區間값
A= 11dB	2.3260
13dB	2.9310
15dB	3.2347

〈表 1〉 SN比에 따른 最適區間값

2-2 雜音이 包含된 信號의 檢出

非同期受信機에서, Rayleigh 雜音과 함께 存在하고 있는, 受信된 信號의 envelope을 2-level로 量子化시키므로써 信號를 檢出하는 過程에 있어 다음 두 假說

H_0 : 雜音만 存在하는 境遇

H_1 : 雜音과 信號가 함께 存在하는 境遇

을 設定하며 이때 $P(H_0)$와 $P(H_1)$을 各各에 對한 事前確率(a priori probability)이라고 한다.

雜音만이 受信될 境遇 envelope의 確率分布函數는 Rayleigh 分布를 하고, 信號와 雜音이 함께 存在하는 境遇의 確率分布函數는 Rice 分布를 하고 있다는 것을 이미 알고 있다. 各 區間의 面積을 나타내는 불연속확률변수 y에 對한 確率密度函數는 前者의 境遇

$$p(y|N) = \delta(y)\left[1-\exp\left(-\frac{r^2}{2}\right)\right] + \delta(y-1)\exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) \cdots\cdots (2.6)$$

가 되며 後者의 境遇 Q-function에 依해서 다음과 같이 表示된다.

$$p(y|SN) = \delta(y)\int_0^r x e^{-0.5x^2} e^{-0.5A^2} I_0(xA)dx + \delta(y-1)\int_r^\infty x e^{-0.5x^2} e^{-0.5A^2} I_0(xA)dx \cdots\cdots (2.7)$$

여기서 Q-function은

$$Q(\alpha,\beta) \equiv \int_\beta^\infty x\exp\left(-\frac{x^2+\alpha^2}{2}\right) I_0(\alpha x)dx \cdots\cdots (2.8)$$

가 된다.

이렇게 구하여진 確率密度函數가 合算機(summer)를 通過할 境遇 sample數 M에 따라 z에 對한 確率密度函數가 다음과 같이 提示된다.

$$p(z|N) = \underbrace{p(y|N) * p(y|N) * \cdots\cdots * p(y|N)}_{M번} \cdots\cdots (2.9)$$

$$p(z|SN) = \underbrace{p(y|SN) * p(y|SN) * \cdots\cdots p(y|SN)}_{M번} \cdots\cdots (2.10)$$

그런데 여기서 式 (2.9)와 式(2.10)의 convolution은 特性函數에서 誘導되어 適用되고 있는데 이의 計算式은 다음과 같다.

$$C_0 = P_0^M \cdots\cdots (2.11)$$

$$C_m = \frac{1}{mp_0}\sum_{k=1}^{m}[K(M+1)-m]P_K C_{m-K} \quad (M: Sample 數)$$

$$(\text{for } m \geq 1) \cdots\cdots (2.12)$$

여기서 P_K는 y에 대한 確率密度函數에서 各各의 임펄스 函數가 가지는 面積이며, C_m은 sample 數에 따른 各各의 convolution value이다.

本 論文에서 最大 detection probability P_D의 結定은 一般的인 디지탈受信機에 適用되는 Neyman-Person Criterion에 根據를 둔다. 그러면 detection probability를 求하기 전에 randomized test[3]를 우선 알아보자

$z = \sum_{i=1}^{M} y_i \geq w$일 境遇 假說 H_1을 擇하고, $z = w-1$일때 確率을 P_1 그리고 H_0을 擇하는 確率을 $1-P_1$이라고 하면 randomized test에 의한 P_{FA}와 P_D는 다음 式으로 주어진다.

이와 같은 事實을 根據로 하여 false alarm probability는

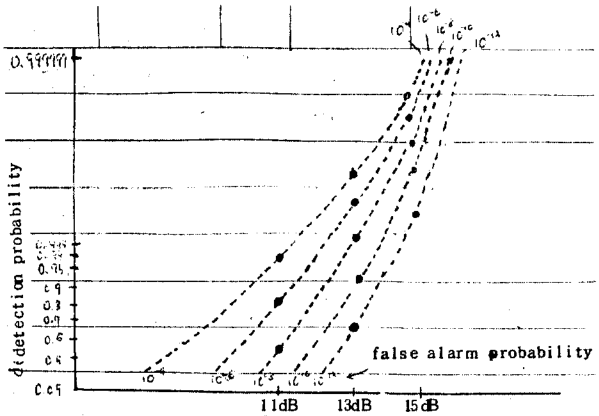
$$P_{FA} = P_1\, p(z=w-1|N) + \sum_{i=w}^{\infty} p(z|N) \cdots\cdots (2.13)$$

이고 detection probability P_D는

$$P_D = P_1\, p(z=w-1|SN) + \sum_{i=w}^{\infty} p(z|SN) \cdots\cdots (2.14)$$

가 된다. 그런데 여기서 randomized test를 한 結果値는 거의 0에 가까우므로 本 論文에서는 무시한다.

여기서의 detection probability에서 M=2,4인 境遇 detection probability가 0가 되는 false alarm probability가 많으므로 M=8에 대해 遂行하여 보았다. 그래서 $P_{FA} = 10^{-4}, 10^{-6}, 10^{-8}, 10^{-10}, 10^{-12}$인 境遇 detection probability를 표시하면 **그림2와 같다.**



〈그림 2〉 디지탈化 信號의 detection probability

3. 結 論

1) 信號의 envelope를 likelihood ratio test를 利用하여 2-level로 量子化시키는데 있어서 SN比가 커짐에 따라 最適區間값이 漸次 넓어진다는 事實을 알수 있다. 이런 結果값에 의해 SN比에 따른 最適量子化를 遂行할 수 있으며 信號를 檢出하는데 適用할 수 있다.

2) likelihood-ratio test를 利用해 SNR=11dB, 13dB,15dB에서 2-level로 量子化시켜 各 區間의 面積을 나타내는 y에 대한 確率密度函數를 求한 다음 detection probability를 알기위하여 z에 對한 確率密度函數를 求하여 보았다. 그래서 同一한 false alarm pro-bability에 對해 detection probability가 SNR 값에 따라 漸次 커진다는 것을 알 수 있었다. 이런 事實에 依해 SNR이 큰 값을 가지는 非同期受信機일수록 信號를 檢出하기가 더욱 容易해 진다는 것을 알 수 있다. 最適檢出機의 likelihood ratio test를 使用한 境遇 표본화수가 1個 以上일 때는 數學的으로 解釋이 곤란하므로 本 論文에서 記述한 方法으로 檢出機의 성능을 求할 수 있다.

(1) V.G. Hansen, "Optimization & Performance of multilevel quantization in automatic detectors," IEEE. Trans. Aerop. Electron. Vol. AES-10, pp.274-280, Mar. 1974.

(2) M.I. Skolnik, Introduction to Radar Systems, McGraw Hill, 1962.

(3) Robert V. Hogg & Allen T. Craig, Introduction to mathematical Statistics, McGraw-Hill, 1978.