Co-Rotational 보의 과도상태해석을 이용한 에어포일 단면 형상 변화에 따른 진동특성 연구

김 세 일¹ · 김 용 세¹ · 박 철 우¹ · 신 상 준^{1*}

¹서울대학교 기계항공공학부

Study on Vibration Characteristics in Terms of Airfoil Cross-Sectional Shape by using Co-Rotational Plane Beam Transient Analysis

Se-Il Kim¹, Yong-Se Kim¹, Chul-Woo Park¹ and Sang Joon Shin^{1*}

¹Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National Univ., Seoul, 08826, Korea

Abstract

In this paper, vibration characteristics in terms of the airfoil cross-sectional shape was examined by using the EDISON co-rotational plane beam-transient analysis. Co-Rotational plane beam analysis is appropriate for large rotation and small strain. Assuming aircraft wing as a cantilevered beam, natural frequencies of each airfoil cross-sectional shape were estimated using VABS program and fast Fourier transformation(FFT). VABS conducts finite element analysis on the cross-section including the detailed geometry and material distribution to estimate the beam sectional properties. Under the same airfoil geometric configuration and material selection, variation of material induced difference in the deflection and natural frequencies. It was observed that variation of the natural frequency was dependent on variation of the airfoil shape and material.

Keywords : FFT, Co-Rotational plane beam element, vibration, deflection, natural frequency, airfoil

1. 서 론

항공기, 우주발사체, 자동차 등 여러 기계 구조물을 설계하는 과정에서 동적 안정성과 진동은 구조적 안전도를 판단하는데 있어 매우 중요한 요소이다.

특히 항공기 날개의 경우 순항 고도, 받음각, 순항 속도 등에 따라 다양한 가진환경에 노출된다. 비행 변화에 따라 날개에 가해지는 외력의 가진 주파수가 날개의 고유진동수에 근접하거나 일치하게 될 경우 항공기에 심각한 구조적 손상이 발생할 수 있다. 따라서 항공기 에어포일 형상설계에 있어서 고유진동수의 변화 가능성은 필수적으로 고려되어야 할 요소이다.

항공기 날개의 진동특성과 관련하여 Swalwell(2003)은

NACA0021 에어포일의 받음각 변화에 따른 주파수 분석에 관한 연구를 수행하였으며, Snyder(2011)은 터빈 블레이드의 기하학적 변수가 고유진동수에 끼치는 영향에 관한 연구 수행을 통해 블레이드 형상의 관성모멘트가 근본적인 진동 모드에 영향을 준다고 제시하였다.

이전 연구들은 받음각 변화, 재료 변화에 따른 에어포일의 고유진동수 연구가 일부 존재할 뿐, 에어포일의 형상 변화가 고유 진동수에 미치는 영향에 대한 연구는 미비하다. 따라서 실제 항공기의 초기 에어포일 설계 단계에서 단면 형상 변화에 따른 진동특성을 고려한다면, 보다 안정적인 설계 절차를 구축할 수 있을 것으로 예상된다.

본 논문에서는 에어포일의 단면 형상과 재료변화에 따른 고유진동수의 변화 경향을 파악하고자 CR-보를 이용한 에어

* Corresponding author:

Tel: +82-02-880-1901; E-mail: ssjoon@snu.ac.kr

Received May 11 2016; Revised August 2 2016;

Accepted August 3 2016

©2016 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

포일 단면 형상을 가진 외팔보에 대하여 재료, spar 유무, 단일재료·복합재료, 에어포일 최대두께 변화에 따른 자유단의 끝단 진폭과 고유진동수를 비교하고 그에 대한 경향 및 차이점을 분석하였다.

2. 본 론

이 장에서는 CR 기법을 이용한 외팔보 모델링과 상용 프로그램 ANSYS와의 주파수 영역에서의 결과 비교를 통하여 CR 외팔보 모델의 신뢰성을 확보한다. 다음으로 에어포일 단면 형상, 재료 변화에 따른 에어포일 끝단 진폭과 고유진동수 변화에 대한 경향과 차이점을 분석하였다.

2.1 이론적 배경

2.1.1 CR-보 모델

Co-Rotational 보 모델은 기하학적 비선형 거동을 강체 거동과 구조변위 두 단계로 독립적으로 나누어 해석된다. 국부 요소에서 Euler-Bernoulli 이론 기반 강성행렬이 구성되어 변위를 예측하고, 강체거동에서는 회전 및 이동이 계산된다(Battini, 2011).

Fig. 1과 같이 정의된 요소의 운동에너지와 관성력에 의한 가상일의 관계로 CR-보 모델의 방정식을 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_g \ddot{x} + C_g \dot{x} + K_g x = F(t) \quad (1)$$

M_g : mass, C_g : damping, K_g : stiffness, $F(t)$: force

Fig. 1 Co-Rotational beam model

2.1.2 해석 대상물

Fig. 2는 상용프로그램 ANSYS를 통한 해석 대상물이다. CR-보에서 가정한 모델에 대한 결과를 상용프로그램인 ANSYS의 결과와 비교 분석하여 신뢰성을 확보하였다. Table 1은 비교 모델의 물성치와 외력의 크기를 나타낸다.

Fig. 2 Analysis comparison model

Table 1 Properties of comparison model

	Numerical value
Cross sectional area(m ²)	0.6879
Cantilever beam length(m)	5
Young's modulus(Gpa)	3.4
Density(Kg/m ³)	1100
Moment of Inertia(m ⁴)	0.037662
External force(N)	307.072cos(a·t)

a:Excitation frequency(rad/sec), t:Time(s)

2.2 CR-보 모델 검증

해석에 사용한 CR-보 해석 프로그램의 신뢰성을 확인하기 위해 특정 대상물에 대한 검증작업을 수행하였다. 검증작업은 시스템 인식, ANSYS 모드 해석, CR-보 고유치 해석을 통해 수행하였다.

Fig. 3은 시스템 인식과 ANSYS 모드 해석을 이용한 주파수 영역에서의 검증 흐름도이다. 시스템 인식은 sine 형태 가진 주파수 변화를 주어 CR-보를 통해 얻은 시간에 따른 변위 데이터를 MATLAB 신속 Fourier 변환을 이용하여 고유진동수를 도출하는 sine sweep 결과와 상용프로그램인 ANSYS 모드 해석을 통해 얻은 고유진동수 값과 비교하였다.

Fig. 3 Analysis flow in frequency domain

2.2.1 시스템 인식

Fig. 4는 sine sweep test 결과이다. 시작 가진주파수 3Hz부터 종단 가진주파수 60Hz까지 3의 배수로 가진주파수 변화를 주었으며, amplitude가 증가하는 특정구간에 대해 더 작은 크기의 가진주파수 변화를 주며 공진이 일어나는 지점을 찾아 고유진동수를 도출하였다.

Fig. 4 Sine sweep analysis

2.2.2 ANSYS Modal 해석

Fig. 5는 ANSYS 모드 해석 결과이다. 해석 결과 1차 모드는 1차 bending에 일치하는 것을 확인할 수 있었으며, 이에 따라 1차 bending 모드에 대한 고유진동수를 비교하기로 결정하였다.

Fig. 5 ANSYS Modal analysis

2.2.3 CR-보 고유치 해석

Fig. 2와 같이 해석 대상물에 대한 질량행렬, 강성행렬을 구성하여 고유치 해석을 수행하였다. 해석 대상물의 고유치 해석 결과는 Table 2와 같다. 1~3차 모드의 고유진동수의 값이 시스템 인식, ANSYS 모드 해석 결과의 값과 1% 미만의 오차로 일치함을 확인할 수 있었다.

Table 2 CR-beam eigenvalue analysis

Mode	Frequency(Hz)
1	9.0628
2	51.0668
3	54.7099

위의 3가지 검증작업을 통해 얻은 해석 대상물의 고유진동수 비교 결과는 Table 3과 같다. ANSYS 모드 해석,

Table 3 Comparison of natural frequency

	Mode	CR-beam & FFT	ANSYS Modal	Eigenvalue analysis
Natural frequency(Hz)	1	9.125	9.0994	9.0628

CR-보 해석, 고유치 해석을 통해 각각 얻은 고유진동수의 절대적 차이가 모두 1% 미만이므로 CR-보 해석의 신뢰성을 확보하였다고 판단하였다.

2.3 해석결과

Fig. 6은 CR-보 해석을 위한 에어포일 단면 형상이다. 에어포일 단면 형상 변화에 따른 끝단 진폭 및 고유진동수 변화의 경향을 파악하기 위해 먼저 테이퍼가 없는 항공기 날개를 외팔보로 가정하고 시위의 길이를 1m 기준으로 날개 크기 비율을 조정하였다. 보에 작용하는 하중은 B-737 기준 25,000ft 고도로 순항하는 날개에 작용하는 양력(분포하중)으로 가정하였다. 또한 CR-보 해석에 필요한 단면의 영률(E), 단면적(A), 관성모멘트(I) 등 물성치는 VABS 프로그램을 통해 산출하였다. Fig. 7은 VABS 프로그램 개념도를 나타낸다.

Fig. 6 Cross section of airfoil

Fig. 7 Conceptual diagram of VABS program cross section analysis

2.3.1 재료 변화에 따른 변위 및 고유진동수

에어포일 시위(1m)의 12~30% 범위에서 최대두께만 변화시킨 NACA0012, NACA0015, NACA0018, NACA0024, NACA0030 형상에 각각 Isopink와 알루미늄 재료로 내부가 꽉 채워진(solid) 에어포일을 대상으로 CR-보 해석을 진행하여 끝단 진폭, 고유진동수로 나누어 결과를 비교하였다. Fig. 8과 Table 4는 Isopink와 알루미늄의 단면형상과 재료의 물성치를 나타낸다.

Fig. 9에서 에어포일 재료 변화에 따른 끝단 진폭을 비교한 결과, 알루미늄 대비 Isopink로 구성된 에어포일의 끝단 최대진폭이 0.194m 더 크게 나타났다. 이를 통해 재료의 영률과 밀도가 작을수록 끝단 진폭이 크게 나타남을 확인할 수 있었다.

Fig. 8 Airfoil cross section of Isopink and aluminum

Table 4 Numerical information of the analysis model

	Young's modulus(GPa)	Density(Kg/m ³)
Isopink	3.4	1100
Aluminum	77.432	2800

Fig. 9 Tip deflection comparison with materials modification in time domain

Fig. 10은 에어포일 재료 변화에 따른 고유진동수의 비교 결과이다. 최대두께가 증가할수록 알루미늄의 고유주파수가 더 큰 폭으로 증가하였으며, Isopink 대비 알루미늄의 고유진동수가 평균 3.57Hz(약 66.5%) 높게 나타났다. 에어포일 최대두께 변화를 통해 에어포일의 2차 관성모멘트/단면적이 증가할수록 고유진동수가 증가한다는 사실을 확인할 수 있었고, 재료 비교를 통해 같은 단면적이라도 영률과 밀도 값과 고유진동수의 크기가 비례한다는 사실을 확인할 수 있었다.

Table 5는 재료 변화에 따른 끝단 최대진폭과 평균 고유진동수 비교 결과를 정리한 결과이다.

Fig. 10 Comparison of natural frequency with materials modification

Table 5 Modal analysis and tip deflection with materials modification

	Isopink(solid)	Aluminum(solid)
Tip maximum deflection(m)	0.1994	0.005
Average natural frequency (Hz)	1.8	5.37

2.3.2 Spar를 고려한 변위 및 고유진동수

에어포일 시위(1m)의 12~30% 범위에서 최대두께만 변화시킨 NACA0012, NACA0015, NACA0018, NACA0024, NACA0030 형상에 기존 알루미늄 에어포일과 내부가 비어있고, 얇은 외벽 두께에 Spar를 가진 알루미늄 에어포일을 대상으로 끝단 진폭, 고유진동수로 나누어 결과를 비교하였다. Fig. 11는 알루미늄과 spar를 가진 에어포일의 단면 형상이다.

Fig. 12에서 spar를 고려한 에어포일 끝단 진폭을 비교한 결과 알루미늄 대비 spar를 가진 알루미늄 에어포일의 끝단 최대진폭이 0.123m 크게 나타났다. 이를 통해 에어포일을 구성하는 재료의 부피가 작을수록 끝단 진폭이 크게 나타남을 확인할 수 있었다.

Fig. 11 Airfoil cross section of Al and Al_Spar

Fig. 12 Tip deflection comparison with spar consideration in time domain

Fig. 13 Comparison of natural frequency with Spar consideration

Table 6 Modal analysis and tip deflection with spar consideration

	Aluminum(solid)	Aluminum with spar
Tip maximum deflection(m)	0.005	0.1287
Average natural frequency(Hz)	5.37	8.11

Fig. 13은 알루미늄으로 내부가 채워진 에어포일과 Spar를 고려한 에어포일의 고유진동수 비교 결과이다. 그 결과 알루미늄 대비 spar를 가진 알루미늄 고유진동수가 평균 2.74Hz (약 33.8%) 높게 나타났다. 이를 통해 최대두께가 증가할수록 2차 관성모멘트/단면적의 크기가 증가하여 전반적인 고유진동수의 증가 경향을 가져온다는 사실을 확인할 수 있었다. 또한, spar 유무에 따른 고유진동수 차이가 발생한 원인으로는 재료의 영률과 밀도의 값이 일정할 때 고유진동수의 크기는 2차 관성모멘트/단면적의 값에 비례한다는 사실을 확인할 수 있었다. Table 6은 spar 유무에 따른 최대변위 및 고유진동수 비교 결과를 정리한 결과이다.

2.3.3 복합재료의 변위 및 고유진동수

에어포일 시위(1m)의 12~30% 범위에서 최대두께만 변화시킨 NACA0012, NACA0015, NACA0018, NACA0024, NACA0030 형상에 spar를 가진 알루미늄 에어포일과 경량화된 등방성 재료의 Al 6061T6, Eglass 120과 이방성 재료의 Eglass 456, S2 Glass로 이루어진 복합재료 에어포일을 대상으로 끝단 진폭, 고유주파수로 나누어 결과를 비교하였다. Table 7과 Fig. 14는 복합재료의 물성치 및 spar를 가진 알루미늄과 복합재료 에어포일의 단면 형상을 나타낸다.

Fig. 15에서 복합재료 에어포일 끝단 진폭을 비교한 결과 spar를 가진 알루미늄 대비 복합재료 에어포일의 최대변위가 0.106m 크게 나타났다. 이는 복합재료로 이루어진 에어포일

Table 7 Composite material properties

	Density (Kg/m ³)	E ₁ (GPa)	E ₂ (GPa)	ν_{12}	ν_{21}
Al_6061T6	2800	69	69	0.33	0.33
Eglass 120	1716	19.3	19.3	0.148	0.148
Eglass 456	2191	43.4	12	0.28	0.774
S2 Glass	1855	39.4	18.7	0.26	0.123

Fig. 14 Airfoil cross section of Al_spar and composite_spar

Fig. 15 Tip deflection comparison with composite materials in time domain

영률의 크기가 43.24×10^{10} (Pa)로 단일재료(알루미늄)로 이루어진 에어포일보다 작아 더 큰 변형을 보이기 때문임을 확인할 수 있었다.

Fig. 16은 단일재료(알루미늄)로 이루어진 spar를 가진 에어포일과 복합재료로 이루어진 spar를 가진 에어포일의 고유진동수 비교 결과이다. 그 결과 spar를 가진 알루미늄과 복합재료 에어포일 고유진동수는 평균 0.7%의 차이로 유사한 변화를 나타내었다. 그래프상의 전반적인 고유진동수의 증가는 에어포일의 최대두께 증가에 따른 2차 관성모멘트/단면적의 증가 때문이며, 단일재료로 이루어진 spar를 가진 에어포일 형상과 복합재료로 이루어진 spar를 가진 에어포일 형상의 2차 관성모멘트/단면적 크기가 유사한 값을 가지기 때문에 고유진동수의 변화가 유사한 경향을 나타낸다는 사실을 확인할 수 있었다. Table 8은 복합재료에 따른 최대변위와 평균 고유진동수 비교 결과를 정리한 결과이다.

Fig. 16 Comparison of natural frequency with composite materials

Table 8 Modal analysis and tip deflection of composite material

	Aluminum with spar	Composite with spar
Tip maximum deflection(m)	0.1287	0.2343
Average natural frequency(Hz)	8.11	8.17

Table 9 Comparison of natural frequency of analysis models

	Isopink (solid)	Aluminu m (solid)	Aluminum with spar	Composite with spar
Average natural frequency(Hz)	1.8	5.37	8.11	8.17

Table 9는 각각의 해석에 대한 결과를 평균 고유진동수를 기준으로 요약한 결과이다. 이를 통하여 동일 단면적, 2차 관성모멘트 조건에서 고유진동수는 재료의 영률과 밀도에 비례하고, 동일 재료의 경우 고유진동수는 2차 관성모멘트/단면적에 비례한다는 사실을 확인할 수 있었다.

3. 결 론

본 연구에서는 에어포일의 단면형상과 재료변화에 따른 고유진동수의 변화 경향을 파악하고자 CR-보를 이용한 에어포일 단면 형상을 가진 외팔보에 대하여, 재료, spar 유무, 단일재료·복합재료, 에어포일 최대두께 변화에 따른 자유단의 끝단 진폭과 고유진동수를 비교하고, 그에 대한 경향 및 차이점을 분석하였다.

CR-보 해석에 필요한 단면의 영률, 단면적, 관성모멘트 등 물성치는 VABS 프로그램을 통해 산출하였다. 계산결과와 신뢰성을 얻기 위해 상용프로그램 ANSYS와 CR-보 해석 결과의 끝단 진폭, 고유진동수를 비교하였고 오차(0.31%)의 크기가 매우 작으므로 신뢰성을 확보하였다고 판단하였다.

재료 변화에 따른 에어포일의 끝단 진폭과 고유진동수를 비교한 결과, 영률과 밀도가 큰 재료로 구성된 에어포일 끝단 최대진폭이 작고 고유진동수가 높게 나타났다.

내부가 빈 얇은 두께의 외벽과 spar를 가진 에어포일은 내부가 재료로 꽉찬 에어포일 대비 끝단 최대진폭이 작고, 고유진동수는 평균 2.74Hz(약 33.8%) 높게 나타났다.

또한, spar를 가진 에어포일 단면 형상에 재료를 경량화된 복합재료로 구성된 에어포일의 고유주파수와 비교한 결과, 기존 spar를 가진 알루미늄 에어포일과 유사한 고유진동수 변화를 나타내었다.

이를 바탕으로 에어포일의 고유진동수 변화는 2차 관성 모멘트/단면적, 밀도, 영률의 변화와 종속적임을 확인할 수 있었다.

본 논문에서 제시한 에어포일의 단면형상 변화와 재료 변화에 따른 고유진동수의 변화 경향은 초기 항공기 에어포일 설계 단계에서 안정성을 고려할 때, 근본적인 정보로 활용될 수 있을 것이다.

향후 복합재료의 적층각도 및 두께 변화를 고려하고, 1m로

가정한 시위의 크기를 실제 크기로 확대하여 비율을 조정하여 유동해석 결과를 함께 고려한다면 보다 정확한 에어포일 형상 설계 방향을 제시할 수 있을 것으로 예상된다.

감사의 글

본 논문은 제5회 EDISON 사업 SW활용 경진대회 및 성과전시회 구조동역학 부분 수상작입니다. 논문에서 활용한 프로그램 개발자(서울대학교 조해성 연구원)께 감사드립니다. 본 연구는 한국연구재단이 주관하는 첨단 사이언스 교육 허브 개발 사업(EDISON: NRF-2014M3C1A6038344)의 지원을 받고, 서울대학교 차세대 우주추진 연구센터와 연계된 미래 창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행한 선도연구센터지원사업(NRF-2013R1A5A1073861)의 연구 결과입니다.

References

- Barun, P., Santosha, K.D.** (2011) Nonlinear Vibrations and Frequency Response Analysis of a Cantilever Beam under Periodically varying Magnetic Field, *Mech. Based Design of Struct. & Mach.*, 39, pp.378~391.
- Craig Jr, R.R., Kurdila, A.J.** (2006) Fundamentals of Structural Dynamics, 2nd Edition, pp.200~205.
- Daniel, A.S.** (2010) A Modeling study of the Sensitivity of Natural Frequency of Vibration to Geometric Variations in a Turbine Blade, Rensselaer Polytechnic Institute Hartford, CT.
- Di Sciuva, M.** (1986) Bending, Vibration and Buckling of Simply Supported Thick Multilayered Orthotropic Plates: An Evaluation of a New Displacement Model, *J. Sound & Vib.*, 105, pp.425~442.
- Kamlesh, P., Manish, B.** (2012) Determination of Natural Frequency of Aerofoil Section Blades Using Finite Element Approach, Study of Effect of Aspect Ratio and Thickness on Natural Frequency, *Eng. J.*, 17(2).
- Kim, M.J., Kang, N.C.** (2010) Vibration Analysis of a Rotating Cantilever Beam with Tip Mass Using DTM, *KSNVE*, 20, pp1058~1063.
- Le, T.N., Battini, J.M., Hjiat, M.** (2011) Efficient Formulation for Dynamics of Corotational 2D Beams, *Comput. Mech.*, 48(2), pp.153~161.
- Park, C.W., Joo, H.S.** (2010) Study on Cantilever Beam

- Tip Response with Various Harmonic Frequencies by Using EDISON Co-rotational Plane Beam-Dynamic Tip Load, *J. Comput. Struct. Eng. Inst. Korea*, 28(5), pp.477~484.
- Singiresu, S.R.** (2011) Mechanical Vibrations, 5nd Edition, pp.721~728.
- Swalwell, K., Sheridan, J., Melbourne, W.H.,** (2003) Frequency Analysis of Surface Pressures on an Airfoil After Stall, 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference., Orlando, Florida-2003-3416.
- Thomas, D.L., Wilson, J.M., Wilson, R.R.** (1973) Timoshenko Beam Finite Elements, *J. Sound & Vib.*, 31(3), pp.315~330.

요 지

본 논문에서는 Co-Rotational plane beam transient analysis EDISON program(CR-보)를 이용한 에어포일 단면형상 변화에 따른 진동특성 연구를 수행하였다. Co-Rotational 평면 보 해석은 대 회전과 작은 변형률을 갖는 보 해석에 적합하다. 항공기의 날개를 외팔보로 가정하여, VABS를 통한 단면해석과 Fourier 변환을 통해 각 단면형상 변화에 따른 에어포일의 고유진동수를 비교하였다. VABS를 사용하여 단면의 형상과 재료의 적층 정보를 고려한 단면에서의 유한요소 해석을 수행하였다. 에어포일의 재질, spar 유무, 단일 등방성 재료·복합재료, 에어포일 최대두께의 변화에 따라 에어포일의 끝단 진폭과 고유진동수가 변화함을 확인할 수 있었다. 이를 바탕으로 에어포일 고유진동수 변화는 2차 관성모멘트/단면적, 밀도, 영률의 변화에 상당한 영향을 받음을 알 수 있었다.

핵심용어 : FFT, Co-Rotational 평면 보 요소, 진동, 변위, 고유진동수, 에어포일