프로젝션 기법을 활용한 위상 최적설계

하 승 현^{1*}

¹한국해양대학교 해양공학과

Topology Design Optimization using Projection Method

Seung-Hyun Ha^{1*}

¹Department of Ocean Engineering, Korea Maritime and Ocean University, Busan, 49112, Korea

Abstract

In this paper, a projection method is introduced which is used in topology design optimization. In the projection method, each active design variable is projected onto the design domain depending on the shape and size of the projection functions, and the finite element under this projection receives a solid material. Furthermore, the size of the projection function defines the minimum length scale of the structural members. Therefore, a designer can easily apply design constraints without complicated post-processing procedure. In addition, the projection method can be combined with the homogenization theory, and applied to material design problem for composite materials. Topology design optimization for the unit-cell of the periodic structures can maximize the effective material properties, which yields the optimal material distribution with maximum bulk or shear moduli under a given volume fraction.

Keywords : projection method, topology design optimization, length scale, composite materials, homogenization

1. 서 론

위상 최적설계는 주어진 설계 영역 내부에 재료의 밀도를 변화시킴으로써 최적의 재료 배치를 얻어내는 최적설계 기법으로, 1980년대 말 위상 최적설계의 개념이 도입된 이래로 (Bendsoe and Kikuchi, 1988), 지난 30년 가까이 구조, 유체, 열전달, 광학 등 다양한 공학 분야에서 사용되고 있다. 이러한 위상 최적설계 기법은 수치적으로 구현하기가 비교적 간단하면서도 우수한 최적설계 결과를 제시한다는 점에서 다른 최적설계 기법들에 비해 폭넓게 사용되고 있다.

이러한 밀도법 기반의 위상 최적설계 기법은 지금까지 연구가 진행되어 오면서, 최적설계 과정 중에서 발생할 수 있는 여러 수치적 문제점들을 해결하거나 완화시킬 수 있는 다양한 방법들의 대해서 연구가 진행되어 왔다. 예를 들어 밀도법에서 전통적으로 다루어져 왔던 수치적 문제점들에는 중간 밀도(intermediate density), 체커보드 패턴(checkerboard pattern), 힌지(hinge) 연결 등이 있다. 하지만 여러 선행

연구를 통해서 위의 문제점들은 많이 해결되고 있는 상태이다 (Sigmund and Peterson, 1998).

반면에 이러한 수치적 문제점들에 비해서 지금까지 보다 덜 주목 받았던 문제는 제조가능성(manufacturability) 문제이다. 밀도법 기반의 위상 최적설계에서는 설계 영역 내부에 최적의 재료 배치라는 결과를 주지만, 이를 바탕으로 실제 구조물을 제조하기 위해서는 추가적인 후처리 과정이 일반적으로 요구된다. 예를 들어 실제 구조물에서 사용 가능한 부재의 최소, 또는 최대 두께가 제한되어 있다면 이에 부합하지 않는 최적설계 결과는 직접 사용될 수 없기 때문이다.

이러한 측면에서 이에 대한 해결책으로 제시된 방법 중 하나가 프로젝션 기법(projection method)을 통한 최소 길이 스케일 제어 기법이다(Guest *et al.*, 2004). 본 연구에서는 프로젝션 기법에 대해서 소개하고 이를 위상 최적설계의 수치 예제에 적용함으로써, 사용된 프로젝션 함수의 형상과 길이 파라미터 값의 변화에 따른 최적 형상의 변화를 살펴보고자 한다. 또한 이러한 프로젝션 기법을 균질화법(homogenization

* Corresponding author:

Tel: +82-51-410-5246; E-mail: shha@kmou.ac.kr

Received October 11 2015; Revised November 19 2015;

Accepted July 19 2016

©2016 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

method)과 연계하여, 주기 구조를 가지는 복합재료에 대한 설계 기법을 보이고자 한다.

2. 본 론

위상 최적설계는 주어진 설계 영역 내부에 주어진 목적 함수를 최적화시키는 내부 재료의 배치를 얻어내는 방법으로, 크게 두 가지 방법으로 적용될 수가 있다. 첫째는 주어진 구조물에 대한 컴플라이언스 최소화와 같은 구조 최적설계 문제이고, 둘째는 균질화법과 결합하여 체적탄성률, 유체투과율 등의 최대 유효재료특성을 가지는 단위 구조를 설계하는 재료 설계 문제이다.

이 장에서는 우선 프로젝트 기법을 소개한 후, 위의 두가지 위상 최적설계 문제에 대해서 각각 프로젝트 기법을 적용하고자 한다.

2.1 프로젝트 기법

초기의 위상 최적설계 기법에서는 설계 변수의 역할을 하는 재료 밀도가 요소의 중심 또는 절점에 배치되었고, 이 밀도값을 보간하여 유한요소 해석 등에 사용하였다. 이러한 접근은 이론 전개 및 정식화를 간결하게 한다는 이점은 있으나, 중간밀도 문제, 체커보드 현상, 현지 연결, 요소망 의존성 등의 여러 수치적인 문제점을 일으켰다.

이에 대한 해결법으로 제시된 방법 중의 하나가 바로 프로젝트 기법이다. Fig. 1과 같이 최소 길이 스케일을 결정하는 파라미터 r_{min} 이 주어지면, 다음의 식 (1)을 만족하는 설계 변수들의 집합 N^e 를 정의할 수 있다.

$$i \in N^e \quad \text{if} \quad \| \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e \| \leq r_{min} \quad (1)$$

Fig. 1 Circular projection from design variable n

여기서, $\mathbf{x}_i$ 는 설계 변수 i 의 좌표이고, $\bar{\mathbf{x}}^e$ 는 요소 e 의 중심의 좌표이다. 이와 같이 집합 N^e 에 포함된 모든 설계 변수값 ϕ_i 에 대해서 가중-평균화된 설계 변수 μ^e 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu^e = \frac{\sum_{i \in N^e} \phi_i w(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e)}{\sum_{i \in N^e} w(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e)} \quad (2)$$

일반적으로 ϕ_i 는 0에서 1 사이의 값을 가진다. 또한 가중함수 w 는 아래와 같이 정의된다.

$$w(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e) = \begin{cases} 1 & \text{if } i \in N^e \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

이와 같이 얻어진 가중-평균화된 설계 변수 μ^e 에 대해서 헤비사이드 프로젝트 함수를 적용시켜 실제의 재료 밀도 ρ^e 를 얻는다.

$$\rho^e = H(\mu^e) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu^e > 0 \\ 0 & \text{if } \mu^e = 0 \end{cases} \quad (4)$$

이와 같은 과정을 통해서 위상 최적설계를 통해 얻어지는 구조 부재의 최소 길이 스케일이 $d_{min} = 2r_{min}$ 인 것을 확인할 수 있다.

2.2 최소 길이 스케일 변화에 따른 외팔보의 최적설계

Fig. 2와 같이 $L=40$, $H=25$ 인 외팔보에 대해서 최소 길이 스케일 r_{min} 을 변화시켜 가면서 위상 최적설계를 수행하였다. 사용된 요소의 수는 가로, 세로 방향으로 각각 400, 250개이며, Young's modulus와 Poisson's ratio는 각각 1.0과 0.3이 사용되었다. 컴플라이언스 최소화에 대한 정식화는 다음의 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad f = \mathbf{F}^T \mathbf{d} \\ & \text{subject to} \quad \mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{F} \\ & \quad \quad \quad V \leq V_{max} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, f 는 컴플라이언스, $\mathbf{F}$ 는 하중 벡터, $\mathbf{d}$ 는 변위 벡터, $\mathbf{K}$ 는 강성 행렬, V 는 재료 부피, 그리고 V_{max} 는 최대 허용 부피이다. 최적화 알고리즘으로는 잘 알려진 MMA 기법을 사용하였다(Svanberg, 1987).

Fig. 2 Cantilever problem

앞의 최적설계 과정을 통해서 $V_{\max} = 30\%$ 의 부피 제약조건 아래서 얻은 최적 설계 결과는 Fig. 3과 같다. 그림에서 보다시피 $r_{\min}$ 이 커짐에 따라서 부재의 최소 두께가 점점 두꺼워지는 것을 확인할 수 있고, 전체적인 재료의 위상이 간결해지는 것을 알 수 있다. 또한 추가적인 후처리 과정 없이도 설계자가 원하는 최소 길이 스케일에 맞는 최적설계 형상을 직접 제공해 준다는 점에서 설계 상의 이점을 가지고 있다.

Fig. 3 Various optimal topologies with minimum length scales of $r_{\min} = 0.5, 1.0, 2.0, 3.0$

2.3 확장된 프로젝션 기법

2.1절에서 소개된 프로젝션 기법은 가장 기본적인 형태인 원형의 프로젝션 함수를 사용했다. 이 경우에는 원의 직경으로 정의되는 최소 길이 스케일 값에 따라서 최적 형상에서 구조 부재의 최소 두께가 정의되었을 뿐, 프로젝션 함수 자체의 형상은 반영되지 않는다. 프로젝션 함수들 사이의 겹침이 서로 허용되기 때문에 Fig. 3과 같은 연속적인 재료의 분포가 얻어지게 된다.

이와 같은 프로젝션 함수의 겹침 현상은 최소 길이 스케일을 정의하는데는 도움이 되지만, 복합재료와 같이 서로 다른 매질의 재료가 동시에 사용되는 등의 문제에서는 Fig. 1과 같은 프로젝션 함수가 직접 적용될 수 없다. 따라서 Fig. 4와 같이 확장된 프로젝션 함수가 사용된다.

Fig. 4 Discrete object projection with (a) circular and (b) rectangular type projection functions

위의 그림에서 보듯이, 기존의 원형 또는 사각형의 프로젝션 집합을 새로운 집합이 둘러싸고 있다. 이에 대해서 앞서 식 (1)에서 정의했던 것과 마찬가지로 집합 N_L^e 와 N_E^e 를 정의할 수 있다.

$$i \in N_L^e \text{ if } \|\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e\| \leq r_{\min} \quad (6a)$$

$$i \in N_E^e \text{ if } r_{\min} < \|\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e\| \leq r_{\min} + t_E$$

$$i \in N_L^e \text{ if } |x_i^{(k)} - \bar{x}^{e,(k)}| \leq r_{\min}^{(k)}, (k=1,2) \quad (6b)$$

$$i \in N_E^e \text{ if } r_{\min}^{(k)} < |x_i^{(k)} - \bar{x}^{e,(k)}| \leq r_{\min}^{(k)} + t_E^{(k)}, (k=1,2)$$

여기서, 식 (6a)와 (6b)는 각각 Fig. 4의 원형과 사각형의 프로젝션 함수에 대한 식으로, 사각형 프로젝션 함수의 경우에는 Fig. 4(b)와 같이 $x^{(1)}, x^{(2)}$ 방향으로 각각의 $r_{\min}$ 과 t_E 가 정의된다. 이에 대해서 가중-평균화된 설계 변수도 다음과 같이 각각 정의된다.

$$\mu_L^e = \frac{\sum_{i \in N_L^e} \phi_i w_L(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e)}{\sum_{i \in N_L^e} w_L(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e)}, \quad \mu_E^e = \frac{\sum_{i \in N_E^e} \phi_i w_E(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e)}{\sum_{i \in N_E^e} w_E(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e)} \quad (7)$$

또한 각각에 대응되는 가중함수도 아래와 같이 정의된다.

$$w_L(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e) = \begin{cases} 1 & \text{if } i \in N_L^e \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$w_E(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^e) = \begin{cases} 1 & \text{if } i \in N_E^e \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

이에 각각의 집합에 대응되는 재료 밀도는 식 (10)과 같이 헤비사이드 함수식으로 얻어진다.

$$\rho_L^e = H(\mu_L^e) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_L^e > 0 \\ 0 & \text{if } \mu_L^e = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\rho_E^e = H(\mu_E^e) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_E^e > 0 \\ 0 & \text{if } \mu_E^e = 0 \end{cases}$$

위의 두 밀도값을 사용해서 최종적으로 위상 최적설계에 사용되는 최종 재료 밀도는 아래의 식 (11)과 같이 정의된다.

$$\rho^e = \frac{\rho_L^e(2 - \rho_E^e)}{2} \quad (11)$$

만약 $\rho_L^e = \rho_E^e = 1$ 이 되면 위의 식 (11)에서 $\rho^e = 0.5$ 가 되는데, 이는 두 가지 매질이 서로 겹치는 것을 의미한다. 하지만 물리적으로 한 곳에 두 가지 매질이 동시에 존재할 수 없기 때문에 수치적으로 이러한 현상을 방지해야 하는데, 이를 위해서 다음의 식 (12)의 SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization), 또는 식 (13)의 RAMP(Rational Approximation of Material Properties) 기법이 사용된다(Ha and Guest, 2014). 그 결과 Fig. 2와 동일한 모델에 대해서 Fig. 5와 같이 기저재료 위로 각각 원형 또는 사각형의 보강재료가 결합된 복합재료의 최적 배치를 얻어낼 수 있다.

$$\text{SIMP: } E^e = E_0 + (\rho^e)^p (E_1 - E_0) \quad (12)$$

$$\text{RAMP: } E^e = E_0 + \frac{\rho^e}{1 + \eta(1 - \rho^e)} (E_1 - E_0) \quad (13)$$

여기서, E_0 와 E_1 은 각각 기저재료와 보강재료의 탄성계수로 각각 0.33과 1.0이 사용되었으며, ρ^e 와 E^e 는 요소 e 의 재료밀도와 탄성계수를 나타낸다. 본 연구에서는 $\eta=10$ 으로 하는 RAMP 기법을 사용하였다. 사용된 요소의 수는 가로, 세로 방향으로 각각 240, 150개이다. Fig 5의 (a), (b)에서는 $V_{\max}=20\%$ 의 부피 제약조건과 $r_{\min}^{(k)}=1.0$, $t_E^{(k)}=$

Fig. 5 Optimal topologies for composite materials with (a) circular and (b)~(d) various rectangular reinforced materials

1.5가 사용되었고, (c)에서는 $V_{\max}=10\%$, $r_{\min}^{(1)}=1.0$, $r_{\min}^{(2)}=0.3$, $t_E^{(1)}=1.5$, $t_E^{(2)}=2.2$, 그리고 (d)에서는 $V_{\max}=10\%$, $r_{\min}^{(1)}=0.3$, $r_{\min}^{(2)}=1.0$, $t_E^{(1)}=2.2$, $t_E^{(2)}=1.5$ 가 사용되었다. 각각의 경우에서 주어진 프로젝트 함수의 형상을 따르는 보강재의 위치가 결정되었음을 확인할 수 있다.

2.4 최대 체적탄성률과 전단탄성률을 가지는 재료설계

균질화법을 사용하면 주어진 단위 구조에 대해서 이를 주기 구조로 가지는 재료에 대한 여러 유효 재료 특성, 예를 들어 체적탄성률, 탄성계수 또는 유체투과율 등을 구할 수 있다(Guedes and Kikuchi, 1990; Hassani and Hinton, 1998). 이를 최적설계와 결합한 것이 역균질화법인데, 이를 이용하면 위의 여러 재료 특성을 최대화 하는 단위 구조를 설계하는 것이 가능하다.

주어진 단위 구조에 대해서 균질화법을 통해 얻을 수 있는 유효 재료 텐서 $\mathcal{C}^H$ 는 다음의 식 (14), (15)를 통해서 구할

수 있다.

$$C_{ij}^H = \sum_e q_{ij}^e \quad (14)$$

$$q_{ij}^e = \frac{1}{|\Omega_e|} (\mathbf{d}_o^{e(i)} - \mathbf{d}^{e(i)})^T \mathbf{K}^e (\mathbf{d}_o^{e(j)} - \mathbf{d}^{e(j)}) \quad (15)$$

여기서, $|\Omega_e|$ 와 $\mathbf{K}^e$ 는 각각 요소 e 의 넓이와 요소 강성 행렬, $\mathbf{d}_o^{e(i)}$ 는 요소 e 에 (i) -방향 단위 변형도를 발생시키는 변위장이고, $\mathbf{d}^{e(i)}$ 는 위의 변위장에 대응되는 하중 $\mathbf{f}^{(i)}$ 에 대한 응답으로 식 (16)을 통해서 구할 수 있다.

$$\mathbf{K} \mathbf{d}^{(i)} = \mathbf{f}^{(i)}, \text{ where } \mathbf{d}^{(i)} \text{ is } \Omega\text{-periodic} \quad (16)$$

$$\mathbf{f}^{(i)} = \mathbf{K} \mathbf{d}_o^{(i)}$$

2차원 문제에서 균질화된 재료의 체적탄성률 $\mathbf{B}$ 는 다음의 식 (17)을 통해서 얻어진다.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4} (C_{11}^H + C_{12}^H + C_{21}^H + C_{22}^H) \quad (17)$$

따라서 역균질화법의 정식화는 다음의 식 (18)과 같이 이루어진다.

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \mathbf{B} \\ & \text{subject to } \mathbf{K} \mathbf{d}^{(i)} = \mathbf{f}^{(i)} \\ & V \leq V_{\max} \end{aligned} \quad (18)$$

$V_{\max}=10\%$ 의 부피 제약 조건 하에서 체적탄성률 $\mathbf{B}$ 를 최대화 가지는 단위구조를 위상 최적설계를 통해 얻어 보면 아래의 Fig. 6과 같다. 한 변의 길이가 1.0인 정사각형 단위구조에 대해서 가로, 세로 방향으로 각각 160개의 사각 요소가 사용되었으며, 동일한 설계 변수의 개수를 가진다. 경계 조건은 식 (16)에서 나타낸 바와 같이 단위 구조의

Fig. 6 Optimal topology for maximum bulk modulus with 10% volume fraction

경계에서 주기 경계 조건을 가진다. 이에 대해서 좌측의 그림은 단위 구조, 우측은 이에 해당하는 주기 구조를 출력한 것이다.

이번에는 동일한 문제에 대해서 2.3절에서 살펴보았던 원형의 프로젝션 함수를 사용해서 기저재료 위에 원형의 보강재를 보강한 복합재료의 최적설계 문제를 살펴보자. 이번 예제에서 E_0 와 E_1 은 각각 0.2와 1.0이 사용되었으며, 동일한 $V_{\max}=10\%$ 의 부피 제약 조건과 $r_{\min} = t_E=0.03$ 의 조건에서 최대의 체적탄성률을 가지는 재료설계를 Fig. 7과 같이 얻을 수 있다. 마찬가지로 좌측의 그림은 단위 구조, 우측은 주기 구조를 나타낸다. 요소망의 정보는 Fig. 6의 것과 동일하다.

Fig. 7 Optimal topology for maximum bulk modulus with circular reinforced material

이와 함께 다음의 Fig. 8에서는 전단탄성률을 최대화 하는 문제를 살펴보았다. 식 (18)에서 체적탄성률 $\mathbf{B}$ 대신에 전단탄성률 $\mathbf{G}$ 가 목적함수로 사용되는데, 균질화법을 사용하면 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\mathbf{G} = C_{33}^H \quad (19)$$

이에 대해서 동일한 $V_{\max}=10\%$ 의 부피 제약 조건을 가지는 단위 구조와 주기 구조를 Fig. 8과 같이 얻을 수 있다. $r_{\min}^{(1)}$, $r_{\min}^{(2)}$, $t_E^{(1)}$, $t_E^{(2)}$ 모두 0.03이 사용되었으며, 물성치, 요소망, 경계조건 등의 정보는 앞과 동일하다.

Fig. 8 Optimal topology for maximum shear modulus with rectangular reinforced material

다음의 Fig. 9는 최대 전단탄성률 문제에 대한 최적화 이력 그래프이다. 실선은 전단탄성률 값을, 점선은 부피비를 나타낸다. 176번의 최적화 반복계산 과정을 거쳐서 전단탄성률이 0.0858로 수렴함을 확인할 수 있다. 초기 4번의 반복계산에서는 10%의 부피 제약조건을 만족시키기 위해 전단탄성률이 감소하였으나, 그 후로는 지속적으로 증가해서 최대값으로 수렴해가는 것을 확인하였다. 기저재료와 보강재료의 전단탄성률 값이 각각 0.0769와 0.3846인 것으로 볼 때, 보강 재료를 전체 부피의 10%만을 사용했을 때, 그 전단탄성률이 0.0858 이 나오는 것은 타당한 결과이다.

Fig. 9 Iteration history for maximum shear modulus problem

3. 결 론

프로젝션 기법은 원형 또는 사각형 등의 형상을 가지는 프로젝트 함수를 사용함으로써, 기존의 위상 최적설계 기법이 가질 수 있는 여러 수치적인 문제점을 해결함과 동시에 최소 길이 스케일의 개념을 도입함으로써 설계자가 보다 직관적으로 부재의 최소 크기 등을 정의할 수 있는 방법이다. 본 연구에서는 기존의 프로젝트 함수를 보다 확장시켜 다양한 형상과 길이 스케일을 가지는 프로젝트 함수를 도입함으로써, 다양한 형상과 크기를 가지는 보강재료가 사용되는 복합재료 설계 문제에서도 위상 최적설계법이 적용시킬 수 있음을 확인하였다. 또한 기존의 균질화법에 위상 최적설계를 적용시켰을 때, 주기 구조를 갖는 재료에 대해서 체적탄성률, 전단탄성률과 같은 유효 재료특성을 최대화시킬 수 있는 단위 구조의 배치를 역균질화법을 통해서 얻고 그 값을 수치적으로 계산하였다.

본 연구에서 사용된 확장된 프로젝트 기법은 기존에 위상 최적설계법이 적용되었던 다양한 분야에 직접 적용이 가능하며, 실제로 사용되는 프로젝트 함수의 형상과 크기에 따라서 다양한 최적설계를 얻어낼 수 있다. 설계자의 관점에서는

인위적인 후처리과정 없이도 설계 초기에 주어진 최소 길이 스케일과 같은 파라미터 값을 조절함으로써 설계 제약조건을 만족시키는 최적설계를 직접 얻어낼 수 있으며, 복합재료와 같이 두 개의 재료가 사용되는 문제에서도 기존의 위상 최적설계 문제의 틀 안에서 보다 간결하고 직관적으로 주어진 보강재의 형상에 따른 최적의 재료 배치를 얻어낼 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2014년도 한국해양대학교 신진교수정착연구비 (No. 2014-0013-01) 및 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. NRF-2015R1C1A1A01051797).

References

- Bendsoe, M.P., Kikuchi, N. (1998) Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 71, pp.197~224.
- Cha, S.-H., Lee, S.-W., Cho, S. (2013) Experimental Validation of Topology Design Optimization, *J. Comput. Struct. Eng.*, 26(4), pp.241~246.
- Guedes, J., Kikuchi, N. (1990) Preprocessing and Postprocessing for Materials based on the Homogenization Method with Adaptive Finite Element Methods, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 83, pp.143~198.
- Guest, J.K. (2015) Optimizing the layout of Discrete Objects in Structures and Materials: A Projection-based Topology Optimization Approach, *Comput. Methods Appl. Mech. & Eng.*, 283, pp.330~351.
- Guest, J.K., Asadpoure, A., Ha, S.-H. (2011) Eliminating Beta-Continuation from Heaviside Projection and Density Filter Algorithms, *Struct. & Multidiscipl. Optim.*, 44(4), pp.443~453.
- Guest, J.K., Prévost, J.H., Belytschko, T. (2004) Achieving Minimum Length Scale in Topology Optimization using Nodal Design Variables and Projection Functions, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 61, pp.238~254.
- Ha, S.-H., Guest, J.K. (2014) Optimizing Inclusion Shapes and Patterns Inperiodic Materials using Discrete Object Projection, *Struct. & Multidiscipl. Optim.*, 50(1), pp.65~80.
- Hassani, B., Hinton, E. (1998) A Review of

Homogenization and Topology Optimization II - Analytical and Numerical Solution of Homogenization Equations, *Comput. & Struct.*, 69, pp.719~738.

Sigmund, O. (1994) Materials with Prescribed Constitutive Parameters: an Inverse Homogenization Problem, *Int. J. Solids & Struct.*, 31, pp.2313~2329.

Sigmund, O. (2001) A 99 line Topology Optimization Code Written in Matlab, *Struct. & Multidiscipl. Optim.*, 21, pp.120~127.

Sigmund, O. (2007) Morphology-based Black and

White Filters for Topology Optimization, *Struct. & Multidiscipl. Optim.*, 33, pp.401~424.

Sigmund, O., Peterson, J. (1998) Numerical Instabilities in Topology Optimization: A Survey on Procedures Dealing with Checkerboards, Mesh-dependencies and Local Minima, *Struct. Optim.*, 16, pp.68~75.

Svanberg, K. (1987) The Method of Moving Asymptotes - a New Method for Structural Optimization, *J. Numer. Methods Eng.*, 24, pp.359~373.

요 지

본 논문은 확장된 프로젝션 기법을 사용한 위상 최적설계 방법을 다루고 있다. 다양한 형상과 길이 스케일을 가지는 프로젝션 함수를 개발해 위상 최적설계 기법에 적용시킴으로써, 복합재료의 설계에서 형상 및 크기가 미리 주어진 보강재의 최적 배치를 위상 최적설계를 통해 결정할 수 있음을 확인하였다. 또한 이와 같은 프로젝션 기법이 균질화법과 결합되어 체적 탄성률 또는 전단탄성률 등의 유효 재료특성을 최대화시키는 단위 구조를 설계함으로써, 주기 구조를 가지는 복합재료에서 보강재의 최적 배치를 결정하고 그 유효 재료특성값을 수치적으로 계산할 수 있음을 여러 수치 예제들을 통해서 검증하였다.

핵심용어 : 프로젝션기법, 위상최적설계, 길이 스케일, 복합재료, 균질화법.