論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 41(8), 619-624(2013)

DOI:http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2013.41.8.619

확률론적 위험도평가를 위한 베이지안 기반의

파손확률 추정 모델링 연구

김근원*, 신대한**, 최주호***, 신기수****

A Study on the Modeling of PoF Estimation for Probabilistic Risk Assessment based on Bayesian Method

Keun won Kim*, Dae Han Shin**, Joo-Ho Choi*** and KiSu Shin****

Department of Defense Science, Korea National Defense University*,****

School of Aerospace & Mechanical Engineering, Korea Aerospace University**,***

ABSTRACT

To predict the probabilistic service life, statistical factors should be included to consider the uncertainty of parameters. Generally the probabilistic analysis is one of the common methods to account the uncertainty of parameters on the structural failure. In order to apply probabilistic analysis on the deterministic life analysis, it would be necessary to introduce Probability of Failure(PoF) and conduct risk assessment. In this work, we have studied probabilistic risk assessment of aircraft structures by using PoF approach. To achieve this goal, the Bayesian method was utilized to model PoF estimation since this method is known as the proper method to express the uncertainty of parameters. A series of proof tests were also conducted in order to verify the result of PoF estimation. The results from this efforts showed that the PoF estimation model can calculate quantitatively the value of PoF. Furthermore effectiveness of risk assessment approach for the aircraft structures was also demonstrated.

초 록

확률론적 수명예측은 파라미터들의 불확실성에 대하여 확률론적인 요소를 적용한다. 따라서 기존의 결정론적 수명해석 기법에 확률론적 기법을 적용하기 위해서는 파손확률을 이용한 위험도 평가가 필요하다. 본 연구에서는 항공기 구조물의 확률론적 위험도평가를 수행하기 위하여 파손확률 추정 모델링 기법을 연구하였다. 이를 위해 파라미터들의 확률론적 불확실성을 효과적으로 반영할 수 있는 베이지안 기법을 이용하여 파손확률을 모델링하고 실험 데이터를 이용하여 검증하였다. 연구결과 베이지안 기반의 파손확률 추정 모델링은 정량적인 파손확률을 계산하고 확률론적 위험도평가를 효과적으로 수행할 수 있음을 입증하였다.

Key Words : Risk Assessment(위험도평가), Bayesian(베이지안), PoF Estimation(파손확률 추정), Aircraft Structural(항공기구조물)

† Received: March 27, 2013 Accepted: July 15, 2013

http://journal.ksas.or.kr/

**** Corresponding author, E-mail : ksshin@kndu.ac.kr

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

I. 서 론

항공기 구조물의 사용수명 예측은 일반적으로 각종 파라미터(parameter)를 하나의 확정 값으로 해석을 수행하는 결정론적 파괴역학 기법이 사용되어왔다. 그리고 현재 일반적으로 사용되고 있는 항공기 수명관리를 위한 항공기 구조건전성 계획(Aircraft Structural Integrity Plan, ASIP)은 결정론적 파괴역학 기법을 기반으로 한다. 그러나 초기균열 등 구조물에 작용하는 각종 초기피로품질에 대한 파라미터들은 불확실성에 따른 확률적인 요소를 가지고 있다. 이에 따라 선진 항공기 운영국가에서는 결정론적 파괴역학 해석의 문제점을 보완하기 위하여 확률론적 파괴역학 기반의 수명관리를 발전시키고 있다[1,2]. 확률론적 수명관리 기법은 파라미터들의 불확실성에 대하여 확률론적인 요소를 고려한다. 따라서 기존의 결정론적 기법에 확률론적 균열성장 기법의 적용하기 위해서는 위험도에 대한 평가가 필요하다. 확률론적 위험도평가에서는 파손확률(Probability of Failure)을 척도로 이용하며 신뢰성 있는 파손확률의 산정은 위험도분석에서 가장 중요하다.

본 연구에서는 확률론적 위험도평가를 수행하기 위하여 파손확률 추정 모델링 기법을 연구하였다. 이를 위해 파라미터들의 확률론적 불확실성을 효과적으로 반영할 수 있는 베이지안 기법과 파티클 필터(particle filter)를 이용하여 파손확률을 모델링하고, 실험 데이터를 이용하여 입증하였다.

II. 본 론

2.1 확률론적 위험도평가 모델 및 파손확률 추정 모델링

2.1.1 확률론적 위험도평가 모델

확률론적 위험도평가 모델은 Fig. 1과 같이 위험요소식별, 파손확률추정 모델링, 위험도평가로 구분하여 수행한다[3,4].

특히 파손확률추정 모델링에서는 위험도 평가를 수행하기 위하여 확률변수간 불확실성을 효과적으로 반영한 베이지안 기법을 활용하여 균열성장 모델 파라미터를 업데이트하여 반영한다. 그리고 파손확률은 샘플형태의 파티클 필터를 이용하여 확률분포로 정량화됨으로써 효율적인 위험도평가를 가능하게 할 수 있다[5].

Fig. 1. The proposed Model for Risk Assessment[3]

2.1.2 파손확률 추정 모델링

위험도평가를 위한 파손확률 추정을 위하여 초기균열크기, 균열성장모델 파라미터의 확률변수를 통계적으로 나타내야 한다. 베이지안 기법에서는 파라미터에 대한 사전분포와 표본이 주는 정보인 우도함수(likelihood function)를 조합한 사후분포를 이용하여 파라미터를 추론한다. 사전분포는 식(1)과 같이 와이블분포를 가정하였다. 여기서 θ 는 형상모수(α)와 크기모수(β)를 갖는 균열성장모델의 파라미터이다.

$$P(\theta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^{\alpha} \right] \quad (1)$$

우도함수는 식(2)와 같이 로그정규분포를 사용하여 사전분포가 업데이트 되도록 가정하였다. 여기서 y 는 측정된 균열성장 데이터로 나타나는 우도, λ 와 ζ 는 로그정규분포의 평균과 분산, σ 는 균열성장률에서 존재하는 표준편차, a_{est} 는 추정 균열이다.

$$L(y/\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta} \prod \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{\ln y - \lambda}{\zeta} \right)^2 \right] \quad (2)$$

$$\text{where } \zeta = \sqrt{\ln \left[1 + \left(\frac{\sigma}{a_{est}(\theta : \alpha, \beta)} \right)^2 \right]},$$

$$\lambda = \ln [a_{est}(\theta : \alpha, \beta)] - \frac{1}{2} \zeta^2$$

식(3)과 같이 사전분포와 우도함수를 조합하면 측정 또는 결함 데이터를 업데이트하여 파라미터의 사후분포를 구할 수 있다.

$$P(\theta/y) \propto L(y/\theta)P(\theta) \quad (3)$$

사전분포로 사용되는 초기균열크기는 역외삽법(back-extrapolation)을 이용하여 등가초기균열

Fig. 2. The concept of EIFS distribution[7]

(Equivalent Initial Flaw Size, 이하 EIFS) 분포로 정량화하여 적용하였다. EIFS는 구조물의 세부요소에 존재할 것으로 추측되는 가상의 균열로써 구조물의 초기피로품질을 특성화하는데 사용된다. Fig. 2와 같이 균열시작시점(Time To Crack Initiation, 이하 TTCI) 분포와 EIFS 균열성장식을 조합하면 EIFS에 대한 확률분포함수를 구할 수 있다[6,7].

EIFS 분포를 구하기 위해서 사용되는 균열성장식은 식(4)와 같이 Yang 등[7]이 제안한 균열성장식에 확률변수를 적용하여 사용하였다.

$$\frac{da(t)}{dt} = XQa^b(t) \quad (4)$$

여기서 X 는 균열성장의 변동성을 나타내는 확률변수이며 Q , b 는 하중과 재료(material)의 특성에 달려 있는 상수이다. 확률변수 X 는 확률분포 특성을 나타내며 평균이 1이고, 음이 아닌 값을 갖는 확률변수로서 로그정규분포를 따른다고 가정하였다. 그리고 모수 Q , b 를 구하기 위하여 최우추정법(Maximum Likelihood Estimator, MLE)을 사용하였다.

균열성장모델의 파라미터 θ 가 확률변수이므로 식(5) 구조물의 피로수명(N)도 확률변수로 정의된다.

$$N = \int_0^N dN = \int_{a_{EIFS}}^{a_c} \frac{1}{f(\theta)} da \quad (5)$$

여기서 a_c 는 임계균열크기, a_{EIFS} 는 등가초기균열크기, θ 는 응력세기계수 범위(ΔK), 응력비(R) 등 균열성장모델 파라미터이다. 따라서 $f(\theta)$ 는 다양한 균열성장모델 적용이 가능하며, 본 연구에서는 대표적인 균열성장모델인 Paris 모델을 적용하였다. a_{EIFS} 부터 a_c 까지 사용시간을 나타내는 피로수명 확률변수를 N 이라고 하면, N 의 누적분포함수는 식(6)과 같이 확률론적 로그정규 분포

함수인 한계상태함수(Limit state function)로 나타낼 수 있다.

$$F_N(\tau) = \Phi \left[\frac{\ln \tau - \ln(\bar{N})}{\sigma_z} \right] \quad (6)$$

여기서 $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포함수, τ 는 임의시점, $\bar{N}$ 는 임계균열크기 a_c 도달시까지의 평균 사용시간, σ_z 는 로그정규 표준편차이다. 임의시점 τ 에서 임계균열크기 a_c 를 초과할 확률 $P_f(\tau)$ 는 식(7)과 같이 한계상태함수를 가지는 파손확률(Probability of Failure, PoF)로 나타낼 수 있다.

$$P_f(\tau) = \Phi \left[\frac{\ln \tau - \ln(\bar{N})}{\sigma_z} \right], \quad a(\tau) > a_c \quad (7)$$

2.2 실험

2.2.1 실험조건

확률론적 위험도평가를 위한 파손확률 추정 모델링 데이터를 얻기 위하여 Fig. 3과 같이 항공기에서 사용되는 재질 중 알루미늄 판재인 Al7075-T6을 대상으로 피로시험을 수행하였다.

시험편형상은 ASTM 규격에 따라 CT(Compact Tension)형을 사용하였으며[8], 크기는 길이(L) 60mm, 폭(W) 62.5mm, 두께 4.85mm 이다. 시험조건은 응력비(R) 0.1, 주기 5Hz, 일정하중 2.5kN을 적용하였다. 초기균열크기는 1.7kN 일정하중을 적용하여 육안확인이 가능한 약 0.1mm를 기준으로 13,000cycle까지 진전시킨 후 광학현미경(Optical Microscope, OM)을 이용하여 확인하였다. 이후 5개의 시험편에 대하여 측정된 초기균열크기부터 12mm까지 균열을 진전시켜 디지털 확대경을 이용하여 균열데이터를 기록하고 최종적으로 판단 되는 수명을 측정하였다.

2.2.2 파단면분석

주사전사현미경(Scanning Electron Microscope, SEM)을 이용하여 실험에 사용된 시험편의 파단면

Fig. 3. CT specimen configuration

Fig. 4. Result of fractography(SEM)

을 분석하였다. 일정변동하중의 미시적 파단면에서는 Fig. 4와 같이 피로균열이 진전하였으며 피로파단면의 미시적 특성인 피로줄무늬(striation)이 발생됨을 확인할 수 있다. 이를 통해 본 실험은 피로에 의한 균열성장이 진행되었음을 확인할 수 있다.

2.3 파손확률 추정

2.3.1 EIFS 분포

본 연구에서는 역외삽법을 이용하여 TTCI 분포(1.25mm)로부터 EIFS분포를 구하였다. TTCI (1.25mm)에 대한 적합한 확률분포 선정 및 모수 추정을 위하여 MINITAB 프로그램의 신뢰성분석 기능을 이용하였다.

Figure 5와 같이 TTCI에 대한 와이블분포는 형상모수 10.19, 척도모수 10,572을 가진다. 그리고 유의수준 5%에 대한 와이블분포 A^2 임계치(양측검정)는 3.091이고, TTCI 와이블분포 Anderson-Darling 임계치는 2.562로 계산되어 적합성 검정 결과 유의수준 5%에 해당되었다. 또한 0.4mm ~ 1.25mm에 대한 EIFS 균열성장식 모수 Q , b 값은 최우추정법을 사용하여 Table 1과 같이 구하였다.

(a) Goodness-of-fit test

(b) Weibull PDF

Fig. 5. Results of TTCI(1.25mm) distribution

Table 1. EIFS master curve parameter

구 분	FCP #1	FCP #2	FCP #3	FCP #4	FCP #5
$Q(\times 10^4)$	1.47	1.42	0.94	1.15	1.82
b	0.26	0.24	0.52	0.31	0.43

*FCP:Fatigue Crack Propagation

(a) Goodness-of-fit test

(b) Weibull PDF

Fig. 6. Results of EIFS distribution

구 분	초기 균열전 형상	초기 균열후 형상
FCP#1		
FCP#2		
FCP#3		
FCP#4		
FCP#5		

Fig. 7. Result of initial flaw shape by using optical microscope

TTCI 분포와 균열성장식을 조합한 EIFS의 와이블분포는 Fig. 6과 같이 형상모수 2.72, 척도모수 0.131을 가진다. 또한 Anderson-Darling 검정법을 적용한 EIFS 확률분포의 적합성은 검정결과 유의수준 5%에 해당되었다.

Figure 7은 광학현미경을 이용한 CT시편의 초기균열크기를 나타낸 것이다. a_{EIFS} 는 실제 초기균열크기가 아니지만 어떤 재료가 큰 초기균열을 가진다면 EIFS를 이용하여 실제 초기균열크기를 추정해 볼 수 있다. Al 7075의 실제 초기균열크기는 일반적으로 10~20 μ m이나 Yongming[9]의

연구에서 계산된 a_{EIFS} 는 200~300 μm 로 큰 차이가 발생한다. 본 연구에서도 광학현미경을 이용한 초기균열크기는 51.3~145.7 μm 로 확인되어 Newman[10]의 연구결과인 일반적인 실제 초기균열크기와 차이가 발생함을 알 수 있다. 그러나 역외삽법을 이용하여 계산된 a_{EIFS} 는 66.6~182.5 μm 로 실제초기균열과 상당히 근접된다. 본 연구에서는 역외삽법을 이용하여 정확한 초기균열 분포를 찾는 것이 목적이 아니라 초기균열 분포 획득의 한계를 역외삽법으로 접근할 수 있음을 확인하는 것이다.

2.3.2 균열성장모델 파라미터

본 연구에서는 식(8)과 같이 대표적인 균열성장 모델인 Paris 모델을 적용하였으며, 파라미터 m , C 초기값은 와이블분포를 가정하였다. 여기서 m 은 균열성장속도지수, C 는 균열성장속도계수이다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (8)$$

Figure 8은 균열성장모델 파라미터 추정 결과이다. 그림과 같이 균열성장 모델 파라미터는 베이지안 기법에 의해 측정 데이터가 추가될 때 마다 업데이트 된다. 추정된 사후분포를 샘플링하는데 있어서 순차적 몬테카를로 기법인 파티클 필터가 이용되었으며, Matlab 프로그램으로 100,000개의 파티클 샘플이 생성되도록 하였다.

Fig. 8. Results of model parameter estimation

2.3.3 파손확률 추정

현 운영시점(using data=8)에서 최종 업데이트된 파라미터의 사후 확률밀도함수와 균열성장모델을 이용하면 Fig. 9와 같이 임계균열크기까지

Fig. 9. Results of probabilistic prediction life

(a) PoF estimation at acceptable risk 10^{-3}

(b) RUL estimation

Fig. 10. Results of PoF estimation

의 확률론적 사용수명 예측이 가능하다. 그림과 같이 측정(measurement) 데이터 입력 개수가 증가함에 따라 베이지안 기법의 장점이 효과적으로 반영되어 임계균열크기까지의 정확한 확률론적 수명예측이 가능함을 알 수 있다. 또한 Fig. 10(a)와 같이 파티클 샘플의 형태로 허용위험도에 따라 사용수명의 파손확률을 구할 수 있다. 허용위험도 10^{-3} 을 가정시 약 39,000cycle 부근에서 위험도 초과가 예상됨을 알 수 있다. 그리고 Fig. 10(b)는 현 운영시점에서 임계균열까지의 잔여수명을 나타낸 것이며, 이는 위험도를 고려한 잔여수명 판단 등의 정비정책 수립을 위한 정량적 자료로 활용이 가능하다.

III. 결 론

본 연구에서는 항공기 구조물의 확률론적 위험도평가를 수행하기 위하여 파라미터들의 확률론적 불확실성을 효과적으로 반영할 수 있는 베이지안 기법을 이용하여 파손확률을 모델링하고, 실험 데이터를 이용하여 검증하였다. 그리고 다음과 같은 결론을 도출하였다. 첫째, 역외삽법을 이용한 EIFS 분포는 베이지안 기반의 파손확률 추정 모델링을 위하여 초기균열의 사전분포로 사용할 수 있다. 또한 균열성장 모델 파라미터는 베이지안 기법에 의해 측정 데이터가 추가될 때마다 업데이트 되어 파라미터의 불확실성을 감소시킬 수 있음을 확인하였다. 둘째, 베이지안 기반의 파손확률 추정 모델링은 특정시점에서의 정확한 확률론적 수명예측이 가능하고, 정량적인 파손확률을 계산함으로써 확률론적 위험도평가를 효과적으로 수행할 수 있음을 입증하였다. 이상의 연구를 바탕으로 향후에는 실제 운영사례에 적용하는 연구를 수행할 것이다.

References

- 1) Andrew Hinkle, Jeremy Trotter, Dale Osgood and Dave Currie, "The Integration of Reliability Centered Maintenance with a Structural Integrity Program", *The Journal of the Reliability Information Analysis Center*, 2ndQuarter, 2009, pp.1~7.
- 2) B.Dixon, "Structural Risk Assessment of RAAF B707 Lower Wing Stringers", DSTO-TR-1741, 2005.
- 3) Keun Won Kim, KiSu Shin, "A Study on the Process of Probabilistic Risk Assessment for Aircraft Structural Integrity", *Journal of the Korea Association of Defense Industry Study*, Vol. 20, No. 5, 2012, pp. 449~464.
- 4) K.W. Kim, Y.D. Kim, H.J. Lee, K.S. Shin, "Risk assessment of wing 15% spar by using probabilistic durability analysis", *2012 KASA spring conference*, 2012, pp. 197~201.
- 5) Dawn An, Joo-Ho Choi, Nam H. Kim and Sriram Pattabhiraman, "Fatigue Life Prediction Based on Bayesian Approach to Incorporate Field Data into Probability Model", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.37, No.4, 2011, pp. 427~442.
- 6) J.H. Kim, G.S. Zi, S.G. Van, M.C. Jeong, J.S.Kong and M.S. Kim, "Fatigue life prediction of multiple site damage based on probabilistic equivalent initial flaw model", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.38, No.4, 2011, pp.443~457.
- 7) J.N.Yang and S.D. Manning, "Statistical distribution of equivalent initial flaw size", *Proceeding of the 1980 Annual Reliability and Maintainability Symposium*, 1980, pp.112~120.
- 8) ASTM International, "Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates", 2011.
- 9) Yongmin Liu, Sankaran Mahadevan, "Probabilistic fatigue life prediction using an equivalent initial flaw size distribution", *International Journal of Fatigue*, Vol.31, 2009, pp.476~487.
- 10) Newman JC, Philips EP, Swain MH, "Fatigue-life prediction methodology using small-crack theory", *International Journal of Fatigue*, Vol. 21, No.2, 1991, pp.109~119.