온도변화를 고려한 고무엔진마운트의 동특성 변동성 해석

Variability Analysis of Dynamic Characteristics in Rubber Engine Mounts Considering Temperature Variation

황 인 성*. 안 태 수**. 이 두 호†

In Seong Hwang, Tae Soo Ahn and Doocho Lee

(Received March 14, 2012 ; Revised April 16, 2013 ; Accepted April 16, 2013)

Key Words : Engine Mount System(엔진마운트 시스템), Viscoelastic Material(점탄성 물질), Temperature Variation(온도변화), Dynamic Stiffness(동강성)

ABSTRACT

Vehicle vibrations arise from engine and road surface excitations. The engine mount system of a passenger car sustains the engine weight and insulates the excitation force from the engine system. The dynamic properties of viscoelastic material used for the vehicle engine mounts have large variation due to environmental factors such as environmental temperature and humidity etc. The present study aims to investigate the variability of dynamic characteristics in rubber engine mounts considering both environmental temperature change and material model errors/uncertainty. The engine mounts for a passenger car were modeled using finite element method. Then, the dynamic stiffness variability of the engine mounts were estimated using Monte Carlo simulation method. In order to estimate the variations in the storage and loss moduli of the viscoelastic materials, the material properties of the synthetic rubber were expressed as a fractional-derivative model. Next, in order to simulate the uncertainty propagation of the dynamic stiffness for the engine mounts due to the storage and loss moduli variations, the Monte Carlo simulation was used. The Monte Carlo simulation results showed large variation of the engine-mount stiffness along frequency axis.

Nomenclature

a_0, a_1, c_1, β : 점탄성 물질의 물성계수
 b_1, d_1 : 물질상수, 비례상수
 E : 저장계수
 T : 온도
 α : 이동계수

η : 손실계수
 ρ : 상관계수

1. 서 론

엔진과 같은 구조물은 작동과정에서 크고 작은 진동이 발생하게 되는데 이를 감쇠시키는 가장 일반적인 방법은 손실계수가 큰 점탄성 물질을 이용하여

† Corresponding Author ; Member, Mechanical Engineering,
Donggeui University
E-mail : dooho@deu.ac.kr
Tel : +82-51-890-1658, Fax : +82-51-890-2232

* Mechanical Engineering, Donggeui University

** Member, Center of Industrial Technology, Donggeui University

‡ Recommended by Editor Don Chool Lee

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

진동을 절연시키는 방법이다. 대표적인 점탄성 물질로는 고무를 꼽을 수 있으며, 제조과정이나 사용환경 등에 따라 각기 다른 동특성을 나타내기도 한다. 점탄성 물질의 동특성에 영향을 주는 환경적 요인의 일반적인 예로는 주파수, 온도, 부식, 외부충격 등이 있으며, 특히 주파수와 온도에 의한 영향을 많이 받는다. 이러한 작동환경의 변화에 따른 점탄성 물질의 동특성을 기술하기 위해서 분수차 미분모델(fractional derivative model)을 사용하면 고전적인 모델보다 적은 수의 인자로 나타낼 수 있다^(1,2).

고무재료의 동특성을 측정하는 방법은 규격화된 보가진시험⁽³⁾이나 충격망치시험⁽⁴⁾ 등이 있는데, 측정된 결과는 사용하는 모델의 오차 또는 실험데이터의 측정 오차를 피할 수 없어 점탄성 물질의 구조계를 모델링 하는데 많은 어려움을 유발한다⁽⁵⁾. 이를 보완하기 위해 Jung 등⁽⁶⁾은 점탄성 제진 물질을 포함하는 구속 보의 응답에 대하여 물성의 불확실성과 온도영향을 고려하는 통계적 방법을 제안하였고 이를 이용하여 제진 처리된 구조물의 최적설계에 응용하였다. 또한, Pritz 등⁽⁷⁾은 여러 점탄성 물질모델 중 4변수 분수차 미분모델에 대해 연구하였으며, Suarez 등^(8,9)은 유한요소 모델을 이용하여 점탄성 물질의 분수차 미분모델의 효용성을 연구하였다.

Jones 등⁽¹⁰⁾은 분수차 미분모델의 네상수의 대표값이 구속 보 실험으로부터 얻어진 공진주파수와 감쇠계수 데이터를 물질모델과 비교하여 곡선접합방법으로 구하거나 간단한 보에 대한 충격실험의 주파수 응답함수로부터 정해질 수 있음을 밝혔다. 또 Yoon 등⁽¹¹⁾은 확률통계량의 최적화 문제를 풀기 위해 각 확률변수의 변화에 대한 복소계수의 확률밀도함수를 예측할 수 있는 방법으로 고유벡터 차원 축소방법(EDR method)을 사용하여 복소계수에 대한 확률밀도 함수를 구하였으며, 몬테카를로 해석을 통해 이동계수의 확률분포에 대한 연구를 실시하였다. Lee 등⁽¹²⁾은 점탄성 물질의 분수차 미분모델의 물성계수 추정에 대해 최적화 기법을 제안하였다.

이 연구에서는 외부의 온도와 실험데이터의 오차, 그리고 모델의 오차 등으로부터 발생하는 고무재료의 온도와 주파수의 변동성을 통계적인 방법으로 추정하고, 실제 사용되고 있는 합성고무 엔진마운트에 적용하여 그 변동성을 추정하고자 한다.

2. 점탄성 물질의 거동모델

2.1 분수차 미분모델

점탄성물질은 복소계수를 이용하면 응력(σ)-변형률(ε) 관계를 나타내는데 매우 유용하게 사용할 수 있다. 복소계수를 도입하면 응력-변형률 관계는 주파수 영역에서 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma = E^* \varepsilon = E(1 + i\eta)\varepsilon \quad (1)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이고, E , η 는 각각 저장계수와 손실계수, E^* 의 상첨자(*)는 복소수를 의미한다. 또한 온도 T 는 점탄성 물질의 동특성에 영향을 미치는 중요한 인자이며, 복소계수에 미치는 영향은 주파수 이동함수로 나타낼 수 있다. 이 이동량은 이동계수라 정의하고 $\alpha(T)$ 로 나타낸다. 이를 이용하여 임의의 주파수 f_1 과 기준온도 T_1 에서의 복소계수 값을 또 다른 주파수 f_2 와 온도 T_2 의 복소계수 값으로 표현할 수 있고, 온도-주파수 등가원리는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E^*(f_1, T_1) = E^*[f_2 \alpha(T_2), T_2] \quad (2)$$

여기서 $f\alpha(T)$ 는 이동계수에 의한 환산주파수이며 식 (2)를 이용하면 다른 온도의 복소계수를 쉽게 예측할 수 있다. 점탄성 물질에서 $\log(\alpha(T))$ 와 $1/T$ 는 선형 및 비선형 관계로 표현할 수 있으며 식 (3)은 선형, 식 (4)는 비선형 관계의 Williams Landel Ferry(WLF) 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\log(\alpha(T)) = d_1 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (3)$$

$$\log(\alpha(T)) = -d_1 \frac{(T - T_0)}{(b_1 + T - T_0)} \quad (4)$$

여기서 d_1 과 b_1 은 각각 비례상수와 물질상수이며 T_0 는 기준온도이다. 점탄성 물질의 동특성을 나타내기 위한 응력-변형률 관계의 구성방정식은 식 (5)와 같다.

$$\sigma(t) + \sum_{i=1}^n c_i \frac{d^i \sigma(t)}{dt^i} = a_0 \varepsilon(t) + \sum_{i=1}^m a_i \frac{d^i \varepsilon(t)}{dt^i} \quad (5)$$

식 (5)에서 t 는 시간을 나타내며 미분차수 m, n 만큼 시간에 대해 미분을 하여 점탄성 물질을 묘사할 수 있다. 하지만 고전적인 모델에서는 실제 점탄성 물질의 동특성을 묘사하는데 많은 인자들이 필요하게 되는 단점이 있다. 따라서 이를 4변수 분수차 미분모델로 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma(t) + c_1 D^\beta \sigma(t) = a_1 \varepsilon(t) + a_0 D^\beta \varepsilon(t) \quad (6)$$

식 (6)에서 a_0, a_1, c_1 그리고 β 는 각각 점탄성 물질의 물성계수이고 $0 < \beta < 1$ 이다. 또한 D^β 는 분수차 미분으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D^\beta \sigma(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\sigma(\tau)}{(t-\tau)^\beta} d\tau \quad (7)$$

여기서 Γ 는 감마함수(gamma function)이다. 점탄성 물질의 분수차 미분모델의 구성방정식인 식 (6)은 푸리에 변환에 의한 응력($\bar{\sigma}$)-변형률($\bar{\varepsilon}$) 관계식으로 식 (8)과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\bar{\sigma} = \frac{a_0 + a_1(i\omega)^\beta}{1 + c_1(i\omega)^\beta} \bar{\varepsilon} = E^* \bar{\varepsilon} \quad (8)$$

식 (8)에서 ω 는 각속도이다. 이를 이용하여 환산 주파수의 변환에 따른 점탄성 물질의 복소계수를 주

파수 영역에서 식 (9) 같이 표현할 수 있다.

$$E^* = E(1 + i\eta) = \frac{a_0 + a_1(i2\pi f\alpha(T))^\beta}{1 + c_1(i2\pi f\alpha(T))^\beta} \quad (9)$$

식 (9)에서 보이는 바와 같이 환산 주파수와 관련된 비례상수를 포함하여 물질상수 등을 알고 있다면 점탄성 물질의 감쇠 특성을 주파수 및 온도에 따라 기술할 수 있다.

2.2 통계적 보정법에 의한 변동성 평가

점탄성 물질의 동특성을 나타내는 복소계수의 변동성을 평가하기 위해서는 나타나는 원인에 대한 분석이 필요하다. 변동성의 주원인으로는 외부의 온도와 물성 측정 시 실험에 의한 오차를 꼽을 수 있다. 이 두 가지의 변동성 원인은 서로 독립적으로 발생한다고 가정할 수 있고, 분수차 미분모델과 WLF모델로 표현되는 고무물성의 변화를 평가하기 위해 복소계수의 변동성 양을 다음과 같이 두 개의 항으로 나눌 수 있다.

$$E^*(f, T) = E_1^*(f, T) + e_1^*(f) \quad (10)$$

위 식에서 $E_1^*(f, T)$ 는 온도의 변동성에 따른 복소계수의 무작위 변동량이고, $e_1^*(f)$ 는 기준온도에서

Fig. 1 Uncertainty characterization map of viscoelastic material

복소계수의 평균값과 실제값의 차이로 정의할 수 있다. 식 (10)은 분수차 미분모델과 모델오차, 그리고 실험데이터의 오차를 모두 포함하고 있다. 이와 같이 복소계수의 불확실성을 정의하고 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 일반적인 절차를 통하여 고무의 물성 변동성을 추정할 수 있다. 분수차 미분모델의 물성 계수에 대한 통계적 모멘트 값을 추정하기 위해서는 통계적 보정법을 사용하는데, 확률변수의 통계적 모멘트의 변화에 따라 물성계수 모델의 확률밀도함수가 변하고 이에 따라 실제 측정값에서의 확률이 변화하는데 측정값에서의 확률밀도함수의 곱들이 최대가 되는 확률변수의 통계량을 결정하는 것이다⁽¹³⁾. 이를 위해 우도함수(likelihood function) L 을 다음과 같이 로그 함수로 정의할 수 있다.

$$L(\theta | y) = \sum_{i=1}^q [\log_{10}(p(y | \theta))] \quad (11)$$

우도함수는 매개변수가 어떠한 특정 값을 얻는 확률을 가지는 함수로, 실험값 y 를 얻을 확률을 나타내는 함수이다. 식 (11)에서 q 는 실험데이터의 수이고, p 는 확률밀도함수이다. 또 y 는 점탄성 물질의 실험값이며, θ 는 미지의 물성계수에 대한 통계량이다. 우도함수가 최대가 되는 확률 통계량은 식 (12)와 같이 최적화 문제 정식화로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Find } \theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \text{ such that} \\ &\text{Maximize } L(\theta | y) = \sum_{i=1}^q [\log_{10}(p(y | \theta))] \end{aligned} \quad (12)$$

최적화된 문제를 풀기 위한 확률밀도함수의 계산은 EDR 방법을 사용했으며, 물성계수의 확률량을 추정하기 위한 보정인자는 다음과 같다.

$$\theta = SD_{\log(a_0)}, SD_{\log(a_1)}, SD_{\log(\beta)}, \rho(a_1, c_1) \quad (13)$$

여기서 SD 는 표준편차, ρ 는 상관계수를 의미하며 물성계수 a 와 c 는 서로 독립적이지 않다. 최적화 문제풀이는 MATLAB의 fmincon 함수를 사용하였고 기울기 정보는 유한차분법을 이용하였다.

2.3 합성고무에 대한 변동성 평가

이 연구에서 고무엔진마운트는 합성고무의 일종인 SBR(styrene butadien rubber)로 만들어졌다고

가정한다. 합성고무 SBR에 대해 2.2절에서 설명한 변동성 추정기법을 적용하여 복소계수의 변동범위를 추정 하였다. 외기의 온도변화데이터는 2007년 서울에서 3시간 간격으로 측정한 일년 간 기온데이터를 이용하였고, MCS(몬테카를로 해석)를 통해 이동계수의 확률분포를 얻었다. 이때 물질비례상수 d_1 , d_2 에 대한 불확실성은 다른 인자에 비해 매우 작아 무

Table 1 Statistical properties of random variables

Random variables	Mean (Jones, 2001) ⁽¹⁰⁾	Standard deviation
Temp(℃)	13.28	9.79
log(a)	-1.118	1.265
log(a_0)	log(14.50(1+i0.05))	0.2155
log(a_1)	log(196.7(1+i0.018))	0.06047
log(c_1)	log(0.0083)	0.06047
β	0.38	0.06780
$\rho(a_1, c_1)$	0.6948	-

(a) Storage modulus

(b) Loss factor

Fig. 2 Material properties of SBR

시할 수 있다고 가정하였다. 또한 SBR의 저장계수와 손실계수는 실험데이터로써 참고문헌 (10)의 실험값을 사용하였고, 분수차 미분모델에서 물성인자의 불확실성으로 발생하는 저장계수와 손실계수의 확률분포는 EDR방법을 이용하여 계산하였다. Table 1은 통계적 보정법에 의해 추정된 SBR 물질의 분수차 미분모델의 물성계수에 대한 변동성 통계량을 정리하였다. Fig. 2는 SBR 저장계수와 손실계수에 대하여 분수차 미분모델이 나타내는 95 % 신뢰구간과 실험값을 비교하여 나타내고 있는데 대부분에 실험값이 95 % 신뢰구간 내에 분포하는 것을 볼 수 있다.

3. SBR 엔진마운트의 동특성 변동해석

3.1 유한요소 해석 모델

자동차 엔진마운트의 해석모델을 먼저 Fig. 3과 같이 방향을 정하고 고무마운트의 양쪽 끝부분에 대해서는 x, y, z 방향에 대해 변위를 고정한 후 엔진과 연결되는 중앙의 구멍부분은 하나의 절점으로 연결하여 단위 힘을 가하였다. 여기서 P방향은 엔진에 의한 정하중을 받는 방향이며, Q와 S는 P에 수직한 방향을 각각 나타내고 있다. 이 연구에서는 전륜구동 승용차에 사용되어지는 FR(front), LH(left hand), RR(rear)의 3가지 엔진마운트에 대하여 고무 부분을 Fig. 4와 같이 모델링 하였다. FR 모델의 총 노드수는 6,245개 이고 요소수는 4,825개 이다. 또한 SBR고무의 밀도와 Poisson비는 각각 2.971 kg/m³, 0.49이다. SBR 합성고무의 물성 값은 Table 1의 통계량을 갖도록 외기온도와 분수차 미분모델의 물성계수를 무작위로 샘플링 한 후 생성되는 복소계수를 주파수 함수로 유한요소 모델에 입력하였다. 고무의 예압 하중은 고려하지 않았다. Figs. 5, 6은 1,000회의 무작위 추출 시 저장계수와 손실계수의 변동성을 대표적으로 보이고 있다. 엔진마운트의 동특성을 나타내는 동강성은 식 (14)를 통해 구할 수 있다.

$$k_d = 10 \log_{10} \left(\frac{F}{X} \right) \quad (\text{dB}) \quad (14)$$

여기서 F 와 X 는 힘과 변위를 나타낸다. 동강성 해석은 MSC/NASTRAN의 직접주파수 응답해석(SOL

Fig. 3 Definition of directions

(a) FR engine mount

(b) LH engine mount

(c) RR engine mount

Fig. 4 Finite elements models of engine mounts

Fig. 5 Variation of the storage modulus(SBR)

Fig. 6 Variation of the loss factor(SBR)

108)을 이용하여 단위 힘 입력에 대한 주파수 응답 함수를 구하였다.

3.2 엔진마운트의 동특성 변동해석

몬테카를로 해석에 의해 무작위적으로 생성된 SBR의 저장계수와 손실계수를 엔진마운트 유한요소 해석모델에 적용하는 방법으로 동강성을 해석하고 그 변화를 살펴보았다. 몬테카를로 해석 시 무작위 추출의 반복횟수는 그 수가 많을수록 정확한 통계량을 얻을 수 있으나, 유한요소 해석모델의 해석시간을 고려하지 않을 수 없으므로 가능한 횟수의 검토를 위하여 1,000회의 반복횟수와 10,000회의 반복횟수에 대한 동강성의 확률밀도함수를 계산하고 그 결과를 Fig. 7에 나타내었다. 10,000회 반복 시 총소요시간은 약 170시간으로 여러 모델을 반복적으로 시행하기 어려운 시간이다. 따라서 1,000회의 반복 계산시 그 값의 차이가 없으며 해석시간 역시 약 48시간으로 상대적으로 짧은 시간 안에 해석결과 획득 할 수

Fig. 7 Comparison of PDF histograms for the dynamic stiffness magnitude(FR engine mount at 10 Hz, z-direction)

있다. 따라서 이 연구에서는 몬테카를로 해석의 시행 횟수를 1,000회로 한정하여 변동성을 살펴보았다. 전술한 3가지 SBR엔진마운트에 대한 동강성 변화를 몬테카를로 해석법으로 계산하고, 그 결과를 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 8은 각 주파수에서의 95 % 신뢰구간을 각 동강성의 그래프와 함께 표현하였다. 95 % 신뢰구간은 몬테카를로 해석 결과 동강성 값의 누적확률밀도함수로부터 상/하위 2.5 % 근사값을 계산하였고 동강성의 평균값을 함께 나타내었다. 동강성의 변동성은 각 주파수에서 살펴보면 그 값의 차수가 변할 정도의 큰 폭을 가짐을 알 수 있다. 그리고 Fig. 9는 계산된 동강성 값 중 FR 마운트의 z 방향 위상과 특정주파수에서의 히스토그램을 나타내었다. Fig. 9의 (b), (c)를 통해 주파수에 따른 위상 차이를 확인할 수 있다. z축에 대한 각 주파수 별 히스토그램을 보면 95 % 신뢰구간과 기대 값을 나타낸 것으로 동강성의 변화가 물성변화에 따라 여러 차수에 걸쳐서 일어나는 것을 확인할 수 있다. 특히 10 Hz의 데이터에서는 외기 온도에 따른 동강성의 변화가 넓게 분포되며 여러 차수에 걸쳐 크게 일어나는 것을 확인할 수 있으며, 이는 100 Hz에서보다 더 큰 변동성을 보이고 있다. Figs. 10~11에는 특정 주파수 10 Hz와 100 Hz에서의 FR 엔진마운트 유한요소 모델에 대한 동강성 확률분산분포를 히스토그램으로 나타내었다. 엔진마운트 유한요소 모델에 적용되는 힘의 방향에 따라 동강성의 절대값은 다르지만 분포되는 경향이 비슷함을 확인할 수 있다. 이는 다른 두 가지 모델에서도 같은 현상을 보였다.

(a) FR engine mount

(b) LH engine mount

(c) RR engine mount

Fig. 8 Variability of the dynamic stiffness magnitudes for the engine mounts

(a) FR engine mount

(b) 10 Hz histogram

(c) 100 Hz histogram

Fig. 9 Variability of the dynamic stiffness phases for the FR engine mount in z direction

(a) x-direction

(a) x-direction

(b) y-direction

(b) y-direction

(c) z-direction

(c) z-direction

Fig. 10 Histograms of dynamic stiffness magnitude for the FR mount at 10 Hz

Fig. 11 Histograms of dynamic stiffness magnitude for the FR mount at 100 Hz

Table 2 Width of 95 % confidence interval for dynamic stiffness magnitude

Type	Direction	10 Hz	100 Hz
FR	x	5.5 dB	10 dB
	y	6 dB	11 dB
	z	5 dB	5 dB
LH	x	5 dB	12 dB
	y	6 dB	10 dB
	z	5 dB	12 dB
RR	x	5 dB	12 dB
	y	5 dB	10 dB
	z	5 dB	8 dB

Figs. 10~11의 결과를 통해 주파수에 따라 그 변동폭의 서로 달라지는 것을 확인할 수 있다. Table 2에는 각 엔진마운트에 대하여 대표 주파수에서 95 % 신뢰구간의 차이 폭을 dB스케일로 나타내었다.

4. 결 론

환경적 요인에 따른 고무엔진마운트의 동특성을 알아보기 위해 3종류의 엔진마운트 유한요소모델을 개발하고 온도와 물성값에 따른 동강성 변동성을 추정하였다. 저장계수와 손실계수의 변동성에 의해 생기는 물성의 변화가 엔진마운트의 동강성 변화에 미치는 영향을 모사하기 위해 몬테카를로 해석법을 이용하여 반복 계산한 통계 값을 얻었다. 엔진마운트의 동강성 변동성은 주파수에 따라 서로 다른 차이를 보인다. 엔진마운트의 상하방향 동강성은 10 Hz에서 95 % 신뢰구간이 5~6 dB의 변동폭을 보였지만 100 Hz의 경우 5~12 dB로 보다 큰 변동성을 보인다. 따라서 고성능 엔진마운트를 설계하기 위해서는 동특성의 변화가 꼭 고려되어야 하며 보다 정확한 변동성 추정방법 및 물성데이터의 확보를 위한 이론 및 실험적 연구가 지속적으로 진행되어야 할 것이다.

후 기

This work was supported by a National Research

Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korean government(MEST; Grant No. 2010-0023464).

References

- (1) Rao, M. D., 2003, Recent Application of Viscoelastic Damping for noise Control in Automobile and Commercial Airplanes, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 262, No. 3, pp. 457~474.
- (2) Nakata, B. C., 1998, Vibration Control in Machines and Structures Using Viscoelastic Damping, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211, No. 3, pp. 449~465.
- (3) Kim, S. Y. and Lee, D. H., 2009, Identification of Fractional Derivative Model Parameters of Viscoelastic Materials from Measured FRFs, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, No. 3-5, pp. 570~586.
- (4) Lin, T. R., Rarag, N. H. and Pan, J., 2005, Evaluation of Frequency Dependent by Impact Test, *Applied Acoustic*, Vol. 66, No. 7, p. 829.
- (5) Goh, Y., Booker, J. and McMaho, C., 2005, Uncertain Modeling of a Suspension unit, *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Vol. 219, No. 6, pp. 755~771.
- (6) Jung, B. C., Lee, D. H. and Youn, B. D., 2009, Optimal Design of constrained-layer Damping Structures Considering Material and Operational Condition Variability, *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 12, pp. 2285~2295.
- (7) Pritz, T., 2001, Loss Factor Peak of Viscoelastic Materials: Magnitude to Width Relations, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 246, No. 2, pp. 264~280.
- (8) Suarez, L. E., Shokiih, A. and Arroyo, J., 1997, Finite Element Analysis of Beams with Constrained Damping Treatment Modeled via Fractional Derivatives, *Applied Mechanics Reviews.*, Vol. 50, No. 11, Part 2, pp. 216~224.
- (9) Baber, T. T., Maddox, R. A. and Orozco, C. E., 1998, Finite Element Model For Harmonically Excited Viscoelastic Sandwich Beams, *Computer & Structures*, Vol. 66, No. 1, pp. 105~113.
- (10) Jones, D. I. G., 2001, *Handbook of Viscoelastic*

Vibration Damping, Wiely, New York.

(11) Youn, B. D., Xi, Z. and Wang, P., 2008, Eigenvector Dimension Reduction(EDR) Method for Sensitivity Free Probability Analysis, Structural and Multi disciplinary Optimization, Vol. 37, No. 1, pp. 13~28.

(12) Kim, S. Y. and Lee, D. H., 2006, Identification of Fractional-derivative-model Parameters of Viscoelastic Materials Using an Optimization Technique, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 12, pp. 1192~1200.

(13) Lee, D. H. and Hwang, I. S., 2011, Analysis on the Dynamic Characteristics of a Rubber Mount Considering Temperature and Material Uncertainties, Computational Structural Engineering Institute of Korea, Vol. 24, No. 4, pp. 383~390.

In Sung Hwang received the BS and MS degree in Mechanical Engineering in Dongeui University, Korea in 2011 and 2013, respectively. He has interesting in uncertainty analysis in dynamic problems.

Tae-Soo Ahn received the BS and MS degree in Mechanical Engineering in Dongeui University, Korea in 2005 and 2008. Currently he is in PhD in Mechanical Engineering in Dongeui University, Korea. He has interesting the sound transfer characteristics in human hearing system and the dynamic characteristic of structures.

Dooho Lee received the BS degree from Seoul National University, Korea in 1988, MS from KAIST, Korea in 1990, and the PhD from KAIST, Korea in 1994. He worked for Samsung Motors, Inc. (1995~1999), and is currently an professor in Dongeui University. His research focuses on design optimization of structural-acoustic system, uncertainty propagation in dynamic problems, and sound transfer characteristic in human hearing system.