속도의 영향에 따른 3차원 거친 표면의 혼합윤활해석

임동진[†] · 문석만 · 조용주^{*}

부산대학교 기계공학부

Effect of Sliding Velocity on 3D Rough Surface in Mixed Lubrication Regime

DongJin Lim[†], Sukman Moon and Yongjoo Cho^{*}

[†]Graduate School, Dept. of Mechanical Engineering, Pusan National University

^{*}Dept. of Mechanical Engineering, Pusan National University

(Received September 5, 2012 ; Revised November 11, 2012 ; Accepted November 12, 2012)

Abstract – This study examined the effects of surface roughness in the mixed lubrication regime of smooth and rough surfaces for roller bearings. The average flow model was adopted for interaction between the flow rheology of the lubricant and the surface roughness. The average Reynolds equation and related flow factor that describes the coupled effects of surface roughness and flow rheology, the viscosity–pressure and density–pressure equations, the elastic deformation equation, and the force balance equation were solved simultaneously. The results showed that the effects of surface roughness on the film thickness and pressure distribution should be considered, especially in elastohydrodynamic lubrication contact problems.

Keywords – average Reynolds equation (평균레이놀즈방정식), flow factor (유동계수), surface roughness (표면거칠기), roller bearing (롤러베어링), dimensionless film parameter (유막계수)

1. 서 론

베어링, 기어, 캠과 롤러 등 여러 정밀 기계요소에서 윤활이 기계수명에 큰 영향을 미치기 때문에 윤활 현상을 규명하기 위해 해석적인 많은 연구가 이루어져 왔다. 그러나 대부분의 많은 연구가 상대 운동하는 표면이 매끈하다는 가정 하에 수행되어져 왔다. 이러한 가정은 유막두께가 표면 거칠기에 비해 상당히 클 때 적용될 수 있다. 그러나 현대에 와서 초고속, 초정밀 제품과 고온, 고압, 진공과 같은 특수한 환경에서는 보다 정밀한 표면 거칠기의 영향을 고려한 윤활 해석 모델이 필요하다.

유막 두께가 표면 돌기들의 높이와 비슷한 혼합 윤

활 영역($0.4 \leq \Lambda \leq 5$)에서는, 유막에서 발생하는 압력은 거칠기에 매우 민감한 영향을 받는다. 표면 거칠기를 고려한 윤활 해석은 1960년대부터 꾸준히 연구되어져 왔다. 확률 개념의 소개로 윤활에서 표면 거칠기의 효과에 대한 연구는 더욱 활발히 이루어져 왔다[1]. Christensen & Tonder[2]는 방향성을 가지는 두 거친 표면에 대해 레이놀즈 방정식을 적용시켰고, 미끄럼과 저널 베어링 윤활 해석에 이 식을 이용했다. Patir & Cheng[3,4]은 유동 시뮬레이션을 통해 일반적인 거칠기를 가지는 표면에도 적용 가능한 평균 레이놀즈 방정식을 유도하였다.

본 논문에서는 Patir와 Cheng에 의해서 제시한 평균 레이놀즈 방정식(average Reynolds equation)을 압력 유동계수(ϕ)와 전단 유동계수(ϕ_s)를 이용하여 풀이하고 수치적으로 생성한 표면 형상을 고려한 해석 모델과 비교하여 표면 거칠기의 영향을 해석한다.

[†]주저자 : dongjin77@pusan.ac.kr

^{*}책임저자 : yjcho@pusan.ac.kr

Table 1. Analysis condition

Radius of the roller bearing	19 [mm]
Width of roller bearing	19 [mm]
Material property	E=65 GPa, $\nu=0.3$
Viscosity of Lubricant	41.0×10^{-3} [Ns/m ²]
Density of Lubricant	861.6 [Kg/m ³]
Viscosity-Pressure Index	0.4
Viscosity-Pressure Factor	22.0×10^{-9} [m ² /N]
Radial Load	190 [N]

Fig. 1. The model of roller bearing. **Fig. 2. The geometry of an equivalent bearing.**

2. 이 론

2-1. 해석모델

본 논문에서 3차원 거친 표면의 영향을 해석하기 위해 롤러베어링을 해석모델로 선정하였다. Fig. 1은 본 논문에서 해석하고자 하는 롤러베어링의 형상을 나타낸 그림이다.

그리고 Fig. 2는 롤러와 베어링 궤도륜의 표면을 탄성체인 롤러와 강체인 평판으로 상당시킨 그림이다.

2-1-1. 유막 두께

Fig. 2과 같이 두 탄성체의 접촉을 상당표면과 강체의 접촉으로 등가하면 유막 두께(h)의 식은 다음과 같다.

$$h(x,y) = h_0 + \frac{x^2}{2R} + u(x,y) + h_o(x,y) \quad (1)$$

h_0 는 최소유막두께, $\frac{x^2}{2R}$ 는 매끄러운 초기형상, u 는 탄성체의 변형량, h_o 는 거칠기 표면형상이다.

2-1-2. 탄성 변위식

탄성체의 변형량은 Love의 변위해[5]로부터 다음과 같다.

$$u(x,y) = \sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n F_{i,j,x,y} P_{x,y} \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

여기서 F 는 영향함수(influence function)를 나타낸다.

2-2. 레이놀즈방정식

윤활유가 x 방향으로만 일정속도로 유입된다면 레이놀즈방정식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12 \bar{u} \frac{\partial (\rho h)}{\partial x} \quad (3)$$

여기서, $\bar{u} = (u_1 + u_2)/2$ (평균속도)

윤활 압력에 대한 경계 조건은 Half Sommerfeld 경계조건을 적용한다.

식(3)로 매끈한 표면($h_o = 0$)의 롤러 베어링의 해석 모델과 거친 표면($h_o \neq 0$)의 롤러 베어링의 해석을 수행했다.

2-2-1. 점도-밀도 관계식

윤활유의 점도는 Roelands가 제시한 점도-압력 관계식을 적용한다.

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{\eta_\infty}{\eta_0} \right)^{1 - (1 + p/c_p)^2}$$

$$\eta_\infty = 6.31 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$$

$$c_p = 1.96 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \quad (4)$$

여기서 p 는 압력, η_0 는 대기압 상태($p=0$)에서의 점

도이고 Z 는 점도-압력 지수이다.

윤활유의 밀도-압력 관계는 Dowson과 Higginson이 제시한 다음의 관계식을 적용한다.

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) \quad (5)$$

여기서 ρ_0 는 대기압 상태($p=0$)에서의 밀도이다.

2-2-2. 하중관계식

지배방정식에서 구해진 윤활 압력은 다음의 하중 조건식을 만족하여야 한다.

$$W = \iint p dx dy \quad (6)$$

여기서 p 는 전체해석영역에 대한 압력이고, 압력에 의한 합력은 외부하중과 평형을 이루어야 한다.

2-3. 평균레이놀즈방정식

Patir & Cheng[3,4]은 표면 거칠기가 유동에 미치는 영향을 유동계수(Flow Factor)라 정의하고 이로부터 거칠기의 영향을 유동계수로 계산한 평균 레이놀즈 방정식을 유도하였다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi_y \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \\ & = 12 \bar{u} \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12 \bar{u}_s \sigma \frac{\partial \rho \phi_s}{\partial x} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\bar{u} = (u_1 + u_2)/2$ (평균속도), $\bar{u}_s = (u_1 - u_2)/2$ (미끄럼속도)

평균레이놀즈 방정식의 경계조건은 Half Sommerfeld 경계 조건을 적용한다.

2-3-1. 압력 유동 계수 ϕ_x 유도

레이놀즈 방정식으로부터 순수 구름 조건($U_1 = U_2 = \bar{U}$)을 가정하여 다음의 식을 유도 할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (8)$$

Fig. 2의 그림에서 국부 유막 두께 h_T 는 식 (9)와 같이 공칭유막두께 h 와 표면 거칠기 δ_1 및 δ_2 의 합으로 정의된다.

$$h_T = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (h=\text{constant}) \quad (9)$$

다음의 경계조건을 적용하여 ϕ_x 를 구한다.

Fig. 3. The model problem for simulation.

- 1) $p = p_A$ at $x=0$
- 2) $p = p_B$ at $x=L_x$
- 3) $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ at $y=0, y=L$
- 4) No flow at contact points

주어진 경계조건을 적용하고 식(8)을 수치적으로 풀어 압력을 계산하고 평균단위 유량을 계산함으로써 다음 식과 같은 압력유동계수 ϕ_x 를 얻을 수 있다.

$$\phi_x = \frac{\frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \left(\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dy}{\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}} \quad (10)$$

여기서, $\partial \bar{p} / \partial x = (p_B - p_A) / L_x$ 이다. 표면의 돌기들이 등방성일 경우 $\phi_y = \phi_x$ 값을 가지게 된다.

2-3-2. 전단 유동 계수 ϕ_s

전단 유동 계수 ϕ_s 는 미끄럼 운동하는 표면의 거칠기로 인한 추가적 유동을 고려한 계수이다. 구름 속도는 영(0)이고 순수 미끄럼 속도만이 고려되어지면 표면 거칠기를 고려한 Reynolds 방정식은 식(11)이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (11)$$

여기서 U_s 는 미끄럼 속도이다. 식 (11)에 다음과 같은 경계조건을 적용하여 풀면 압력을 구할 수 있고 평균 유량은 국부 유량을 평균함으로써 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$1) \quad p = p_A \quad \text{at } x = 0, \quad x = L_x$$

$$2) \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \text{at } y = 0, \quad y = L_y \quad y = L_y$$

$$3) \quad \text{No flow at contact points}$$

식 (11)에서 평균 압력 구배와 구름 속도가 0이므로 미끄럼으로 인한 추가적인 유량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{q}_x = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} (dx) dy \quad (12)$$

미끄럼으로 인한 추가적인 유량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{q}_x = \frac{U_s}{2} \sigma \phi_s \quad (13)$$

따라서 전단유동계수 ϕ_s 는 다음과 같다.

$$\phi_s = \frac{2}{U_s \sigma L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left(-\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dy \quad (14)$$

3. 해석결과

3-1. 유동계수결과

본 연구에서 속도의 영향에 따른 거칠기 효과를 구하기 위해 레이놀즈방정식과 유동계수(Flow factor)를 이용한 평균레이놀즈방정식을 각각 속도를 변화시켜 수치해석을 이용하여 윤활압력과 유막두께를 구하였다.

수치적으로 생성된 Kurtosis가 3이고 $Ra=0.3$ 인 표면을 사용하였다. 매끄러운 표면과 거친 표면, 거칠기의 영향에 따른 유동계수를 계산하여 표면의 거칠기 효과를 비교하였다.

해석결과 Λ 값의 변화에 따른 유동계수 ϕ_x , ϕ_s 값은 Fig. 4과 Fig. 5와 같이 구해진다.

이를 바탕으로 구해진 유동계수 ϕ_x , ϕ_s 값을 식(15)을 이용하여 Curve Fitting하여 평균 레이놀즈 방정식에 적용한다.

Fig. 4. Result Graphs of Pressure Flow factor (ϕ_x).

Fig. 5. Result Graphs of Shear Flow factor (ϕ_s).

Table 2. curve fitting of flow factor

	a	b	c	d
ϕ_x	0.362	-3.558	2.042	-0.140
ϕ_{xs}	1.219	0.934	-0.864	0.048

$$\phi = a\Lambda^b e^{c\Lambda + d\Lambda^2} \quad (15)$$

Figs. 6, 7, 8은 속도를 각각 3 m/s, 10 m/s, 30 m/s로 변화시켜 속도에 따른 윤활압력분포와 유막두께를 해석한 결과이다. 속도가 3 m/s일 때 유동계수(Flow Factor)를 이용한 해석모델의 유막두께는 0.63 μm 로 매끈한 표면의 유막두께 0.7 μm 에 비해 낮아진 것을 볼 수 있다. 유동계수(Flow factor)를 이용한 해석모델에서 속도가 3 m/s, 10 m/s, 30 m/s로 변화할 때 최소 유막계수($\Lambda_{\min}$)가 0.63, 1.48, 2.52로 속도가 높을수록 유막계수가 증가하는 것을 볼 수 있다.

Figs. 4, 5 결과와 같이 ϕ_x 는 Λ 가 커질수록 1에 가까워지고 ϕ_s 는 Λ 가 커질수록 0에 가까워지기 때문에 유막두께가 두꺼워 질수록 거칠기 영향은 감소하여 매끈한 표면의 윤활 해석 결과가 유사해 지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6. Film thickness and pressure profiles ; Velocity=3 [m/s].

Fig. 7. Film thickness and pressure profiles ; Velocity=10 [m/s].

Fig. 8. Film thickness and pressure profiles ; Velocity=30 [m/s].

3-2. 실제 표면의 탄성유체윤활해석결과

Fig. 9는 거칠기 형상을 물리에 적용시켜 모델링한 그림이다. 초기형상에 표면 거칠기 형상(h_r)을 입력

Fig. 9. The rough surface of bearing model.

(a) 3-D pressure distribution of Smooth surface

(b) 3-D pressure distribution of rough Surface

Fig. 10. The analysis result for roller bearing smooth and rough surface.

3D형상으로 나타낸 것이다.

Fig. 10은 매끈한 표면과 거친 표면에서의 윤활압력 분포를 나타낸 것이다. Fig. 10(b) 거친 표면의 압력분포의 경우 접촉부에서 돌기의 유무에 따라 압력이 집중되는 것을 볼 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 속도의 영향에 따른 3차원 거친 표면의 혼합 윤활해석을 수행하였다. 해석모델을 롤러베어링으로 적용하여 매끈한 표면과 거친 표면의 압력분포와 유막두께를 비교해 보았다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

1. 표면 거칠기의 영향에 따른 유동계수(Flow Factor)를 유막계수(A)에 대해 구해 평균레이놀즈방정식(average Reynolds equation)을 이용하여 압력분포와 유막두께를 구하였다.
2. 거친 표면의 형상을 매끈한 표면에 입힌 해석모델과 유동계수(Flow Factor)로 구한 윤활압력과 유막두께를 비교하여 표면 거칠기의 영향을 구하였다.
3. 속도가 증가할수록 유막계수(A)도 증가하여 표면 거칠기의 영향은 줄어들어 매끈한 표면과 거친 표면의 압력분포와 유막두께가 비슷하게 되는 것을 볼 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2012 R1A1A 2009540)

기호설명

h	nominal film thickness (compliance)
h_T	local film thickness
σ	root mean square roughness
p	hydrodynamic pressure
ϕ_x	pressure flow factors
ϕ_s	shear flow factor
R_{q1}, R_{q2}	rms surface finish of surface
A	$h/\sqrt{(R_{q1}^2 + R_{q2}^2)}$ film parameter

참고문헌

1. Tzeng, S.T., and Saibel, "Surface Roughness Effect on Slider Bearing Lubrication," *ASLE, Trans*, Vol. 10, pp. 334, 1967.
2. H. Christensen and K. Tonder, "The Hydrodynamic Lubrication of Rough Journal Bearings," *ASME, J. Lubri. Tech.*, pp. 166-172, April 1973.
3. Patir, N. and Cheng, H. S., "An average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial hydrodynamic Lubrication," *ASME, J. Lubri. Tech.*, Vol. 100, pp. 12-17, 1978.
4. Patir, N. and Cheng, H. S., "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces," *ASME, J. Lubri. Tech.*, Vol 101, pp. 220-230, 1979.
5. Love, A. E. H., "Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary," *Phil. Trans. Royal Society*, A228, pp. 377-420, 1929.
6. Mihai B. Dobrica and Michel Fillon, "Mixed Elasto hydrodynamic Lubrication in a Partial Journal Bearing-Comparison Between Deterministic and Stochastic Models," *ASME, Journal of Tribology*, Vol 128, pp. 778-788, 2006.