자계 결합 무선 전력 전송에서의 결합 계수 추출 방법

Extraction Solution for the Coupling Coefficient at the Magnetically Coupled Wireless Power Transmission

김 건 영 · 이 범 선

Gunyoung Kim · Bomson Lee

요 약

본 논문에서는 손실을 고려한 등가 회로 분석을 통하여 자계 결합 무선 전력 전송 시스템에서의 결합 계수 추출식을 유도하였다. 부하 저항을 고려한 유도된 추출식을 이용하여 결합 모드 이론을 이용한 기존의 추출식을 일반화시켰다. 따라서 우수/기수 모드 해석이 불필요하기 때문에 측정 과정에서 쉽게 결합 계수를 구할 수 있다. 또한, EM 시뮬레이션에서 두 루프를 통과하는 자속의 비를 이용하여 구한 결합 계수와 유도된 추출식을 이용하여 구한 결합 계수가 일치함을 확인할 수 있다. 자계 결합 무선 전력 전송에서의 정확한 결합 계수를 추출한다면, 시스템을 분석하고 최적화시키는 데 유용하게 활용할 수 있다.

Abstract

This paper presented the extraction solution for the coupling coefficient at the magnetically coupled wireless power transmission(WPT) system through the analysis of its equivalent circuit considering the loss. The conventional extraction solution using coupled mode theory is generalized employing the extracted solution considering the load resistance. Consequently, the measuring process of extracting coupling coefficient becomes convenient since the even/odd mode analysis is not necessary. Furthermore, the coupling coefficient obtained from the induced extraction method was in excellent agreement with the coupling coefficient obtained using the ratio of magnetic flux passing through the two loops. The extraction of the accurate coupling coefficient at the magnetically coupled WPT is an essential work to analyze and optimize the WPT system.

Key words : Wireless Power Transmission, Magnetic Coupling, Coupling Coefficient, Coupled Mode Theory

I. 서 론

최근 신호뿐만 아니라, 전력을 무선으로 전송하기 위한 연구들이 매우 활발히 진행되고 있다^{[1]~[6]}. 특히, 자계 결합 무선 전력 전송에 관한 연구가 다방면으로 이루어지고 있다. 자계 결합 무선 전력 전송에서의 결합 계수 (k)는 루프(혹은 코일)의 특성과 두

루프(혹은 코일) 사이의 거리에 따라 결정된다. 이러한 결합 계수를 시스템에서 정확히 추출한다면 시스템을 최적화 시키는 데 유용하게 사용될 수 있다. 본 논문에서는 현재 사용되는 결합 계수 추출 방식을 보완하여, 자계 결합 무선 전력 전송의 손실을 고려한 등가 회로 분석을 통한 새로운 추출 방법을 유도하였다.

「본 연구는 방송통신위원회와 전기통신기술분야 원천기술개발사업의 연구 결과로 수행되었음(KCA-2012-11911-01110).」

경희대학교 전자전파공학과(Department of Electronics and Radio Engineering, Kyung Hee University)

· Manuscript received 2012 July 26, 2012 ; Revised September 4, 2012 ; Accepted September 6, 2012. (ID No. 20120726-05S)

· Corresponding Author : Bomson Lee (e-mail : bomson@khu.ac.kr)

II. 이 론

그림 1은 두 루프를 이용한 자계 결합 무선 전력 전송 시스템과 등가 회로를 보여준다. 자계 결합 무선 전력 전송은 공진하는 두 루프 사이의 자계 커플링을 이용하여 전력이 전달되는 것으로써, 첫 번째 루프에 교류 전압이 인가되고, 이 때 발생하는 자속 (magnetic flux) 중 일부가 두 번째 루프 통과하며, 이로 인해 두 번째 루프에 전압이 인가되어 부하 저항으로 전력이 전달된다. 첫 번째 루프와 두 번째 루프의 반지름은 각각 r_1 , r_2 이며, 링의 반지름은 각각 r_{ring1} , r_{ring2} 이다. V 는 무선 전력 전송 시스템에 입력되는 전압원이고, R_L 은 두 번째 루프의 부하 저항이다. C_1 과 C_2 는 각각의 루프의 공진을 위해 사용되는 칩 커패시터이고, ϕ_1 과 ϕ_2 는 첫 번째 루프와 두 번째 루프를 통과하는 자속이다. P_{loss1} 과 P_{loss2} 는 각각의 루프에서 발생하는 손실 전력이며, P_{rad1} 과 P_{rad2} 는 루프의 방사 전력을 나타낸다. 두 루프 사이의 거리는 d 이다. 두 루프의 손실 저항은 각각 R_{l1} , R_{l2} 이며, 방사 저항은 각각 R_{r1} , R_{r2} 이다. 두 루프의 인덕턴스는 L_1 과 L_2 이다. M 은 두 루프 사이의 상호 인덕턴스이며, $k(L_1L_2)^{1/2}$ 로 나타낼 수 있고, 이 때 k 는 결합 계수이다. I_1 과 I_2 는 두 루프에 흐르는 전류이다.

그림 1(b)의 등가 회로에서 키르히호프의 전압법칙(KVL)을 이용하면 각각의 루프에서 다음과 같은 두 식을 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \\ -j\omega k \sqrt{L_1 L_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \\ -j\omega k \sqrt{L_1 L_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

이 때, R_1 은 첫 번째 루프의 손실 저항(R_{l1})과 방사 저항(R_{r1})을 합한 값이고, R_2 는 두 번째 루프의 손실 저항(R_{l2})과 방사 저항(R_{r2})을 합한 값이다. 두 루프의 손실 저항과 방사 저항 그리고 인덕턴스는 다음과 같다.

$$R_{n,2} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \cdot \frac{r_{1,2}}{r_{ring1,2}}, \quad (3)$$

(a) 시스템

(a) System

(b) 등가 회로

(b) Equivalent circuit

그림 1. 자계 결합 무선 전력 전송

Fig. 1. Magnetically coupled wireless power transmission.

$$R_{r1,2} = 320\pi^6 \left(\frac{r_{1,2}}{\lambda_0} \right)^6, \quad (4)$$

$$L_{1,2} = \mu_0 r_{1,2} \left[\ln \left(\frac{8r_{1,2}}{r_{ring1,2}} \right) - 1.75 \right]. \quad (5)$$

각각의 루프가 각주파수(ω_0)에서 공진할 때, 각각의 루프에 흐르는 전류는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{R_2 + R_L}{R_1(R_2 + R_L) + \omega_0^2 k^2 L_1 L_2} V, \\ &= \frac{V}{R_1} \cdot \frac{1 + \beta_e}{1 + \beta_e + k^2 Q_1 Q_2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{j\omega_0 k \sqrt{L_1 L_2}}{R_1(R_2 + R_L) + \omega_0^2 k^2 L_1 L_2} V, \\ &= \frac{jV}{\sqrt{R_1 R_2}} \cdot \frac{k \sqrt{Q_1 Q_2}}{1 + \beta_e + k^2 Q_1 Q_2} \end{aligned} \quad (7)$$

이 때, Q_1 은 첫 번째 루프의 Q-factor($\omega_0 L_1 / R_1$), Q_2 는 두 번째 루프의 Q-factor($\omega_0 L_2 / R_2$), $\beta_e = R_L / R_2$ 이다. 자계 결합 무선 전력 전송의 등가 회로에서 R_1 은

로 정규화 된 입력 임피던스 z_{in} 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z_{in} = \frac{Z_{in}}{R_1} = 1 + jQ_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) + \frac{(\omega/\omega_0)^2 k^2 Q_1 Q_2}{1 + \beta_e + jQ_2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (8)$$

공진 주파수에서 결합 계수를 구할 수 있도록 유도된 추출식은 참고문헌 [6]에 나타나 있으며, 아래와 같다.

$$k_{extracted1} = \frac{[R_L + Z_{in}(\omega_0)] \sqrt{R_L Z_{in}(\omega_0) \eta_L}}{\omega_0 L [R_L + Z_{in}(\omega_0) \eta_L]} \quad (9)$$

이 때, η_L 은 무선 전력 전송에서의 효율이며^[6], 위 식은 주파수 분할 현상에 관계없이 공진 주파수에서 사용할 수 있다. 식 (9)는 $Z_{in}(\omega_0)$ 는 실수부 값만을 가질 때 정확한 결합 계수를 구할 수 있다. 하지만 실제 EM 시뮬레이션 또는 측정에서 주파수 분할 현상이 나타날 때, $\text{Im}[Z_{in}(\omega_0)]$ 는 공진 주파수에서 0이 아닌 값을 가질 수 있으며, 이로 인해 부정확한 결합 계수가 유도될 수 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 주파수 분할 현상이 나타날 때 사용할 수 있는 결합 계수 추출식을 유도하였다.

식 (8)에서 입력 임피던스의 허수부가 0이 될 때 값을 구하여, 공진 주파수(ω_0) 이외의 다른 주파수에서 주파수 분할 현상이 나타날 때, 두 주파수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \sqrt{\frac{a \pm \sqrt{a^2 - (1 - k^2)}}{(1 - k^2)}} \quad (10)$$

이 때, a 는 두 번째 루프의 특성을 나타내는 파라미터로써, 다음과 같다.

$$a = 1 - \left(\frac{1 + \beta_e}{\sqrt{2} Q_2} \right)^2 \quad (11)$$

이 때, a 의 값은 실제 측정 환경에 의해 차이가 있을 수 있으므로 실제 환경에서 측정을 통해 구한 R_2 와 Q_2 를 이용하는 것이 정확한 두 번째 루프의 특성 파라미터로 활용될 수 있다.

식 (10)을 이용하여 결합 계수 추출식을 다음과

같이 유도할 수 있다.

$$k_{extracted2} = \sqrt{1 - \frac{\left[\sqrt{1 + 2a \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \right)^2} - 1 \right]^2}{\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \right)^4}} \quad (12)$$

ω_1 , ω_2 는 EM 시뮬레이션이나 측정 결과로부터 구하여 사용할 수 있다. 일반적으로 자체 결합 무선 전력 전송에서 결합 모드 이론을 이용한 결합 계수 추출식^[7]이 많이 쓰이고 있으며, 아래와 같다.

$$k_{CMT} = \frac{\omega_o^2 - \omega_e^2}{\omega_o^2 + \omega_e^2} \quad (13)$$

이 때, ω_e 는 우수 모드(even mode) 주파수, ω_o 는 기수 모드(odd mode) 주파수이다. 결합 모든 이론을 이용한 추출식은 부하 저항의 영향을 고려하지 않기 때문에 우수/기수 모드 해석을 통하여 결합 계수를 추출할 수 있다. 흔히, 주파수 분할 현상이 나타날 때 결합 계수를 구하기 위해 식 (13)을 사용하기 위해서 주파수 분할 현상이 일어나는 두 개의 주파수를 이용하기도 하는데 이 때, 구해진 결합 계수 값은 부정확한 값을 가지게 된다. 이를 표 1에 나타내었다. 표 1은 회로 시뮬레이터를 이용하여 식 (12)와 식 (13)의 결합 계수 추출식의 정확도를 비교한 것이다.

이 때, f_1 과 f_2 는 주파수 분할 현상이 나타날 때의 두 공진 주파수이다. 우수/기수 모드 주파수가 아닌 두 공진 주파수를 이용하여 식 (13)을 통해 구해진 결합 계수는 부정확함을 확인할 수 있다. 따라서 부하 저항을 고려한 식 (12)가 식 (13)에 비해 일반화된

표 1. 결합 계수 추출 방법 비교

Table 1. Comparison of the extraction solutions for the coupling coefficients.

$k(\text{ADS})$	f_1, f_2 [MHz]	$k(13)$, (오차)(%)	$k(12)$
0.9	14.89, 61.63	0.89(1.11)	0.9
0.8	15.35, 43.42	0.78(2.50)	0.8
0.7	15.87, 35.29	0.66(6.67)	0.7
0.6	16.47, 30.37	0.55(8.33)	0.6
0.5	17.17, 16.9	0.42(16.00)	0.5
0.4	18.1, 24.12	0.28(30.00)	0.4
0.3	20.1, 20.87	0.04(86.67)	0.3

결합 계수 추출식 임을 확인할 수 있다.

파장에 비해 루프의 크기가 매우 작을 때, 루프 안의 자속이 모두 동일한 것으로 가정하여, 두 루프의 반지름과 두 루프 사이의 거리를 이용하여 결합 계수를 다음과 같이 표현할 수 있다^[8].

$$k_{\text{closed}} = \frac{r_1^2 r_2^2}{\sqrt{r_1 r_2} (\sqrt{r_1^2 + d^2})^3} (r_1 \geq r_2) \quad (14)$$

식 (14)는 루프 안의 자속이 동일하다는 가정 하에 유도된 식이지만 실제 파장에 비해 크기가 작더라도 루프 안의 자속이 동일하지 않기 때문에 부정확한 값이 구해진다(이는 III장에서 증명하겠다.) 실질적인 결합 계수는 첫 번째 루프와 두 번째 루프를 통과하는 자속의 비로 다음과 같다.

$$k_{\text{flux}} = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{\int_{S_2} \overline{B_2} \cdot d\overline{s_2}}{\int_{S_1} \overline{B_1} \cdot d\overline{s_1}} \quad (15)$$

결합 계수와 두 루프의 Q-factor를 이용하여 아래와 같이 최대 전송 효율을 갖는 부하의 값도 구할 수 있다^[6].

$$\beta_{e, \max \eta_L} = \sqrt{1 + k^2 Q_1 Q_2} \left(\beta_{e, \max \eta_L} = \frac{R_{L, \max \eta_L}}{R_2} \right) \quad (16)$$

III. 시뮬레이션 결과

EM 시뮬레이션에서 구리($\sigma = 5.8 \times 10^7$ S/m)로 이루어진 루프를 설계하였다. 루프는 칩 커패시터를 이용하여 20 MHz에서 공진하도록 설계되었다. 루프의 반지름은 각각 5 cm와 25 cm이고, 링의 반지름은 각각 0.1 cm, 0.5 cm이다. 표 1에 설계된 루프의 반지름과 링의 반지름 그리고 손실 저항, 방사 저항, 인덕턴스를 나타내었다. 손실 저항과 방사 저항, 인덕턴스는 이론값은 각각 식 (3)~(5)를 이용하여 구하였다. 그림 2는 단일 루프의 입력 임피던스를 나타내었다. 이론값과 EM 시뮬레이션을 통해 구한 값이 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

그림 1에 두 루프를 이용한 자체 결합 무선 전력 전송 시스템을 나타내었다. 동일한 두 루프를 이용하여 시뮬레이션을 하였으며($R_1=R_2=R$, $L_1=L_2=L$, $C_1=C_2=C$), 포트의 임피던스는 50 Ω 이다. 그림 3은 식 (14), (15)와 유도된 결합 계수 추출식 (9), (12)를 이용하여 EM 시뮬레이션에서 ($R_L=50 \Omega$) 구한 결합 계수를 두 루프 사이의 거리와 루프의 반지름의 비(d/r)로 나타내었다. 그림 3(a)에서는 주파수 분할 현상이 나타나지 않기 때문에 식 (9)를 이용하여 결합 계수를 추출하였고, 그림 3(b)에서는 $d/r=0.4$ 이하에서 주파수 분할 현상이 나타나기 때문에 식 (12)를 이용하여 결합 계수를 추출하였으며, 나머지의 경우에는 식 (9)를 이용하였다. 두 루프를 통과하는 자속의 비 (15)와 유도된 결합 계수 추출식은 매우 잘 일치함을 확인할 수 있지만, 식 (14)의 경우 매우 부정확한 것을 확인할 수 있다. 또한, 그림 3(a), (b)를 비교하면 결합 계수는 d/r 에 비례함을 확인할 수 있다.

그림 4(a), (b)는 반지름이 각각 5 cm, 25 cm 인 두 루프를 이용하였을 때의 회로와 EM 시뮬레이션에서의 S-파라미터를 보여준다. 이 때, 부하 저항은 50 Ω 이고, d/r 은 각각 0.2, 0.8 이다. EM 시뮬레이션에서 구한 결합 계수를 회로 시뮬레이션에 넣어 결과를 비교하였다. 그림 4(a)에서 거리에 따른 결합 계수는

표 2. 설계된 루프 파라미터

Table 2. Parameters of the loops.

	r / r_{ring} [cm]	R_l [Ω]	R_r [Ω]	$R=R_l+R_r$ [Ω]	L [μ H]
Theory	5 / 0.1	0.058	38μ	0.058	0.267
EM		0.059	41μ	0.059	0.252
Theory	25 / 0.5	0.058	0.024	0.082	1.333
EM		0.058	0.025	0.083	1.321

그림 2. 단일 루프의 입력 임피던스

Fig. 2. Input impedances of only loop 1.

(a) 반지름이 5 cm인 루프
(a) $r=5$ cm

(b) 반지름이 25 cm인 루프
(b) $r=25$ cm

그림 3. d/r 에 따른 결합 계수($RL=50 \Omega$)

Fig. 3. Coupling coefficient as a function of d/r ($RL=50 \Omega$).

각각 0.5291($d/r=0.2$), 0.1614($d/r=0.8$)이고, 그림 4(b)에서는 각각 0.401($d/r=0.2$), 0.1195($d/r=0.8$)이다. 그림 4(a), (b)에서 확인할 수 있듯이 회로와 EM 시뮬레이션의 결과가 매우 유사함을 알 수 있다. 그림 5는 EM 시뮬레이션에서 부하 저항이 50Ω 과 최대 효율 조건을 가질 때의 자계 결합 무선 전력 전송의 효율이다. 부하 저항이 최대 효율조건을 만족하면 거리가 멀어지더라도 높은 효율을 가지는 것을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 자계 결합 무선 전력 전송 시스템에서의 결합 계수 추출식을 손실을 고려한 등가 회로 분석을 통해 유도하였다. 유도된 추출식은 결합

(a) 반지름이 5 cm인 루프
(a) $r=5$ cm

(b) 반지름이 25 cm인 루프
(b) $r=25$ cm

그림 4. S-파라미터($R_L=50 \Omega$)

Fig. 4. S-parameter($R_L=50 \Omega$).

그림 5. 무선 전력 전송 효율

Fig. 5. Efficiency of the wireless power transmission.

모드 이론을 이용한 추출식을 일반화 시켜 쉽게 활용할 수 있도록 하였다. 또한, 두 루프를 통과하는

자속의 비를 이용하여 구한 결합 계수와 유도된 추출식은 일치하였다. 정확한 결합 계수의 추출은 시스템을 분석하고 최적화하는 데 유용하게 활용될 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] N. Tesla, U.S. patent 1,119,732, 1914.
- [2] A. Kurs, A. Karalis, R. Moffatt, J. D. Joannopoulos, P. Fisher, and M. Solacic, "Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances", *Science*, vol. 317, pp. 83-86, Jul. 2007.
- [3] Chunlai Yu, Rengui Lu, Yinhua Mao, Litao Ren, and Chunbo Zhu, "Research on the model of magnetic-resonance based wireless energy transfer system", *Vehicle Power and Propulsion Conference 2009*, pp. 414-418, Sep. 2009.
- [4] I. Awai, T. Komori, "A simple and versatile design method of resonator-coupled wireless power transfer

system", *Proc. ICCAS 2010*, Jul. 2010.

- [5] Gunyoung Kim, Younkwon Jung, and Bomson Lee, "Wireless power transmission between two metamaterial-inspired loops at 300 MHz", *Journal of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 10, no. 4, pp. 219-223, Dec. 2010.
- [6] Chungju Kim, Bomson Lee, "Analysis of magnetic coupled wireless power transmissions considering radiation loss", *Journal of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 11, no. 3, pp. 156-160, Nov. 2011.
- [7] J. Hong, M. J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, Wiley & Sons., 2001.
- [8] K. Finkenzeller, *RFID Handbook, Fundamentals and Applications in Contactless Smart Cards and Identification*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, ch. 4, 2003.

김 건 영

2010년 2월: 경희대학교 전파공학과 (공학사)
 2012년 2월: 경희대학교 전자전파공학과 (공학석사)
 2012년 3월~현재: 경희대학교 전자전파공학과 박사과정

[주 관심분야] Small Antenna, Metamaterial, Microwave Passive Devices, Wireless Power Transmission 등

이 범 선

1982년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학사)
 1991년 5월: 미국 네브래스카 주립대 전자공학과 (공학석사)
 1995년 5월: 미국 네브래스카 주립대 전자공학과 (공학박사)
 1995년 9월~현재: 경희대학교 전자

전파공학과 교수

2012년 1월~현재: 한국전자과학회 총무 상임이사

[주 관심분야] Microwave Antenna, Metamaterials, RF Identification(RFID) Tags, Microwave Passive Devices, Wireless Power Transmission 등