전달선로행렬법을 이용한 흡음재 모델링에 대한 수치해석

박규칠* · 윤종락**

Numerical Analysis for Modeling of Sound Absorbing Medium using Transmission Line Matrix Modeling

Kyu-Chil Park* · Jong Rak Yoon**

이 논문은 2008년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음

요 약

본 연구에서는 해저의 반사면이나 흡음재와 같이 주파수에 따라 다른 특성을 가지는 매체를 시간영역에서 수치적으로 모델링하고자 시간 해석 기법의 하나인 전달선로행렬법을 이용하였다. 기존의 흡음재의 해석에 응용되던 감쇠를 이용하는 방법의 대안으로 유한임펄스응답 필터를 전달선로행렬법에 도입하였다. 7개의 탭을 가진 FIR 필터로 구현하였으며, 시간 지연, 저역통과필터, 고역통과필터의 시뮬레이션 결과를 이론치와 비교하였다. 여러 시뮬레이션 결과를 통해 흡음재의 주파수에 따른 흡음 특성을 유한임펄스응답 필터를 고려한 하나의 요소만으로 모델링하는 것이 가능하다는 것을 확인할 수 있었다.

ABSTRACT

We introduced an approach of modeling of a sound absorbing medium that had different absorbing coefficient according to frequency. To obtain the time domain result of the frequency characteristics of a sound absorbing medium, transmission line matrix modeling was used. To input sound absorbing effect in TLM modeling, we added a FIR filter at a node instead of absorbing component using resistance component. There were simulated the characteristics of time-shift, low pass filter, high pass filter using the FIR filter with 7-tap coefficients, then compared with theoretical results. From various simulation results, we could find that added FIR filter coefficient in TLM modeling was an useful way to model a sound absorbing medium.

키워드

흡음재, 전달선로행렬법, 음파전파, 유한임펄스응답 필터

Key word

Sound absorbing medium, transmission line matrix modeling, sound wave propagation, finite impulse response filter

* 정회원 : 부경대학교 정보통신공학과(교신저자, kcpark@pknu.ac.kr)

접수일자 : 2012. 06. 28

** 정회원 : 부경대학교 정보통신공학과

심사완료일자 : 2012. 07. 23

I. 서 론

일반적으로 흡음재는 자동차, 전자제품과 같이 소음이 발생하는 것으로부터 소음 감소 대책으로 많이 사용되고 있다. 이러한 흡음재는 만들어지는 소재, 두께 등에 따라 각각 다른 주파수 흡음 특성을 보이게 되며, 제품에 장착하여 사용하기 전에 그 효과를 비교, 분석할 수 있는 시스템이 구성이 된다면 흡음재의 사용에 따른 청각 테스트, 원가 절감 등의 경제적인 효과를 누릴 수 있다.

본 연구에서는 흡음재와 같이 주파수에 따라 다른 흡음 특성을 가지는 매체를 시간 영역에서 수치적으로 모델링하고자 하였다. 시간영역 해석 기법[1]으로 여러 방법이 있었지만 본 연구에서는 음파와 같은 스칼라 신호의 해석에 적합한 전달선로행렬법(Transmission Line Matrix Modeling, TLM) [1-4]이라는 해석 기법을 도입하였다. 주파수에 따른 흡음 특성[5-8]을 부가하기 위하여 유한임펄스 응답 (Finite Impulse Response, FIR) 필터 [9-10]를 도입하여 시뮬레이션하였으며 그 결과 흡음재의 모델링이 가능함을 보였다.

II. 전달선로행렬법에 의한 모델링

먼저 흡음재의 모델링에 앞서 전달선로행렬법에 대해 설명하고자 한다. Huygens 원리에 바탕을 두고 있는 TLM 모델링은 파의 산란을 이용한 시간 영역 해석기법으로 전파의 전파 수치모의를 위해 쓰이는 해석기법이다[1-4]. 여기서는 음파를 이용하여 파동의 전달을 수치모의 하여야 하므로 음파와 전파사이의 소자를 서로 대응시키는 것이 필요하다. 먼저 해석하고자 하는 대상을 L-C로 구성된 2차원 기본 요소로 분할하고, 이 기본 요소의 회로 방정식에 파동방정식을 대응시킨다. 그림 1은 해석 대상을 길이 Δl 의 요소로 분할한 예를 나타낸 것이고, 그림 2는 2차원 기본 요소를 나타낸 것이다. 각 요소의 입력 전압 및 입력 전류를 인접한 요소로부터의 출력 전압 및 출력 전류로 나타냄에 따라 전송 선로를 따라 전달하는 파동의 해석이 가능하게 된다. 음장내의 임의의 점에 대한 음압을 p , 입자속도를 u , 매질밀도를 ρ , 체적탄성률을 κ 라고 하면 p 와 u 의 관계는 다음의 식 (1)과 (2)를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$-\nabla u = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} \text{ (연속방정식)} \quad (1)$$

$$-\nabla p = \rho \frac{\partial u}{\partial t} \text{ (운동방정식)} \quad (2)$$

그림 1. 해석 대상의 요소 분할
Fig. 1 Primary element for an object

그림 2. 2차원 기본 요소
Fig. 2 Two-dimensional TLM model

이 식을 2차원으로 확장을 시키고 정리하면, 음압 p 에 대한 파동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\kappa} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3)$$

다음으로 그림 2의 회로로부터 식 (3)에 대응시킬 회로 방정식을 구성하여야 한다. 그림 2의 회로를 보면 Δl 의 길이를 가진 2쌍의 선로가 서로 교차한 형태를 취하고 있고, 단위 길이에 대한 인덕턴스와 커패시턴스를 각각 L, C 로 하면 요소의 중앙절점에 대해 전압 V 와 전류 I 의 관계는 다음 두 식으로 나타낼 수 있다.

$$-\frac{\partial I_x}{\partial x} - \frac{\partial I_y}{\partial y} = 2C \frac{\partial V}{\partial t} \quad (4)$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = L \frac{\partial I_x}{\partial t}, \quad -\frac{\partial V}{\partial y} = L \frac{\partial I_y}{\partial t} \quad (5)$$

식 (4), (5)에 의해 요소에서의 전압 V 에 대한 회로 방정식은 식(6)과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 2LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (6)$$

여기서, 식 (3)과 식 (6)로부터 전기계와 음향계의 대응 관계는 식(7)과 같이 주어진다[3-4].

$$\begin{aligned} p &\equiv V, \quad u_x \equiv I_x, \quad u_y \equiv I_y \\ \rho &\equiv L, \quad 1/\kappa = 2C \end{aligned} \quad (7)$$

이상과 같이 파동의 전달을 전송 선로로 나타냄으로써 파동 문제를 전기적 등가회로로 변환해서 해석할 수 있게 된다. 속도가 다른 매질의 경우는 C 를 조절하고, 밀도가 다른 매질의 경우는 L 을 조절하는 것이 된다.

다음으로 파의 전파 및 반사 계수에 대해 알아보면, 그림 2의 회로로 구성된 모델에서 각 선분에 입력된 파는 임피던스의 차이에 의해 반사되기도 하고 다른 선분으로 산란하기도 하는 데 이에 필요한 것이 반사계수의 계산이다. 먼저 선분 1로부터 본 입력 임피던스를 Z_i 라 하고 출력 임피던스를 Z_o 라 하면 반사 계수 s 는 다음과 같이 주어진다[1-4, 8].

$$s = \frac{Z_o - Z_i}{Z_o + Z_i} \quad (8)$$

같은 요소내에서 각 선분의 회로정수는 동일하므로 하나의 선분에 대한 특성 임피던스를 Z 라 하면, 출력 임피던스는 나머지 세 선분의 특성 임피던스의 병렬 연결이므로 $Z/3$ 이 되고, 식 (8)의 반사 계수는 다음과 같이 주어진다.

$$s = \frac{Z/3 - Z}{Z/3 + Z} = -\frac{1}{2} \quad (9)$$

이를 통합하여 산란 알고리즘으로 나타내면 다음과 같다[2-4].

$$\begin{aligned} {}_k V &= \sum_{m=1}^4 (1+s) {}_k P^m = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^4 {}_k P^m \\ {}_{k+1} S^n &= {}_k V - {}_k P^n \equiv \frac{1}{2} \sum_{m=1}^4 {}_k P^m - {}_k P^n \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 ${}_k V$ 는 시각 k 에서의 절점의 전압, ${}_k P^n$ 은 시각 k 에서 선분 n 에서의 입력 펄스, ${}_{k+1} S^n$ 은 시각 $k+1$ 에서의 선분 n 으로의 반사 펄스에 해당된다. 즉, 임의의 시각 k 에서 절점으로 입력된 펄스 P 는 다음 시각 $k+1$ 에서의 반사파 s 의 계산에 사용되는 것을 의미한다. 그림 3에 이러한 과정을 나타내었으며, 전 요소에서 이러한 과정을 반복하여 음파의 전달 시뮬레이션이 가능하게 된다.

그림 3. 요소에서의 파의 산란
Fig. 3 Impulse scattering at the element node

다음으로 본 연구에서 흡음재의 해석을 위해 도입하고자 하는 유한 임펄스 응답 필터의 처리에 대해 설명하고자 한다. 참고문헌 [4]에 의하면 감쇠를 입력 펄스가

다음 시각에 되돌아오지 못하게 하는 infinite branch에 의해 모델링할 수 있다. 그러나 특정 주파수 성분을 가진 흡음재의 특성을 나타내려면 각기 다른 임피던스를 가진 인접한 여러 요소로 분할해야 하는 문제점이 있다[4, 11]. 이 방법은 흡음된 신호와 반사된 신호를 시간 영역에서 관찰할 수 있는 장점을 가지고 있다. 또 다른 흡음재 모델링 기법으로는 흡음재를 전기음향등가회로법[12]을 이용하여 모델링하고 해석하기도 하는 데, 이 방법은 흡음재를 실수 성분과 허수 성분의 복소 임피던스로 모델링하는 방법이며 시간 신호의 전달 과정을 살펴보는 데는 한계가 있는 방법이다.

본 논문에서는 이러한 모델링의 대안으로 오직 한 요소만으로 그 흡음재의 특성을 나타낼 수 있도록 하고자 노드에 FIR 필터를 도입하고자 하였다. 식의 전개를 간단하게 하기 위해 준1차원 모델에 간주하면 선분 3-4와의 파의 전파는 없고 선분 1-2에 대해서만 고려하면 된다. 선분 1-2에 관련된 산란 알고리즘은 다음 식과 같이 주어진다.

$${}_k V = \sum_{m=1}^2 (1+s)_k P^m = \sum_{m=1}^2 {}_k P^m \quad (11)$$

$${}_{k+1} S^m = {}_k V - {}_k P^n = {}_k P^m$$

즉, 노드의 전압 V 는 선분 1의 입력과 선분 2의 입력의 합으로 주어지고, 반사계수 s 는 임피던스의 변화가 없으므로 0으로 주어진다. 시각 $k+1$ 에서의 선분 1로의 반사 펄스는 시각 k 에서의 선분 2로부터의 입력 펄스로 주어지고, 선분 2로의 반사 펄스는 선분 1로부터의 입력 펄스로 주어짐을 알 수 있다. 이 절점에 흡음재의 특성을 도입하기 위해서 i 차 FIR 필터 [9-10]계수 h_n 를 도입하면 식 (14)는 다음과 같이 변형될 수 있다.

$${}_{k+1} S^n = h_{0 \cdot k} P^m + h_{1 \cdot k-1} P^m + \dots + h_{i \cdot k-i} P^m$$

$$h[n] = [h_0 h_1 h_2 h_3 h_4 h_5 h_6] \quad (12)$$

여기서 h_i 는 흡음재의 특성에 해당되는 FIR 필터의 계수에 해당된다. 즉, 시각 $k+1$ 에서의 반사 펄스는 시

각 $k+1$ 이전의 입력 펄스의 선형 조합으로 나타낼 수 있다는 것을 의미한다.

III. 수치 시뮬레이션 결과

흡음재의 주파수 특성을 모델링하기 위해 그림 4와 같은 시뮬레이션 모델을 가정하였다. 가로의 길이는 $51\Delta l$, 세로의 길이는 $3\Delta l$ 로 하고 강벽 조건(전반사)으로 가정하고, 가로의 양 끝단은 반사가 없는 무반사 경계조건을 가정하였다. 입력 신호는 $5\Delta l$, 출력 신호는 $47\Delta l$ 에 위치하고 있으며, 흡음재는 모델의 중간인 $26\Delta l$ 에 위치하고 있다.

그림 4. 시뮬레이션 모델
Fig. 4 Simulation model

먼저 흡음재가 없는 균일 매질의 경우를 가정하고 음파 전달 시뮬레이션을 수행하였다. 식 (12)의 계수 $h_n = \delta[n]$ 인 것을 의미한다. 이때 사용된 입력 신호는 길이 11인 해닝 윈도우 신호[9]를 사용하였으며, 그림 5에 시간 파형과 주파수 스펙트럼을 나타내었다.

그림 5의 주파수 스펙트럼을 살펴보면, 고주파수 성분이 많이 감소되어 있는 것을 알 수 있는 데 이는 해닝 윈도우 신호의 주파수 스펙트럼 특성으로 향후 시뮬레이션에서 이 부분을 고려해서 평가를 해야 할 부분이다. 그림 6의 (a)의 시간 신호의 경우 약 $60\Delta t$ 지연되어 출력되고 있음을 알 수 있고, 그림 5의 입력 신호와 달리 뒷 부분에 진동이 생기는 것은 TLM 모델링의 이산화에 따른 오차에 의해 발생한 부분이다[2]. 균일 매질이라고 가정한 경우의 전달함수 특성을 살펴보기 위해 그림 5(b)와 그림 6(b)의 주파수 스펙트럼의 차를 구한 것을 그림 7에 나타내었다.

(a)

(b)

그림 5. 입력 신호의 특성
(a) 시간 파형 (b) 주파수 스펙트럼
Fig. 5 Characteristic of input signal
(a) time signal (b) frequency response

(a)

(b)

그림 6. 균일 매질에 대한 출력 신호의 특성
(a) 시간 파형 (b) 주파수 스펙트럼
Fig. 6 Characteristic of output signal for homogeneous medium
(a) time signal (b) frequency response

그림 7. 균일 매질에 대한 전달함수특성
Fig. 7 Transfer function characteristic of homogeneous medium

0에서 $0.2f_s$ 까지의 주파수 특성은 거의 평탄한 특성을 보임을 알 수 있고, $0.25f_s$ 이후로는 감쇠가 심하므로 이 부분의 특성이 필요한 경우는 샘플링 주파수를 높이는 것, 즉 Δt 를 보다 짧게 하는 것이 필요하다.

다음으로 식 (12)의 필터 계수를 변경하여 FIR 필터의 특성이 고려되는 지를 살펴보기 위해 h_n 을 $\delta[n-3]$, $\delta[n-6]$ 인 경우의 시뮬레이션을 수행하고, 그 결과를 그림 8에 나타내었다. 필터의 계수가 $3\Delta t$, $6\Delta t$ 만큼 지연됨에 따라 그 출력도 비례되어 지연되어 있음을 알 수 있다. 각각의 주파수 스펙트럼은 거의 동일하여 논문에 따로 추가하지 않았다.

다음으로 차단 주파수가 $\pi/4 (= f_s/8)$ 인 저역 통과 필터와 고역 통과 필터를 흡음재라고 가정하고 시뮬레이션을 수행하였다. 이때 사용된 필터의 계수 h_n 은 싱크 함수를 이용하여 구현한 것으로 그림 9와 같다.

그림 8. FIR 필터의 계수 변화에 따른 출력 시간 파형의 변화
Fig. 8 Output signal variation owing to FIR filter coefficient variation

(a)

(b)

그림 9. 싱크함수를 FIR 필터의 계수
(a) 저역통과필터 (b) 고역통과필터
Fig. 9 Filter coefficient using sinc function
(a) LPF (b) HPF

(a)

(b)

그림 11. HPF 필터 계수를 이용한 출력 신호의 특성
(a) 시간 파형 (b) 주파수 스펙트럼
Fig. 11 Characteristic of output signal using HPF filter
coefficient (a) time signal (b) frequency response

(a)

(b)

그림 10. LPF 필터 계수를 이용한 출력 신호의 특성
(a) 시간 파형 (b) 주파수 스펙트럼
Fig. 10 Characteristic of output signal using LPF filter
coefficient (a) time signal (b) frequency response

V. 결 론

본 연구는 시간 영역 해석기법인 TLM 모델링을 사용하여 흡음재의 주파수 특성을 모델링하고자 하였다. 디지털 신호처리에 사용되는 FIR 필터의 특성을 TLM 모델링에 접목시켰으며 이를 이용하여 흡음재의 모델링이 가능함을 보였다.

FIR 필터를 이용하는 것에 의해 단지 한 요소만으로도 흡음재의 특성을 충분히 모델링할 수 있음을 보였다. 이는 TLM 모델링에서 주로 사용되는 기존의 infinite

branch를 이용하는 방법에서의 각기 다른 임피던스를 가진 인접한 여러 요소로 분할해야 하는 문제점을 보완할 수 있으며, 기존의 전기음향등가회로법을 이용하여 흡음재를 복소 임피던스로 모델링하는 방법에서의 하나의 문제점인 시간 신호의 전파과정의 관찰이 가능하므로 매우 유용한 방법임을 알 수 있다. 이를 이용해 설치 이전에 시간 영역에서 음의 전파나 흡음 성능을 추정할 수 있을 것으로 판단된다. 또한 향후 수중 음향 전파 시뮬레이션에서 해저 반사면의 복잡한 주파수 특성을 모델링하는 문제에도 충분히 응용될 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 2008학년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음 (PS-2008-037).

참고문헌

- [1] M. N. O. Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetics, 5th ed., Oxford University Press, New York, 2009.
- [2] C. Christophe and T. Itoh, Electromagnetic Metamaterials : Transmission Line Theory and Microwave Applications, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 2006.
- [3] K.-C. Park and J. R. Yoon, "Transmission Line Matrix Modeling for Analysis of Surface Acoustic Wave Hydrogen Sensor," Jpn. J. Appl. Phys. 50, pp.07HD06, 2011.
- [4] L. Chai and Y. Kagawa, "Discrete Huygens' modeling for the characterization of a sound absorbing medium," J. Sound & Vib. 304, pp.587-605, 2007.
- [5] 강대준, 이우석, 이재원, 홍준기, 조윤희, "흡음재의 시험조건에 따른 흡음성능 특성," 한국소음진동공학회 논문지, 16(7) pp.683-689, 2006.
- [6] 강대준, 이재원, 구진희, 박형규, "시험방법에 따른

흡음률 비교," 한국소음진동공학회 논문지, 17(5) pp.373-378, 2007.

- [7] O. Hashimoto, The Story of the Wave Absorber, Nikkan Industrial News Publishing Co. Ltd., 2001, [In Japanese].
- [8] G. V. Frisk, Ocean and Seabed Acoustics : A Theory of Wave Propagation, Prentice-Hall, Upper Saddle River, 1994.
- [9] 전성준, 김경섭, 박규칠, 백성준, 이양원, 이적식, 한대현, 매트랩을 이용한 신호처리의 기초, 도서출판 인터비전, 2006.
- [10] The Mathworks Inc., Signal Processing Toolbox R2012a User's Guide, The Mathworks Inc., 2012.
- [11] 박규칠, Kazufumi Ito, 윤종락, "Debye Polarization을 이용한 흡음재 모델링에 대한 연구," 한국정보통신학회 논문지, 16(7) pp.1391- 1396, 2012.
- [12] 이동훈, 홍병국, 송화영, 서성원, "병렬 다공판 시스템의 흡음특성과 성능에 관한 연구," 한국소음진동공학회논문지, 15(9), pp.1003-1008, 2005.

저자소개

박규칠 (Kyu-Chil Park)

한국정보통신학회 영문지
제8권 제 2호 참조

윤종락 (Jong Rak Yoon)

한국정보통신학회 영문지
제8권 제 2호 참조