기하학적 특성이 강사장교의 극한 거동에 미치는 영향

Effects of Geometric Characteristics on the Ultimate Behavior of Steel Cable-stayed Bridges

김승준* · 신도형** · 최병호*** · 강영종****

Kim, Seungjun · Shin, Do Hyung · Choi, Byung Ho · Kang, Young Jong

Abstract

This study presents the effects of various geometric properties on the ultimate behavior of steel cable-stayed bridges. In general, cable-stayed bridges are well known as a very efficient structural system, because of those geometric characteristics, but at the same time, the structure also shows complex structural behavior including various nonlinearities which significantly affect to the ultimate behavior of the structure. In this study, the effects of various geometric properties of main members on the ultimate behavior under specific live load cases, which had been studied in previous studies, were investigated using a rational analytical method. In this parametric study, sectional dimensions of main members were considered as main geometric parameters. For the rational ultimate analysis under specific live load cases, the 2-step analysis method, which contains initial shape analysis and live load analysis, was used. As the analysis model, 920.0 m long steel cable-stayed bridges were used and two different types of cable arrangement were considered to study the effect of the cable arrangement types. Through this study, the effects of various geometric properties on the characteristics of the ultimate behavior of steel cable-stayed bridges were intensively investigated.

Keywords : steel cable-stayed bridge, nonlinear analysis, equivalent truss element, beam-column effect, ultimate behavior

요 지

본 논문은 완성계 강사장교의 기하학적 특성이 극한 거동에 미치는 영향을 분석한다. 사장교는 구조형식의 특성에 따라 매우 효율적인 구조체로 알려져 있지만, 이러한 구조 특성에 따라 구조물의 극한 거동에 영향을 미치는 다양한 비선형성과 함께 복잡한 구조거동을 보인다. 본 연구에서는 거더 및 주탑의 단면 크기, 케이블 배치 형식 및 케이블 단면적 변화에 따른 완성계 강사장교의 극한 거동에 대해 다룬다. 선행연구를 통해 도출된 극한거동에 지배적인 활하중에 대해 각 인자의 변화에 대한 매개변수연구를 수행하였다. 활하중에 대한 완성계 사장교의 합리적인 해석을 위해 초기형상해석·활하중해석을 거치는 2단계 해석법을 통해 극한 해석을 수행하였다. 해석에 고려된 사장교 모델은 총 920.0 m의 지간장을 갖는 강사장교이고 케이블 배치각도에 따른 거동분석을 위해 방사형 사장교와 펜 형 사장교 모델을 이용하였다. 본 해석 연구를 통해 각 기하학적 특성 인자 변화에 따른 완성계 강사장교의 극한거동 변화 특성을 도출하였다.

핵심용어 : 강사장교, 비선형해석, 등가 트러스요소, 보-기둥효과, 극한거동

1. 서 론

거더의 휨강도, 주탑의 휨강도 및 압축강도 그리고 케이블의 인장강도가 결합된 사장교는 뛰어난 구조 효율성에 따라 장기간 교량에 주도적으로 적용되어왔다. 익히 알려진 바와 같이 사장교는 각기 다른 거동을 보이는 주요 부재의 결합체라는 구조 특성에 따라 매우 복잡한 구조 거동을 보이게 된다. 특히 이러한 복잡한 구조 거동은 다음과 같은 사장교의 다양한 비선형성과 함께 나타나게 된다.

- 재료적 비선형성
- 케이블의 새그 효과
- 주탑과 거더의 보-기둥효과
- 대변위 효과
- 주탑-거더-케이블 간 상호작용 효과

사장교는 재료적 비선형성과 함께 압축력을 받는 주탑과 거더의 보-기둥 효과 및 세장한 구조물의 특성인 대변위 효과 그리고 케이블 무게에 의한 새그 효과 등의 다양한 기하학적 비선형성을 보인다. 여기에 더하여 거더와 주탑은 경사

*정회원 · Texas A&M Univ. Texas Transportation Institute · 고려대학교 건축사회환경공학과, Ph.D (E-mail : rocksmell@gmail.com)

**정회원 · 인하대학교 사회기반시스템공학부 교수 · 공학박사 (E-mail : dshin@inha.ac.kr)

***정회원 · 국립한밭대학교 건설환경공학과 교수 · 공학박사 (E-mail : bhchoi@hanbat.ac.kr)

****정회원 · 교신저자 · 고려대학교 건축사회환경공학과 교수 · 공학박사 (E-mail : yjkang@korea.ac.kr)

진 케이블로 직접 연결되어 있기 때문에 주탑-거더-케이블 간 상호 작용효과가 나타난다. 이러한 다양한 비선형성은 강사장교의 복잡한 극한 거동을 야기하는데, 결과적으로 극한 거동을 분석하기 위해서는 이러한 모든 비선형성이 합리적으로 고려된 극한해석이 수행되어야 한다.

그동안 사장교의 극한 거동에 대하여 다양한 연구들이 있었다. 먼저, Shu and Wang(2001), Tang 등(2001)은 탄성 고유치해석을 통해 기하학적 매개변수를 고려한 완성계 사장교의 좌굴거동에 대한 연구를 수행하였다. 이 연구에서는 고정하중에 대한 합리적인 고려가 되지 않았으며, 탄성고유치 해석법에 의한 좌굴 해석이 수행되었기 때문에 사장교의 주요한 기하학적 비선형성을 고려하지 못하였다. 경용수 등(2005)과 최동호 등(2005)은 고유치 해석법에 접선 탄성계수를 적용한 비탄성좌굴 고유치 해석법을 통해 거더 및 주탑의 유효좌굴 길이 산정법에 대한 연구를 진행하였으나 이 역시 기본적으로는 고유치 해석을 근간으로 하였기 때문에 주요한 기하학적 비선형성이 합리적으로 고려되지는 못하였다.

김승준 등(2010)과 김승준 등(2011b)은 기하비선형해석을 통해 활하중에 대한 완성계 사장교의 구조안정성을 연구하였고, 김승준 등(2011a)는 폐합 전 사장교의 구조안정성을 연구하였다. 이 연구들에서는 초기형상해석을 통해 사하중에 대한 고려를 하였지만, 재료적 비선형성을 고려하지 않은 탄성좌굴거동에만 국한되었다는 한계를 갖는다.

Ren(1999)는 비선형해석을 통해 콘크리트 사장교의 극한거동에 대해 분석하였다. 그러나 이 연구에서도 초기형상해석 등에 의한 사하중 상태의 합리적인 고려가 이루어지지 않은 한계가 있다.

Song and Kim(2007)은 완성계 사장교의 극한해석기법에 대해 제시하였고, 특히 활하중의 검토를 위해 초기형상해석-활하중해석의 단계적 해석법을 제시하였다.

Kim(2009)은 비선형해석을 통한 강사장교의 극한 해석기법을 제시하였다. 그러나 본 논문에서는 제시한 방법론을 통해 한정된 모델의 극한거동 분석에만 국한되었다.

본 연구에서는 비선형해석을 통해 완성계 강사장교의 주요한 극한 거동에 대해 분석하였다. 선행연구들에서 도출된 주요한 활하중 형태에 대한 강사장교의 극한 거동을 분석하는데, 활하중의 합리적인 고려를 위해 초기형상해석을 먼저 수행하고 그 후 활하중해석을 하는 2단계 해석기법을 통해 극한 해석을 수행하였다. 본 해석연구에서 강사장교를 이루는 주요부재들의 기하학적 물성치가 극한 거동 변화에 미치는 영향에 대해 면밀히 연구하였다. 총 지간장이 920.0 m인 완성계 강사장교를 해석 대상 모델로 고려하고, 거더와 주탑의 단면 크기, 케이블의 배치 형태 및 케이블 단면적 변화에 대한 주요한 극한 거동 및 내하력 변화를 해석적으로 분석하였다.

2. 강사장교의 극한 해석

본 연구에서는 비선형해석을 통해 완성계 사장교의 극한 해석을 수행하였다. 사장교의 주요한 비선형성을 고려하기 위해 비선형 유한요소해석법을 근간으로 개발된 Kim(2009)의 극한 해석 프로그램을 이용하여 극한 해석을 수행하였다. 본

장에서는 본 해석 연구에 사용된 기하 비선형 요소, 재료비선형 고려 기법, 증분-반복 해석 기법 등의 비선형 해석 기법에 대해 기술하고, 이어서 활하중에 대한 사장교의 극한 해석 기법에 대해 기술한다.

2.1 비선형 해석 기법

본 해석에서는 축력과 휨모멘트, 전단력 그리고 비틀림이 작용하는 거더와 주탑을 모델링하기 위한 비선형 프레임요소(그림 1)와 인장력을 받는 케이블을 모델링하기 위한 비선형 등가 트러스 요소(그림 2)가 사용되었다. 식 (1)~(4)는 각 요소의 절점력과 절점변위 벡터를 나타내고, 각 요소의 탄성 및 기하 강성행렬은 선행연구(Kim 2009, 김승준 등(2010), 김승준 등(2012))에 나타나있다.

$$\{f\} = \{f_{xa} f_{ya} f_{za} M_{xa} M_{ya} M_{za} f_{xb} f_{yb} f_{zb} M_{xb} M_{yb} M_{zb}\} \quad (1)$$

$$\{u\} = \{u_a v_a w_a \theta_{xa} \theta_{ya} \theta_{za} u_b v_b w_b \theta_{xb} \theta_{yb} \theta_{zb}\} \quad (2)$$

$$\{f\} = \{f_{xa} f_{ya} f_{za} f_{xb} f_{yb} f_{zb}\} \quad (3)$$

$$\{u\} = \{u_{xa} u_{ya} u_{za} u_{xb} u_{yb} u_{zb}\} \quad (4)$$

등가 트러스 요소라 함은 케이블의 무게, 수평 길이, 장력 등을 통해 계산되는 등가 탄성계수를 일반 트러스 요소에 적용하여 케이블의 새그 효과를 보다 효율적으로 고려하는 요소이다. 기본적으로 많은 연구에서 사용한 등가 트러스 요소의 등가 탄성 계수는 현수선의 형상함수를 이용하여 유도되었는데, 유도과정에서 hyperbolic sine/cosine 함수 항들은 Taylor의 급수에 의해 간략화 되었다. 그러나 이러한 간략화 과정을 거친 등가 요소는 케이블의 장력이 클 경우 정해와 거의 같은 해를 얻을 수 있지만, 케이블 장력이 크게 저하되어 처짐이 커지면 큰 오차를 유발 할 수 있다(김승준 등, 2005; Kim, 2009). 본 연구에서 사용한 등가 탄성 계수는 본 hyperbolic sine/cosine 함수를 어떠한 간략화 없이 그대로 적용된 식으로(김선훈 등, 2005; Kim, 2009, 김승준 등 2012), 보다 정해에 가까운 해를 얻을 수 있도록 하였다.

본 연구에서는 케이블, 거더, 주탑의 재료적 비선형성 고려를 위해 개선소성인자법을 사용하여 선요소를 사용한 비선형해석에서 효율적 그리고 합리적으로 재료 비선형성을 고

그림 1. 2절점 6자유도 비선형 프레임요소의 절점력 및 절점변위

그림 2. 2절점 3자유도 비선형 등가 트러스요소의 절점력 및 절점변위

려하였다. 개선소성힌지법을 이용하여 각 증분-반복해석단계마다 요소에 작용하는 축력과 항복 축력, 휨모멘트와 소성모멘트 간의 비율을 통해 점진적인 재료의 비탄성효과를 고려하였다. 먼저 축방향부재의 축력에 의한 재료의 비탄성 효과는 CRC접선탄성계수식을 이용한 접선탄성계수 E_t 를 이용하여 식 (5), (6)과 같이 요소에 작용하는 축력 P 와 항복응력과 단면적의 곱인 항복력 P_y 의 비를 통해 고려된다(Liew 등, 1993; 최세휴와 김승익, 2002; 김승익과 마상수, 2003; Song and Kim, 2007; Kim, 2009; 김승준 등, 2012).

$$E_t = 1.0E \quad (P \leq 0.5P_y) \quad (5)$$

$$E_t = 4 \frac{P}{P_y} E \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \quad (P > 0.5P_y) \quad (6)$$

축력과 휨모멘트에 의한 단면의 점진적인 소성화는 연화소성힌지의 도입을 통해 고려할 수 있다. 즉 프레임 요소의 경우 위의 접선탄성계수와 아래의 연화소성 변수를 탄성강성행렬에 함께 도입하여 강재의 재료적 비탄성화를 고려한다(최세휴와 김승익, 2002; 김승익과 마상수, 2003; Song and Kim, 2007; Kim, 2009; 김승준 등, 2012).

$$\eta = 1 (\alpha \leq 0.5) \quad (7)$$

$$\eta = 4\alpha(1-\alpha) (\alpha > 0.5) \quad (8)$$

여기서 η 는 연화소성 변수, α 는 프레임 요소에서의 단면력과 축방향 항복강도 및 소성모멘트의 비로 이루어진 함수인데 본 연구에서는 AISC-LRFD(1994)의 규정식을 따랐다.

$$\frac{P}{P_y} \geq \frac{2}{9} \frac{M_y}{M_{yp}} + \frac{2}{9} \frac{M_z}{M_{zp}} \quad \text{일 때,} \\ \alpha = \frac{P}{P_y} + \frac{8}{9} \frac{M_y}{M_{yp}} + \frac{8}{9} \frac{M_z}{M_{zp}} \quad (9)$$

$$\frac{P}{P_y} < \frac{2}{9} \frac{M_y}{M_{yp}} + \frac{2}{9} \frac{M_z}{M_{zp}} \quad \text{일 때,} \\ \alpha = \frac{P}{2P_y} + \frac{M_y}{M_{yp}} + \frac{M_z}{M_{zp}} \quad (10)$$

여기서, M_{yp} , M_{zp} : 각 축에 대한 소성모멘트

비선형 해석을 위한 증분-반복해석 기법은 일반화된 변위 제어 방법(Yang and Kuo, 1994; Kim, 2009; 김승준 등, 2010, 2011a, 2011b; 김승준 등, 2012)을 이용했다. 이 방법에서는 매 단계마다 바로 전 해석 단계에서 계산된 증분 변위벡터를 이용하여 증분하중계수를 결정하게 되는데, 이에 따라 강성이 0에 가까운 임계 상태나 극한 상태 및 부강성 구간(Negative Stiffness Zone), 강성의 부호가 바뀌는 구간 등에서도 수치적으로 안정하게 비선형 반응 추적이 용이하다. i -증분 j -반복 계산단계에서의 증분하중계수를 λ_j^i 라 표현하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda_1^i = \pm \lambda_1^1 |GSP|^{1/2} \quad (j=1) \quad (11)$$

$$\lambda_j^i = \frac{\{\hat{\Delta U}_1^{i-1}\}^T \{\Delta \bar{U}_j\}}{\{\hat{\Delta U}_1^{i-1}\}^T \{\Delta \bar{U}_j\}} \quad (j \geq 2) \quad (12)$$

여기서,

그림 3. 극한 해석 절차

$$GSP = \frac{\{\hat{\Delta U}_1^1\}^T \{\Delta \bar{U}_1\}}{\{\hat{\Delta U}_1^{i-1}\}^T \{\Delta \bar{U}_1\}}, \text{ 일반화된 강성 변수}$$

(Generalized Stiffness Parameter)

$\{\Delta U\}_j^i$: 증분해석 단계 중 j 번째 반복해석 수행 후 발생한 증분변위 성분

$\{\Delta \bar{U}_j\}^i$: 증분해석 단계에서 $j-1$ 반복해석 단계 후 구성된 구조물의 강성 $[K_{j-1}^i]$ 을 이용하여 구한 총 하중 벡터 $[P]$ 에 대한 변위성분

$\{\Delta \bar{U}_j\}^i$: 증분해석 단계에서 $j-1$ 반복해석 단계 후 구성된 구조물의 강성 $[K_{j-1}^i]$ 을 이용하여 구한 $j-1$ 해석 후 발생한 불평균하중벡터 $[R_{j-1}^i]$ 에 대한 변위성분

2.2 활하중에 대한 강사장교의 극한 해석 절차

강사장교의 설계 및 시공 특성을 고려하여 활하중에 대한 강사장교의 극한 거동을 해석하기 위해 본 해석 연구에서는 그림 3과 같이 초기형상해석-활하중에 대한 비선형 해석의 순서로 극한 해석을 수행하였다. 먼저, 본 논문에서는 초기부재력법(Wang 등, 1993; 윤근진과 이원수, 2001; Kim, 2009; 김승준 등, 2010; 김승준 등, 2011a; 김승준 등, 2011b)으로 초기형상해석을 수행하였고, 이때 형상오차검토를 위한 기준치는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \Delta U_{cy} / L_c < 10^{-5} \quad \varepsilon: \text{형상 오차, } \varepsilon \leq 10^{-4} \\ \Delta U_{cy}: \text{중앙지간 중앙부 수직 변위, } L_c: \text{중앙지간길이}$$

이후 활하중에 대한 비선형 해석을 수행하게 되는데, 이 해석에서는 케이블의 새그 효과, 주탑과 거더의 보-기둥 효과, 대변위 효과 등의 기하학적 비선형성과 강재의 점진적 항복 등의 재료적 비선형성을 함께 고려하여 케이블에 의해 도입되는 압축력에 의한 주탑 및 거더의 좌굴, 축력 및 휨모멘트에 의한 단면 소성화, 케이블 장력 과다에 의한 소성화 등의 활하중에 대한 구조물의 극한상태를 해석하게 된다.

본 해석연구에서의 해석 기법의 이론적 배경은 위와 같다. 각 요소의 재료 및 기하학적 비선형효과와 개별적 검증과 비선형해석을 위한 증분-반복해석기법 및 초기형상해석 기법의 수치적 타당성은 Kim(2009), 김승준 등(2010), 김승준 등(2011a, 2011b), 김승준 등(2012)의 연구에서 검증되고 언급된 바 본 논문의 본문에서는 생략한다.

3. 강사장교의 극한 거동 분석

본 장에서는 주요한 기하학적 특성 변화에 따른 강사장교의 극한 거동 변화를 해석적으로 분석한다. 그림 4와 같이

그림 4. 해석 대상 사장교 모델

표 1. 해석 모델의 단면 제원 및 물성치

	Girder	Mast	Cable
$E(\text{kN/m}^2)$	2.1×10^8	2.1×10^8	2.1×10^8
$A(\text{m}^2)$	0.62~0.75	0.19~0.45	0.02~0.14
$I(\text{m}^4)$	0.04~1.45	0.39~5.437	-
$\gamma(\text{kN/m}^3)$	218.27	76.90	76.90
$f_y(\text{MPa})$	380.0	탄성상태유지	1,800.0

총 지간장이 920.0 m인 강사장교인 방사형 및 팬 형 사장교 모델을 기본 해석 모델로 하였다. 거더 및 주탑 단면 내에는 국부 좌굴을 방지할 수 있는 충분한 보강재가 설치되었다고 가정하여 국부 좌굴에 대한 영향은 고려하지 않았다. 본 연구에서 고려한 활하중은 중앙지간에만 작용하는 등분포하중으로, 이는 선행연구(Kim, 2009; 김승준 등, 2010; 김승준 등, 2011b; 김승준 등, 2012)에서 도출된 매우 낮은 임계 하중계수를 보이는 주요한 하중형태이다. 본 연구에서는 A. 거더 단면의 크기, B. 주탑의 단면 2차 모멘트 그리고 C. 케이블의 단면적을 극한 거동에 영향을 미치는 주요한 기하학적 매개변수로 설정하였다. 각 매개변수의 설정범위는 표 1과 같다.

3.1 초기 형상해석결과 검토

본 절에서는 임의의 해석 모델의 사하중에 대한 초기형상 해석결과를 간략히 나타낸다.

그림 5는 반복된 초기형상해석에 의한 각 모델 별 최대 수직 처짐의 변화를 나타내는데, 총 5회의 반복해석 결과, 거더의 최대 처짐은 방사형과 팬 형 모델에 대해 각각 3.59 cm, 4.5 cm(중앙지간장 대비 0.0074%, 0.0095%)가 발생하였고 이때 주탑 최상단의 수평변위는 0.18 cm, 0.37 cm가 발생하였다. 이러한 정량적인 지표를 바탕으로, 사하중에 대하여 변형이 거의 없는 상태를 목표형상이라 할 때, 본 해석 결과는 사하중 상태에 있어서 구조물의 변형형상이 목표

그림 5. 형상해석 단계별 거더 중앙부 수직 변위 (거더 높이 $H_g=3.0$ m, 주탑 단면 2차 모멘트 $I_m=3.143 \text{ m}^4$, 케이블 단면적 $A_c=0.02 \text{ m}^2$ 인 모델)

그림 6. 활하중에 대한 하중-변위 곡선(중앙지간 중앙부)

형상에 대해 만족하는 해석결과라고 판단할 수 있다. 본 연구에서 고려한 모든 해석 모델은 활하중 재하 전에 목표형상을 만족하게 하는 초기형상해석을 먼저 수행하여 사하중 하에서의 구조 상태를 합리적으로 고려하였다.

3.2 활하중에 대한 극한 거동

3.2.1 거더 단면 변화에 따른 극한 거동 변화

본 절에서는 거더 단면 변화에 따른 극한 거동의 변화를 분석한다. 거더 단면 변화는 그림 4(d)의 거더의 높이를 변화시키며 고려하였는데, 단면적과 단면 2차 모멘트, 소성계수 등의 변화에 따른 극한 거동 및 극한 하중 계수의 변화의 양상을 분석하였다.

그림 6은 거더 단면 크기 변화에 따른 하중-변위곡선 변화를 거더 높이 별로 구분하여 나타내고 있다. 거더의 단면 크기 증가는 1차적으로 거더의 축강성 및 휨강성의 증대를 가져오기 때문에 단면 높이가 커짐에 따라 초기 하중-변위곡선의 기울기가 증가하였고, 작용 하중에 대한 구조물의 극한점 역시 함께 증가하였다. 하중-변위곡선 상에서 1차 극한점에 도달한 이후 구조물은 지속적인 변위증가 및 하중계수 감소를 보이는데, 구조물의 기하학적 비선형성만 고려한 선행 연구(김승준 등, 2011b)에서는 구조물의 1차 임계상태 도달 이후 강성 회복 등의 후좌굴 거동을 보였으나, 재료적

그림 7. 하중 변화에 따른 방사형 사장교의 변형 형상 ($A_c=0.02 \text{ m}^2$, Scale factor : 2.0, 하중감소구간)

그림 8. 하중 변화에 따른 팬 형 사장교의 변형 형상 ($A_c=0.02 \text{ m}^2$, Scale factor : 2.0, 하중감소구간)

소성화까지 고려한 본 해석연구에서는 이러한 특성은 나타나지 않았다. 이는 구조물의 변위 및 변형이 증대되어 주요 부재 단면에서 완전한 항복이 발생, 내하력을 잃었기 때문인 것으로 풀이된다.

그림 7과 8은 각 해석 모델의 극한상태 이후의 변형형상을 나타낸다. 그림 7(b)의 모델을 제외한 모델은 모두 중앙지간에 작용하는 수직 하중에 의해 중앙경간은 하향, 측경간은 상향의 휨변형이 지배적으로 발생함을 알 수 있다. 중앙경간에 작용하는 수직하중이 증가함에 따라 1차적으로 중앙경간의 수직처짐 및 양 주탑의 수평 변형이 발생하고, 이 수평 변형에 의해 양 측경간에는 초기 들림이 발생한다. 이후 하중의 계속적인 증가에 따라 케이블 장력에 의한 압축

표 2. 주요 극한 거동($A_c=0.02 \text{ m}^2$)

모델		
방사형	$H_g=0.5 \text{ m}$ $I_m=0.390 \text{ m}^4$	주탑 좌굴, 주탑/거더 교차점 항복
	$H_g=3.0 \text{ m}$ $I_m=0.390 \text{ m}^4$	주탑 좌굴, 주탑/거더 교차점 항복
	$H_g=0.5 \text{ m}$ $I_m=3.143 \text{ m}^4$	주탑/거더 교차점 항복
	$H_g=3.0 \text{ m}$ $I_m=3.143 \text{ m}^4$	측경간 단부 근처에서 항복
팬 형	$H_g=0.5 \text{ m}$ $I_m=0.390 \text{ m}^4$	주탑 좌굴, 주탑/거더 교차점 항복
	$H_g=3.0 \text{ m}$ $I_m=0.390 \text{ m}^4$	주탑 좌굴, 측경간 단부 근처 항복
	$H_g=0.5 \text{ m}$ $I_m=3.143 \text{ m}^4$	주탑/거더 교차점 항복
	$H_g=3.0 \text{ m}$ $I_m=3.143 \text{ m}^4$	측경간 단부 근처에서 항복

력이 측경간의 휨변형을 증폭시키는 보-기둥효과가 나타나 이와 같은 변형 형태가 나타난다. 이러한 완성계 강사장교의 대변위거동에 대한 선행연구에서는(Kim, 2009; 김승준 등, 2010; 김승준 등, 2011b) 이러한 활하중형태가 작용할 때, 하중이 작용하지 않는 측경간에 탄성좌굴이 지배적으로 발생하였는데, 만약 주탑의 휨강성이 작을 경우, 측경간 거더 뿐만 아니라 주탑 역시 증가된 압축력에 의해 좌굴이 발생한다고 언급하고 있다.

표 2은 각 해석모델에서 도출된 주요 극한 거동 양상을 간략히 보여준다. 먼저, 주탑의 휨강성이 매우 작을 경우 거더의 소성화 뿐만 아니라 주탑의 좌굴 역시 발생함을 기술하고 있고, 이때의 구조물의 변형형상은 그림 7(a)와 (b), 그림 8(a)와 (b)에 잘 나타나 있다. 주탑의 좌굴이 발생하는 경우, 방사형 모델에서 거더의 첫 번째 소성단면은 주탑과 교차하는 거더 구간이었다. 반면, 팬 형 모델의 경우 거더의 단면이 큰 모델에서는 측경간 단부 근처에서 소성단면이 발생했다. 이러한 거동 차이는 주탑의 좌굴 시점과 연관지어 생각할 수 있다. 방사형 모델의 경우 케이블 배치의 특성에 의해 팬 형 사장교 모델보다 최대 압축력이 작용하는 주탑의 구간이 길기 때문에 동일한 수직 하중이 작용할 때 상대적으로 주탑의 좌굴이 진행되는 시점이 더 이르다. 그런데 거더의 단면 높이가 커서 단면 2차 모멘트가 큰 경우, 측경간의 보-기둥효과가 충분히 나타나기 전에 주탑에 좌굴이 발생하면 측경간은 다시 하향의 변형이 발생한다. 실제로, 그림 7(b)에 잘 나타나듯이, 주탑에 좌굴이 발생하고 극한점 이후 하중이 감소하는 구간에서 측경간 거더는 다시 하향의 변형 상태를 보임을 알 수 있다. 반면 팬 형 모델의 경우는 주탑의 좌굴이 상대적으로 늦게 진행됨에 따라 양 측경간의 보-기둥 효과는 측경간 거더의 단면이 부모멘트에 의한 소성 모멘트에 도달할 때까지 영향을 미쳐서 첫 번째 소성단면이 측경간의 단부 부근에서 발생한 것이다.

주탑의 좌굴이 발생하지 않는 경우, 방사형/팬 형 모델 모두 거더의 단면이 매우 작을 때는 최대 압축력 및 부모멘트가 작용하는 주탑/거더간 교차점의 거더 단면에서 단면이 항복하였고, 단면이 커진 경우, 양 측경간 단부 근처 구간에서

(a) 거더의 단면 2차 모멘트 vs 극한 활하중 계수

(b) 거더의 소성 계수 vs 극한 활하중 계수

(c) 거더의 회전반경 vs 극한 활하중 계수

그림 9. 거더의 단면 물성치 변화에 따른 극한 하중계수 변화

보-기둥효과에 의해 증폭된 부모멘트와 압축력에 의해 첫 번째 소성단면이 발생하였다.

그림 9는 거더의 단면 물성치 변화에 따른 극한 하중 계수의 변화를 나타내고 있다. 거더의 단면 2차 모멘트의 증가는 휨강성의 증가로 인해 1차적으로 동일한 힘에 대한 상대적으로 작은 변형을 유발한다. 그리고 소성계수 및 소성모멘트 증가효과를 가져온다. 따라서 거더의 단면 증가는 휨변형 감소에 따른 $P-\delta$ 효과의 감소 그리고 휨강도 증가를 유도하므로 결과적으로 강사장교의 강도는 증가하게 된다. 표 2에서 언급한대로 본 해석 모델의 주요한 극한 상태의 요인이 압축력과 부모멘트에 의한 거더 단면의 소성화라면 이러한 효과는 직접적으로 나타나게 된다. 그림 9와 같이 거더의 단면 2차 모멘트, 소성 계수 그리고 회전 반경 변화에 따른 극한 하중 계수 변화는 이러한 효과를 잘 나타내고 있다.

그림 10은 거더의 회전반경 및 소성계수의 변화에 따른

(a) 거더의 회전반경 변화 vs 극한 활하중 계수 변화

(b) 거더의 소성계수 변화 vs 극한 활하중 계수 변화

그림 10. 거더의 단면 물성치 변화에 따른 극한 하중계수 증가율

극한 하중계수 증가율을 나타내고 있다. 각 그래프의 x, y축 값은 고려한 최초의 값(거더 단면 높이가 0.5 m 일 때) 및 이때 도출된 극한 하중계수값을 초기값으로 간주하고, 본 초기값 대비 증가율을 %로 표현한 것이다. 본 그래프와 같이 강사장교의 극한 하중계수는 거더의 회전반경 및 소성계수에 비례하여 증가함을 알 수 있다. 주탑의 휨강성에 따라 거더의 단면 물성치 증가에 대한 극한 하중계수 증가율은 현격한 차이를 보인다. 이는 주탑의 좌굴 역시 사장교의 극한 거동에 큰 영향을 미치는 데서 비롯되는데, 주탑의 휨강성이 불충분하여 주탑의 좌굴안정성도 구조물의 내하력에 주요한 영향을 미치는 경우, 거더의 단면크기 상승에 의한 구조물의 극한 강도 상승에는 명확한 한계가 있음을 의미한다.

그림 11은 주탑의 휨강성($E_m I_m / L_m$)이 일정할 때 거더의 휨강성($E_g I_g / L_g$) 변화에 따른 극한 하중계수 변화를 나타내는데, 극한 해석결과(Ultimate Analysis, U.A) 뿐만 아니라, 재료 비선형성을 고려하지 않고 기하학적 비선형성만을 고려한 기하 비선형해석결과(Geometric Nonlinear Analysis, G.N.A) 얻은 임계 하중계수 변화를 함께 나타내어 사장교의 극한 거동에 대한 주요한 지배 인자를 분석하였다. 먼저, 주탑의 좌굴도 함께 발생하는 해석 결과인 그림 11(a)에서는 기하비선형 해석결과와 극한 해석 결과의 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 이는 결국 거더 및 주탑의 단면이 작은 경우 탄성 좌굴이 극한 거동에 큰 영향을 미치는 인자임을 나타낸다. 이 때 거더의 휨강성 증가에 따른 극한 하중 또는 임계 하중계수의 증가율은 주탑의 강성이 충분한 경우보다 현저히 낮는데, 이는 거더의 휨강성이 확보되더라도 주탑의 휨강성이 작아서 전체 구조물의 강도 증가에는 한계가 있다는

(a) $I_m=0.390\text{m}^4$, $A_c=0.02\text{ m}^2$

(b) $I_m=3.143\text{m}^4$, $A_c=0.02\text{ m}^2$

그림 11. 거더와 주탑의 휨강성비($E_g I_g / L_g$)/($E_m I_m / L_m$) 변화에 따른 극한 하중계수 변화

것을 의미한다. 그림 11(b)와 같이 주탑의 좌굴이 발생하지 않을 만큼 휨강성이 확보된 경우, 다시 말해 주탑의 좌굴이 극한 거동에 대한 지배인자가 아닌 경우, 거더의 휨강성 증가에 따라 극한해석과 기하비선형해석결과의 차이가 증가함을 알 수 있다. 이는 결국 거더의 휨강성 확보에 따라 기하학적 요인보다는 재료적 소성화가 극한 거동 및 구조물의 내하력 결정에 지배적인 인자가 됨을 나타내는 증거이다.

두 케이블 배치 형식에 대한 내하력 비교에서, 주탑의 좌굴안정성이 확보된 경우, 케이블 배치형식에 따른 극한 하중계수 차이는 크지 않았다. 이와 달리, 주탑의 좌굴안정성이 확보되지 못한 경우, 케이블 배치형식에 따라 상대적으로 큰 내하력 차이를 보였는데, 동일한 거더의 휨강성 및 소성계수를 갖을 때 팬 형 모델이 방사형 모델보다 더 큰 극한하중계수 및 임계 하중계수를 보였다. 일반적으로 방사형 모델은 모든 케이블이 주탑의 최상단에 거치되어 있어서 주탑의 모든 구간에서 동일한 최대 압축력을 받는데 반해, 팬 형 모델의 경우, 최하단 케이블이 거치된 지점 이하의 구간에서 최대 압축력을 받게 된다. 즉, 동일한 외력이 작용할 때(수직력), 케이블 배치에 상관없이 주탑은 거의 동일한 최대 압축력을 받지만, 최대 압축력이 분포하는 범위에서는 큰 차이가 있다. 따라서 주탑의 좌굴이 극한 거동에 큰 영향을 미치는 경우, 케이블 배치 형식이 극한하중계수에 큰 영향을 미치게 되고, 동일한 압축력이 가해질 경우, 방사형 모델보다 팬 형 모델이 더 큰 극한 하중계수를 보인 것이다.

그림 12. 주탑의 단면 2차 모멘트 변화에 따른 극한 하중계수 변화 ($A_c=0.02\text{ m}^2$)

3.2.2 주탑의 휨강성 변화에 따른 극한 거동 변화

본 절에서는 주탑의 휨강성 변화에 따른 극한 거동 및 극한 강도의 변화를 기술한다.

정성적으로 압축력을 지배적으로 받는 주탑의 휨강성이 부족할 경우 주탑은 좌굴이 발생할 것이고 구조물의 최종 지지구조인 주탑의 좌굴은 구조물의 극한상태를 촉진시킬 것이다. 따라서 주탑의 휨강성 역시 강사장교의 극한 거동 및 극한 강도에 있어서 중요한 인자 중 하나이다. 그림 12는 케이블과 거더 단면이 일정할 때 주탑의 단면 2차 모멘트 (I_m) 변화에 따른 극한 하중계수 변화를 나타낸다. 이 그림과 같이 I_m 변화에 대한 극한 하중계수의 변화 양상은 극명하게 구분된다. 검토된 I_m 의 범위에서, I_m 가 상대적으로 작은

(a) $H_g = 2.0\text{m}$, $A_c=0.02\text{ m}^2$

(b) $H_g = 3.0\text{m}$, $A_c=0.02\text{ m}^2$

그림 13. 주탑과 거더 간 휨강성비($(E_m I_m / L_m) / (E_g I_g / L_g)$) 변화에 따른 극한하중계수 변화

구간에서는 I_m 값의 증가에 따른 강사장교의 극한 하중계수 증가율이 크게 나타나는 데 반해, I_m 값이 일정값에 도달한 이후는 극한 하중계수 증가율이 급격히 저하됨을 알 수 있다. 이것은 강사장교의 극한 거동 양상의 변화와 연관 지어 생각 할 수 있는데, 주탑의 좌굴이 극한 거동에 대한 주요 지배 인자일 때 주탑의 휨강성 증가는 구조물의 극한 하중계수의 증가에 직접적인 영향을 준다. 그러나 주탑의 휨강성이 좌굴을 방지 할 만큼 충분히 확보된 이후는 주탑의 휨강성 보다는 거더의 단면강도가 구조물의 극한 하중계수에 주도적으로 영향을 미치게 됨을 의미한다.

그림 13은 주탑과 거더 간 휨강성비 $(E_m I_m / L_m) / (E_g I_g / L_g)$ 변화(거더 휨강성은 고정)에 따른 극한 하중계수(극한해석결과)와 임계 하중계수(기하비선형해석결과)의 변화를 나타낸다. 주탑과 거더 간 강성비가 상대적으로 매우 작은 경우, 강성비 증가에 따른 극한 하중계수 및 임계 하중계수의 급격한 증가가 나타난다. 특히 이 구간에서는 두 해석기법 간의 내하력 차이는 크지 않다. 그러나 주탑과 거더 간 강성비가 특정 값($H_g=2.0$ m 일 때 1.84, $H_g=3.0$ 일 때 0.79) 이상 증가할 때 두 해석 기법의 극명한 차이가 발생하기 시작한다. 강성비가 위 값 이상이 되면 주탑에 좌굴이 발생하기 전에 거더의 주요 단면에서 완전 항복이 발생하여 구조물이 극한 상태에 다다르게 된다. 그러나 기하비선형해석에서는 재료적 소성화가 고려되지 않는데, 기하비선형해석을 통해 얻은 강성비-임계 하중곡선에서의 분기점은 주탑의 탄성좌굴보다 측경간의 탄성좌굴이 먼저 발생하는 시점에서 형성($H_g=2.0$ m 일 때 2.92, $H_g=3.0$ 일 때 1.26)된다. 즉, 강성비-극한 하중곡선에서의 분기점은 주탑좌굴-거더 소성화/거더 소성화의 구분점이고, 강성비-임계 하중곡선에서의 분기점은 주탑-측경간 거더 상호좌굴/측경간 거더 단독 좌굴의 구분점이 된다.

그림 14는 주탑의 세장비 변화에 따른 극한 하중계수 변

그림 14. 주탑의 세장비 변화에 따른 극한 하중계수 변화 ($A_c=0.02 \text{ m}^2$)

표 3. 주탑의 세장비 vs 극한 하중계수 곡선의 기울기 변화 분기점(L_m/I_m)

	방사형	팬형
$H_g = 2.0\text{m}$	80.26	74.85
$H_g = 3.0\text{m}$	77.63	75.02

화를 나타낸다. 본 그림은 일반적인 압축부재의 좌굴곡선과 유사한 형태를 보인다. 본 해석 결과에서 주탑 세장비-극한 강도변화 곡선의 기울기의 분기점은 표 3과 같이 75.0 내외에서 나타나 거더의 휨강도 및 케이블 배치 각도는 이에 대해 큰 영향이 없음을 알 수 있다. 이는 기본적으로, 작용하는 수직 하중의 크기가 동일할 때, 본 하중작용에 의한 케이블에 의해 주탑에 전이되는 압축력 성분은 케이블 배치 각도나 거더의 단면 크기와 큰 관련이 없기 때문이다. 물론, 거더의 휨강성 차이는 수직 하중에 대한 거더의 처짐 및 이에 따른 양 주탑의 수평 변형에 대한 차이를 야기하나, 본 해석 연구에서 다른 해석 모델 군에서는 이것이 주탑의 좌굴 하중에 미치는 영향은 미미한 것으로 나타났다.

본 절에서는 주탑의 휨강성이 구조물의 극한 거동에 미치는 영향에 대해 주탑의 휨강성 변화에 따른 극한 하중계수 변화를 중심으로 분석하였다. 거더 단면이 일정할 때, 주탑의 단면 2차 모멘트가 증가함에 따라 극한 하중계수 역시 증가하지만, 일정 값에 도달하면 극한 하중계수 또는 임계 하중계수의 증가율이 현격히 저하되어 수렴하는 구간이 나타나는 등, 주탑의 휨강성에 따른 구조물의 내하력 곡선은 특정 분기점을 기준으로 극명히 구분되었다. 주탑의 휨강성은 구조물의 극한 모드를 변화시키는 데 주요한 영향인자이고, 이 값에 따라 강사장교의 극한 모드는 주탑좌굴-거더 소성화 또는 거더 소성화로 구분된다. 본 분석을 통해 극한 모드를 구분짓는 주탑의 세장비가 검토되었는데, 이 값 이하의 주탑의 세장비를 갖는다면 거더의 재료적 한계에 다다르기 전까지 주탑의 좌굴은 방지되고, 이후 주탑의 추가적인 강성이나 강도 증가는 내하력 증가에 큰 영향을 주지 않게 된다.

3.2.3 케이블 단면적 변화에 따른 극한 거동 변화

이번 절은 케이블 단면적 변화에 따른 극한 거동 변화를 기술한다.

먼저, 그림 15(b)와 같이, 주탑의 좌굴 안정성이 확보된 경우, 케이블 단면적이 증가할 경우 단면적 증가에 의한 케이블의 축강성 증대에 의해 1차적으로 극한 하중계수 역시 증가한다. 그러나 어느 시점 이후 극한 하중계수가 오히려 저하되는 현상이 나타나는데, 본 해석 연구에서 방사형/팬형 배치, 거더와 주탑간의 강성비 $(E_g I_g / L_g) / (E_m I_m / L_m)$ 가 0.028 일 때 케이블과 거더의 면적비 A_c/A_g 가 0.154 이상, 그리고 방사형 케이블 배치, 거더와 주탑 간의 강성비가 0.272일 때 케이블과 거더의 면적비가 0.160 이상일 때 극한 하중계수 저하가 나타났다. 그리고 이러한 극한 하중계수의 저하는 그림 15(a)와 같이 주탑의 좌굴이 발생하는 모델에서 더욱 두드러지게 나타난다.

케이블 단면적의 증가는 케이블 부재의 탄성 강성은 증가시키지만, 케이블의 무게 및 새그 효과의 증가 역시 유도한다. 케이블의 무게와 새그 효과는 궁극적으로 주탑의 안정성에 영향을 주게 되는데, 주탑의 휨강성이 충분할 경우, 케이블 단면적이 비교적 작은 구간에서는 케이블 단면적 증가에 따른 케이블의 무게 및 새그 효과 증가가 구조물의 극한 거동에 미치는 영향이 케이블의 탄성 강성 증가 효과보다 상대적으로 작으나, 케이블의 단면적이 과도하게 증가하는 경

그림 15. 케이블 단면적 변화에 따른 극한 하중계수 변화

우, 이러한 현상은 역전이 된다. 따라서 단면적이 과도하게 클 경우, 구조물의 극한 하중계수는 오히려 저하됨을 알 수 있다.

주탑의 휨강성이 부족하여 주탑의 좌굴이 극한 거동에 큰 영향을 미칠 때, 주탑에 가중되는 케이블의 무게 및 새그 효과 증가는 극한 거동에 상대적으로 큰 영향을 주므로 단면적이 증가함에 따라 지속적으로 극한 하중계수가 저하됨을 알 수 있다.

4. 결 론

이 연구에서는 재료 및 기하학적 비선형성을 모두 고려한 극한 해석을 통해 완성계 강사장교의 극한 거동에 대해 연구하였는데, 다양한 기하학적 인자에 따른 극한 거동 변화에 대해 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 연구에서는 선행연구를 통해 극한 거동에 지배적인 활하중 형태 중 하나인 중앙경간에 분포하여 작용하는 활하중을 주요 하중으로 고려하여 극한 해석을 수행하였다.
2. 주탑의 휨강성과 케이블 단면적이 일정할 때, 거더 단면의 증가는 거더의 단면 2차 휨모멘트 및 단면 소성계수 등을 증가시키므로 극한 하중계수 및 구조물의 전체 강성을 증가하였다. 그런데, 극한 거동의 양상은 거더와 주탑 간 강성비, 케이블 배치 형식에 따라 다르게 나타났다.
3. 주탑의 휨강성이 주탑의 좌굴을 방지 할 만큼 충분한 경우, 측경간 거더 단부 근처 또는 주탑과의 교차점의 거더 단면 소성화가 극한 거동에 지배적인 요인이었다면, 주탑의 휨강성이 불충분할 경우, 거더의 재료적 소성화와 함께

주탑의 탄성 좌굴 역시 극한 상태에 대한 지배 인자가 된다. 이 경우, 거더의 단면 물성치의 상승에 대한 구조물의 내하력 증가는 주탑의 구조안정성이 확보된 경우와 비교할 때 뚜렷한 한계를 보인다.

4. 거더 및 케이블 단면이 일정할 때, 주탑의 휨강성 증가에 따라 극한 하중계수는 일정값에 수렴함을 알 수 있었다. 이는, 주탑의 휨강성 확보로 인해 구조물의 극한 거동에 대한 지배인자가 거더의 재료적 소성화로 바뀐에 따른 것으로서 이 시점부터 구조물의 내하력은 거더의 강성 및 강도가 주도적으로 결정하게 된다. 이러한 거동 변화에 대한 분기점이 되는 주탑의 세장비가 본 해석 연구를 통해 도출되었다.
5. 케이블 단면적의 증가는 케이블의 탄성 강성 및 소성강도 증가 이면에 무게 및 새그 효과 증가라는 측면 역시 존재한다. 이에 따라 주탑의 휨강성이 불충분할 경우, 케이블 단면적이 증가함에 따라 극한 하중계수는 오히려 저하되는 현상을 보였고, 거더 및 주탑의 휨강성이 충분할 지라도 케이블 단면적이 과도할 경우, 극한 하중계수의 저하가 나타남을 알 수 있었다.

본 연구에서는 완성계 강사장교의 극한 거동에 대해 다양한 기하학적 특성의 영향성을 정량적으로 분석하였다. 이는 강사장교의 주요한 극한 거동의 이해에 많은 도움이 될 것이라 생각되고, 더욱 심도 있는 연구를 위해 편심하중 등에 따른 3차원 거동에 대한 극한 상태 연구가 후속 연구로 수행되어야 할 것이다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 건설기술혁신 연구개발사업의 연구비지원(과제번호 10기술혁신E05)에 의해 수행되었습니다. 또한 고려대학교 특별연구비에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

- 건설교통부(2010) 도로교설계기준.
- 경용수, 김문영, 장승필(2005) 비탄성좌굴 고유치해석법을 이용한 케이블 지지교량의 유효좌굴길이 산정. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제25권 제4A호, pp. 627-636.
- 김선훈, 송명관, 김경호(2005) 사장교의 구조해석을 위한 개선된 3차원 유한요소해석모델. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제25권 제1A호, pp. 241-252.
- 김승준, 심경석, 원덕희, 조선규, 강영중(2011a) 폐합 전 강사장교의 안정성 해석. **한국강구조학회 논문집**, 한국강구조학회, 제23권 제1호, pp. 99-111.
- 김승준, 이기세, 김경식, 강영중(2010) 사장교의 기하학적 비선형 거동의 해석적 연구. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제30권 제1A호, pp. 1-12.
- 김승준, 임석빈, 이기세, 강영중(2012) 완성계 강사장교의 극한 거동의 해석적 연구. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제32권 제2A호, pp. 85-95.
- 김승준, 한승룡, 김종민, 조선규, 강영중(2011b) 기하형상에 따른 강사장교의 안정성에 관한 연구. **한국강구조학회 논문집**, 한국강구조학회, 제23권 제1호, pp. 13-27.
- 김승익, 이상수(2003) 유전자 알고리즘을 이용한 비선형 비탄성 최적설계. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제 23권 제 5A호, pp. 841-850.
- 윤근진, 이완수(2001) 사장교의 정적 비선형 해석과 초기형상결

- 정해석. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제21권 제1A호, pp. 165-177.
- 최동호, 유 훈, 허동현(2005) 비탄성 좌굴해석을 통한 사장교 거더와 주탑의 안정성 검토. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제25권 제6A호, pp. 1113-1125.
- 최세휴, 김승억(2002) 비선형 비탄성 해석을 이용한 강뿔대 구조물의 자동화설계. **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제22권 제2A호, pp. 263-272.
- American Institute of Steel Construction(AISC,1994) *Load and Resistance Factor Design*, Manual of Steel Construction, Vol.1 and 2, 2nd ed., Chicago.
- Kim, S. (2009) *Ultimate Analysis of Steel Cable-stayed Bridges*, Ph.D. Dissertation, Korea University.
- Liew, J., White, D., Chen, W. (1993) Second-order refined plastic-hinge analysis for frame design. Part I. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 9, pp. 3196-3216.
- Ren, W.X. (1999) Ultimate behavior of long span cable-stayed bridges. *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 30-36.
- Shu, H.S. and Wang, Y.C. (2001) Stability analysis of box-girder cable-stayed bridges. *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 63-68.
- Song, W.K. and Kim, S.E. (2007) Analysis of the overall collapse mechanism of cable-stayed bridges with different cable layouts. *Engineering Structures*, Vol. 29, pp. 2133-2142.
- Tang, C.C., Shu, H.S., and Wang, Y.C. (2001) Stability analysis of steel cable-stayed bridge. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 11, No. 1, pp. 35-48.
- Wang, P.H., Tseng, T.C., and Yang, C.G. (1993) Initial shape of cable stayed bridge. *Computers & Structures*, Vol. 47, No. 1, pp. 111-123.
- Yang, Y.B. and Kuo, S.R. (1994) *Theory and Analysis of Nonlinear Framed Structures*, Prentice-Hall, Inc, Singapore.
- (접수일: 2011.12.6/심사일: 2012.1.15/심사완료일: 2012.10.11)