완만한 이력거동 시스템에 대한 비탄성 변위비의 평가

Evaluation of Inelastic Displacement Ratios for Smooth Hysteretic Behavior Systems

송종걸¹⁾

Song, Jong Keol

국문 요약 >> 비탄성 변위비는 최대 선형 탄성변위에 대한 최대 비탄성 변위의 비로서 정의된다. 비탄성 변위비는 비탄성 응답의 계산을 하지 않고도 최대 탄성변위로부터 최대 비탄성변위를 직접적으로 평가 가능하게 한다. 비탄성 변위비에 대한 기존의 연구는 이선형 또는 강성저하시스템과 같은 분할선형시스템에 국한되었다. 본 논문에서는 근거리 및 원거리 지진을 받는 완만한 곡선형 이력거동 시스템의 비탄성 변위비에 대하여 연구하였다. 두 단계의 회귀분석 과정을 통하여 비탄성 변위비에 대한 간편식을 제안하였다.

주요어 비탄성 변위비, 완만한 이력거동, 강도감소계수, 변위연성도, 비탄성 응답스펙트럼

ABSTRACT >> The inelastic displacement ratio is defined as the ratio of the peak inelastic displacement to the peak linear elastic displacement. The inelastic displacement ratio allows simple evaluation of the peak inelastic displacement directly from the peak elastic displacement without computation of the inelastic response. Existing research of the inelastic displacement ratio is limited to piece-wise linear systems such as bilinear or stiffness degrading systems. In this paper, the inelastic displacement ratio is investigated for smooth hysteretic behavior systems subjected to near- and far-fault earthquakes. A simple formula of the inelastic displacement ratio is proposed by using a two step procedure of regression analysis.

Key words Inelastic displacement ratio, Smooth hysteretic behavior, Strength reduction factor, Displacement ductility, Inelastic response spectrum

1. 서 론

지진에 대한 구조물의 응답예측이나 내진성능의 평가는 지진공학분야에서 주된 관심분야이다. 전통적인 하중-기반 방법에 비하여 성능-기반 방법이 구조물의 내진성능 평가방법 및 내진설계기법으로서 각광을 받고 있다. 성능-기반 방법에서는 구조물의 변위응답이 주된 인자이다. 이는 구조물의 변위응답은 구조물의 구조재 및 비구조재의 손상을 유발하며 구조물의 성능과 직접적인 연관성이 있기 때문이다. 비탄성 변위응답의 최대값을 탄성 변위응답의 최대값으로부터 구하는 방법은 간단하면서도 신뢰할 수 있는 유용한

방법으로 최근까지 많은 연구자들에 의해 연구되어 오고 있다. 특히, Veletsos와 Newmark⁽¹⁾가 제안한 동일변위법칙(Equal-displacement Rule)은 장주기 영역에서 비탄성 시스템의 최대변위는 탄성시스템의 최대변위와 동일하게 고려하는 방법으로서 이선형(Bilinear) 또는 강성저하(Stiffness Degrading) 모델뿐만 아니라 강성 및 강도저하 시스템(Stiffness- and Strength-degrading System)에 대해서도 합리적인 결과를 산출한다.⁽²⁾

비탄성 변위비(Inelastic Displacement Ratio)는 최대 탄성변위에 대한 최대 비탄성 변위의 비로서 정의된다. 현재까지 많은 연구자들에 의해 비탄성 변위비가 연구되었는데 이 연구들의 목적은 단주기 영역에서 구조물의 비탄성거동의 평가에 대한 비탄성 변위비의 효율성과 간편성을 향상시키고 동일변위법칙이 적용되는 주기영역을 정의하는 데 있다. 대부분의 비탄성 변위비에 대한 연구⁽²⁻⁸⁾는 이선형 또는 강성저하 모델과 같은 분할선형 이력모델(Piecewise Linear Hysteretic Model)에 의해 평가되었다.

¹⁾ 정회원·강원대학교 토목공학과 교수
(교신저자: songj@kangwon.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2011년 8월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

(논문접수일 : 2010. 7. 7 / 수정일 1차: 2010. 10. 14, 2차: 2011. 1. 18 / 게재확정일 : 2011. 1. 18)

구조물의 실제적인 비탄성 거동은 완전한 곡선형 이력거동의 형태를 나타내기 때문에 비탄성 변위비에 완전한 곡선형 이력거동을 적용하는 것이 분할선형 이력모델을 사용한 경우 보다 실제적인 거동에 근접한 특성을 반영한다. 그러므로 본 연구에서는 비탄성 변위비에 대하여 완전한 곡선형 이력거동⁽⁹⁾을 적용하여 완전한 이력거동의 영향을 분석하였다. 지진을 원거리 및 근거리 지진으로 구분하여 비탄성 변위비의 특성을 비교, 분석하였다. 또한 다양한 완전한 이력거동의 영향을 반영한 비탄성 변위비를 작성하고 이를 회귀 분석하여 간편한 비탄성 변위비 계산식을 제안하였다.

2. 완전한 이력거동 및 비탄성 변위비

2.1 완전한 이력거동

지진하중에 대한 비탄성 단자유도계의 거동을 다음과 같은 비선형 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$m \ddot{r}(t) + c \dot{r}(t) + R(r(t), \dot{r}(t)) = -m \ddot{w}(t) \quad (1)$$

여기서, $r(t)$ 는 질량(m)의 밑면에 대한 상대변위이며 c 는 점성감쇠계수를 나타낸다. $R(r(t), \dot{r}(t))$ 는 비탄성 저항력을 나타낸다. $\ddot{w}(t)$ 는 지진가속도를 나타낸다. R_y 는 항복력을 나타내며 r_y 는 항복변위를 나타낸다. 강성 k 는 R_y/r_y 로서 구할 수 있다. 연성도 응답 $\mu(t)$ 를 $r(t)/r_y$ 로 정의하고 식 (1)을 mr_y 로 나눈 후 정리하면 식 (2)와 같다.

$$\ddot{\mu}(t) + 2\xi\omega_n\dot{\mu}(t) + \frac{R(r(t), \dot{r}(t))}{mr_y} = -\frac{\ddot{w}(t)}{r_y} \quad (2)$$

정규화된 저항력 $z(t)$ 를 $R(t)/R_y$ 의 비로서 정의하여 식 (2)의 왼쪽에서 세번째 항을 정리하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{R(t)}{mr_y} = \frac{R_y z(t)}{mr_y} = \frac{kr_y z(t)}{mr_y} = \omega_n^2 z(t) \quad (3)$$

여기서, ω_n 은 구조물의 고유진동수이다.

구조물의 지중에 대한 항복력의 비를 항복강도계수(Yield Strength Coefficient) C_y 로 정의하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_y = \frac{R_y}{mg} = \frac{kr_y}{mg} = \frac{\omega_n^2 r_y}{g} \quad (4)$$

식 (4)를 이용하여 식 (2)를 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{\mu}(t) + 2\xi\omega_n\dot{\mu}(t) + \omega_n^2 z(t) = -\frac{\omega_n^2}{C_y g} \ddot{w}(t) \quad (5)$$

여기서, Bouc-Wen 모델⁽¹⁰⁾을 이용하여 정규화된 저항력 $z(t)$ 를 다음의 비선형 미분방정식에 의해 종속적인 거동을 하도록 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{z}(t) = [1 - |z(t)|^p \operatorname{sgn}(\dot{\mu}(t)z(t))] \dot{\mu}(t) \quad (6)$$

여기서, p 는 곡선이력거동의 완전한 정도를 조절하는 변수이다. p 가 작은 값을 가지면 탄성에서 항복후 강성으로 완만하게 곡선의 형태의 강성이 변하는 천이구간이 커지며, p 가 큰 값을 가질수록 천이구간이 작아지며 이선형(Bilinear) 모델과 유사하게 된다. 만약에 $\dot{\mu}(t)z(t)$ 가 양의 값을 가지면 $\operatorname{sgn}(\dot{\mu}(t)z(t))$ 는 1이며 이외의 경우에는 $\operatorname{sgn}(\dot{\mu}(t)z(t))$ 은 -1이다.

비탄성 저항력이 항복후 강성 αk 을 가진다면 식 (5)는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\ddot{\mu}(t) + 2\xi\omega_n\dot{\mu}(t) + \omega_n^2((1-\alpha)z(t) + \alpha\mu(t)) = -\frac{\omega_n^2}{C_y g} \ddot{w}(t) \quad (7)$$

2.2 비탄성 변위비의 정의 및 강도감소계수와와의 관계

동일연성도 응답스펙트럼에 대한 비탄성 변위비(Inelastic Displacement Ratio) A_μ 는 다음과 같이 정의된다.

$$A_\mu = \frac{\max|r_{in}|}{\max|r_e|} \quad (8)$$

여기서, $\max|r_{in}|$ 는 비탄성 시스템의 최대변위를 나타내며, $\max|r_e|$ 는 탄성 시스템의 최대변위를 나타낸다.

탄성응답스펙트럼으로부터 비탄성 응답스펙트럼을 구할 때 사용되는 강도감소계수(Strength Reduction Factor) R_μ 는 다음과 같이 정의된다.

$$R_\mu = \frac{F_e}{F_y} = \frac{k \max|r_e|}{kr_y} = \frac{\max|r_e|}{r_y} \quad (9)$$

여기서, F_e 는 탄성거동시에 요구되는 강도이며 F_y 는 비탄성 거동시에 요구되는 강도이다. k 는 구조물의 강성이다. r_y 는

비탄성 시스템의 항복변위이다.

비탄성 변위비와 강도감소계수의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$R_{\mu} = \frac{\max|r_e|}{r_y} = \frac{\max|r_e|}{\max|r_m|} \mu = \frac{\mu}{A_{\mu}} \quad (10)$$

$$A_{\mu} = \frac{\mu}{R_{\mu}} \quad (11)$$

$$R_{\mu} \times A_{\mu} = \mu \quad (12)$$

식 (11)로부터 비탄성 변위비 A_{μ} 와 강도감수계수 R_{μ} 는 반비례의 관계가 있음을 알 수 있으며, 식 (12)로부터는 비탄성 변위비 A_{μ} 와 강도감수계수 R_{μ} 의 곱은 변위연성도와 동일함을 알 수 있다. 식 (11)에 의하면 R_{μ} 로부터 A_{μ} 를 간접적으로 구할 수 있음을 알 수 있다. 단 R_{μ} 는 동일연성도 응답스펙트럼에 대하여 구한 경우에만 해당된다. R_{μ} 에 대한 기존의 제안식을 사용하여 식 (11)에 적용하면 비탄성 변위비를 간단히 구할 수 있는 장점이 있다. 이와 같이 간접적으로 R_{μ} 로

〈표 1〉 원거리 지진의 특성

NO.	SAC Name	Record	Earthquake Magnitude	Distance (km)	PGA (cm/sec ²)	PGV (cm/sec)
1	LA07	Landers, 1992, Barstow	7.3	36	412.98	66.08
2	LA08	Landers, 1992, Barstow	7.3	36	417.49	65.68
3	LA09	Landers, 1992, Yermo	7.3	25	509.70	91.31
4	LA10	Landers, 1992, Yermo	7.3	25	353.35	60.35
5	LA45	Kern, 1952	7.7	107	141.49	24.7
6	LA46	Kern, 1952	7.7	107	156.02	24.3
7	LA47	Landers, 1992	7.3	64	331.22	40.84
8	LA48	Landers, 1992	7.3	64	301.74	25
9	SE05	West. Washington, Olympia, 1949	6.5	56	376.18	29.83
10	SE06	West. Washington, Olympia, 1949	6.5	56	345.11	34.7
11	SE07	West. Washington, Seattle Army B., 1949	6.5	80	289.19	36
12	SE08	West. Washington, Seattle Army B., 1949	6.5	80	381.26	40.93
13	SE11	Puget Sound, Wa., Olympia, 1949	7.1	80	737.82	52.35
14	SE12	Puget Sound, Wa., Olympia, 1949	7.1	80	584.52	40.04
15	SE13	Puget Sound, Wa., Federal OFC B., 1949	7.1	61	362.31	45.31
16	SE14	Puget Sound, Wa., Federal OFC B., 1949	7.1	61	297.30	35.34
17	SE15	Eastern Wa., Tacoma County, 1949	7.1	60	284.72	24.99
18	SE16	Eastern Wa., Tacoma County, 1949	7.1	60	563.47	53.32
19	SE17	Llolleo, Chile 1985	8	42	684.27	46.98
20	SE18	Llolleo, Chile 1985	8	42	657.89	37.58
21	SE27	1965 Seattle	7.1	80	1722.40	122.23
22	SE28	1965 Seattle	7.1	80	1364.70	93.48
23	SE29	1985 Valpariso	8	42	1605.50	110.23
24	SE30	1985 Valpariso	8	42	1543.50	88.17
25	SE33	Deep Interplate (Simulation)	7.9	65	781.31	93.54
26	SE34	Deep Interplate (Simulation)	7.9	65	634.36	66.82
27	BO01	Simulation, Hanging Wall	6.5	30	121.97	7.55
28	BO02	Simulation, Hanging Wall	6.5	30	72.93	8.45
29	BO03	Simulation, Foot Wall	6.5	30	141.37	11.22
30	BO04	Simulation, Foot Wall	6.5	30	109.65	2.08
31	BO17	Saguenay, 1988	5.9	118	179.47	12.82
32	BO18	Saguenay, 1988	5.9	118	222.98	11.18
33	BO19	Saguenay, 1988	5.9	132	172.96	10.11
34	BO20	Saguenay, 1988	5.9	132	267.23	18.12
35	BO35	Saguenay, 1988	5.9	98	1475.10	63.19
36	BO36	Saguenay, 1988	5.9	98	699.90	16.44
37	BO37	Saguenay, 1988	5.9	118	514.13	36.73
38	BO38	Saguenay, 1988	5.9	118	638.76	32.04
39	BO39	Saguenay, 1988	5.9	132	495.52	28.98
40	BO40	Saguenay, 1988	5.9	132	765.61	51.93

부터 A_{μ} 를 구할 때의 문제점도 본 연구에서 분석하였다.

2.3 원거리 및 근거리 지진의 특성

완만한 곡선형 이력거동을 적용하여 비탄성 변위비를 구하기 위하여 사용한 지진은 원거리 및 근거리 지진으로 구분하여 적용하였다. 해석에서 사용된 지진하중은 SAC Steel Project(http://nisee.berkeley.edu/data/strong_motion/sacsteel/)에서 사용한 지진기록 중 표 1에 나타난 40개의 원거리 지진과 표 2에 나타난 40개의 근거리 지진기록을 사용하였다. 원거리 지진은 진앙으로부터 25km 이상 떨어진 위치에서 계측된 지진기록으로 구성되었으며, 근거리 지진은 10km

이내에 위치한 곳으로부터 계측된 지진기록으로 이루어졌다. 원거리 지진의 최대지반가속도(PGA)의 평균은 542.94 cm/sec^2 이고 근거리 지진의 최대지반가속도(PGA)의 평균은 513.85 cm/sec^2 으로 두 지진그룹의 최대지반가속도의 평균은 비슷하다. 그러나 최대지반속도(PGV)는 원거리 지진이 44.02 cm/sec 이고 근거리 지진이 81.84 cm/sec 로 근거리 지진이 원거리지진에 비하여 대략 2배정도의 값을 가진다. 지진의 속도응답은 지진이 가지고 있는 에너지와 직접적인 연관이 있으므로 해석에 사용한 근거리 지진의 최대지반속도가 원거리지진의 최대지반속도 보다 2배정도 크다는 것은 근거리 지진의 에너지가 원거리 지진에 비하여 상당히 크다

〈표 2〉 근거리 지진의 특성

NO.	SAC Name	Record	Earthquake Magnitude	Distance (km)	PGA (cm/sec^2)	PGV (cm/sec)
1	LA01	Imperial Valley, 1940, ElCentro	6.9	10	452.03	62.4
2	LA02	Imperial Valley, 1940, ElCentro	6.9	10	662.88	59.9
3	LA03	Imperial Valley, 1979, Array #05	6.5	4.1	386.04	83
4	LA04	Imperial Valley, 1979, Array #05	6.5	4.1	478.65	48.19
5	LA05	Imperial Valley, 1979, Array #06	6.5	1.2	295.69	89.2
6	LA06	Imperial Valley, 1979, Array #06	6.5	1.2	230.08	47.44
7	LA13	Northridge, 1994, Newhall	6.7	6.7	664.93	95.55
8	LA14	Northridge, 1994, Newhall	6.7	6.7	644.49	80.95
9	LA15	Northridge, 1994, Rinaldi RS	6.7	7.5	523.30	98.51
10	LA16	Northridge, 1994, Rinaldi RS	6.7	7.5	568.58	100.76
11	LA17	Northridge, 1994, Sylmar	6.7	6.4	558.43	80.19
12	LA18	Northridge, 1994, Sylmar	6.7	6.4	801.44	118.93
13	LA21	1995 Kobe	6.9	3.4	1258.00	142.7
14	LA22	1995 Kobe	6.9	3.4	902.75	123.16
15	LA23	1989 Loma Prieta	7	3.5	409.95	73.76
16	LA24	1989 Loma Prieta	7	3.5	463.76	136.91
17	LA25	1994 Northridge	6.7	7.5	851.62	160.31
18	LA26	1994 Northridge	6.7	7.5	925.29	163.98
19	LA27	1994 Northridge	6.7	6.4	908.70	130.49
20	LA28	1994 Northridge	6.7	6.4	1304.10	193.53
21	LA37	Palos Verdes (Simulated)	7.1	1.5	697.84	177.44
22	LA38	Palos Verdes (Simulated)	7.1	1.5	761.31	194.04
23	LA39	Palos Verdes (Simulated)	7.1	1.5	490.58	85.5
24	LA40	Palos Verdes (Simulated)	7.1	1.5	613.28	169.3
25	LA51	Parkfield, 1966, Cholame 5W	6.1	3.7	765.65	42.59
26	LA52	Parkfield, 1966, Cholame 5W	6.1	3.7	619.36	36.87
27	LA55	North Palm Springs, 1986	6	9.6	507.58	36.72
28	LA58	San Fernando, 1971	6.5	1	226.54	27.08
29	SE01	Long Beach, VernonCMDBldg.	6.5	1.2	170.55	51.45
30	SE02	Long Beach, VernonCMDBldg.	6.5	1.2	132.70	27.36
31	SE23	Erzincan 1992	6.7	2.0	593.60	124.02
32	SE24	Erzincan 1992	6.7	2.0	529.06	116.9
33	BO07	Nahanni, 1985	6.9	9.6	86.29	3.75
34	BO08	Nahanni, 1985	6.9	9.6	81.18	5.64
35	BO09	Nahanni, 1985	6.9	6.1	59.48	7.35
36	BO10	Nahanni, 1985	6.9	6.1	72.23	7.71
37	BO27	Nahanni, 1985	6.9	9.6	246.99	10.73
38	BO28	Nahanni, 1985	6.9	9.6	232.37	16.14
39	BO29	Nahanni, 1985	6.9	6.1	170.20	21.02
40	BO30	Nahanni, 1985	6.9	6.1	206.67	22.07

는 것을 의미한다.

3. 완만형 이력거동 시스템에 대한 비탄성 변위비의 평가

식 (6)에 나타난 완만도 조절계수 p 에 따른 비탄성 이력거동의 영향을 나타내기 위하여 6개의 $p(=1, 2, 3, 5, 10, 30)$ 에 대하여 정규화된 힘(z)과 연성도(μ)의 관계를 그림 1에 나타내었다. 동일연성도 알고리즘을 사용하여 최대 변위 연성도는 8이 되도록 하는 항복강도를 C_y 를 구하여 사용하였으며, 항복후 강성비(α)와 감쇠비(ζ)는 0.05를 적용하였다. 완만도 조절계수가 큰 값을 가질수록 곡선형 이력거동의 완만도는 줄어들음을 알 수 있다. 완만도 조절계수 p 가 30인 경우의 응답은 이선형 거동과 아주 유사한 거동을 나타내고 있음을 알 수 있다.

비탄성 응답스펙트럼에 대한 완만한 곡선이력거동의 영향을 분석하기 위하여 완만도 조절계수 p 는 그림 1의 이력거동의 형상으로부터 4가지 대표적인 형상을 선택하여 1, 2, 5, 10을 적용하여 동일연성도 응답스펙트럼을 작성하여 평가하였다. 근거리 지진인 SE23(Erzincan)에 대한 비탄성 변위스펙트럼($S_d = \max|r_{in}|$), 강도감소계수(R_μ), 비탄성 변위비(A_μ)를 4가지의 완만한 조절계수에 대해 비교하여 그림 2에 나타내었다. 완만도 조절계수의 영향은 연성도가 2인 경

우에는 2.5초~4초 주기영역에서 대략 5~40% 정도의 차이를 나타내고 있다.

그림 2에 나타난 바와 같이 하나의 지진에 대한 비탄성 응답스펙트럼의 경향은 지진의 불확실성 때문에 변동성이 크기 때문에 그 경향을 분석하기가 쉽지 않다. 그러므로 일반적인 경향을 분석하기 위하여 표 1과 표 2에 나타난 지진들에 대한 비탄성 응답스펙트럼의 평균을 구하여 분석하는 것이 일반적이다. 52개의 근거리 지진에 대한 비탄성 변위스펙트럼($S_d = \max|r_{in}|$), 강도감소계수(R_μ), 비탄성 변위비(A_μ)에 대한 평균값을 4가지의 완만한 조절계수에 대해 비교하여 그림 4에 나타내었다. 동일연성도 알고리즘을 적용하여 변위연성도가 2, 5, 8인 경우에 대하여 평가하였으며 일반적인 구조물의 변위연성도가 10이하인 경우가 대부분이므로 변위 연성도 2, 5, 8은 각각 비탄성 정도가 약간, 보통, 심각한 수준을 대표하는 변위연성도로 정의한 값이다. 그림 3(a)에 나타난 비탄성 변위응답스펙트럼에 대한 곡선형 이력거동의 완만도의 영향은 변위연성도가 작은 경우와 주기가 2초 이상인 장주기 영역에서 보다 큰 영향을 줄 수 있는데, 완만도가 증가할수록(p 가 작을수록) 비탄성 변위스펙트럼은 작아지는 경향을 나타낸다. 그림 3(b)에 나타난 근거리 지진에 대한 R_μ 는 연성도에 비례하여 증가하는 특징을 나타내지만, 2초보다 긴 장주기 영역에서 R_μ 는 μ 보다 큰 값을 나타낸다. 이는 Newmark와 Hall⁽¹¹⁾이 제안한

〈그림 1〉 SE23(Erzincan, 1992) 지진가속도에 대한 곡선형 이력거동의 완만도 조절계수 (p)의 영향 (주기 $T_n = 1.5\text{sec}$, 최대변위연성도 $\mu = 8$, 항복후 강성비 $\alpha = 0.05$, 감쇠비 ζ 를 적용한 경우)

〈그림 2〉 SE23 지진에 대한 비탄성 변위스펙트럼, 강도감소계수, 비탄성 변위비에 대한 완만도의 영향 ($\xi=0.05$, $\alpha=0.0$)

장주기 영역에서 R_μ 는 μ 와 같아진다는 이론과는 차이를 나타낸다. 완만도가 증가할수록(p 가 작을수록) R_μ 는 증가하는 경향을 나타내며 이러한 경향은 2초 보다 긴 장주기 영역에서 보다 뚜렷하게 나타난다. 그림 3(c)에 나타난 근거리 지진에 대한 A_μ 는 주기가 0에 가까운 영역에서 변위연성도가 증가할수록 큰 값을 나타내며, 주기가 2초 보다 짧은 영역에서는 1 보다 큰 값을 가지며 주기가 2보다 커지면 1에 가까운 값을 가지거나 1 보다 작은 값을 가진다. 이것은 구조물의 비탄성 변위는 주기가 2초 보다 짧은 단주기 영역에서는 탄성 변위보다 크게 나타나나 2초 보다 큰 장주기 영역에서는 탄성 변위와 같거나 작음을 의미한다. 이와 같은 현상을 “동일변위법칙”이라고 하며 근거리 지진에 대해서도 잘 일

치하는 결과를 나타낸다. 완만도가 증가할수록(p 가 작을수록) A_μ 는 작아지는 경향을 나타낸다.

48개의 원거리 지진에 대한 비탄성 변위스펙트럼($S_d = \max|r_{in}|$), 강도감소계수(R_μ), 비탄성 변위비(A_μ)에 대한 평균값을 4가지의 완만한 조절계수에 대해 비교하여 그림 4에 나타내었다. 그림 4(a)에 나타난 원거리 지진의 비탄성 변위 응답스펙트럼은 근거리 지진에 비하여 대략 40~50% 정도의 작은 값을 나타내고 있다. 변위응답은 구조물의 손상과 직접적인 연관성이 있으므로 근거리 지진이 원거리 지진에 비하여 지진손상을 크게 유발한다는 것을 의미한다. 또한 비탄성 변위스펙트럼에 대한 완만도에 따른 변위응답의 차이가 1초보다 긴 주기에서 원거리 지진에서는 대략 10~25%

〈그림 3〉 근거리 지진에 대한 비탄성 변위스펙트럼, 강도감소계수, 비탄성 변위비에 대한 완만도의 영향 ($\xi=0.05$, $\alpha=0.0$)

정도임을 알 수 있다. 그림 4(b)에 나타난 원거리 지진에 대한 R_μ 는 근거리 지진(그림 3(b))에 비하여 1초에서 2초 주기영역에서는 큰 값을 나타내지만 2초 주기보다 긴 주기영역에서는 이와 반대의 경향이 나타난다. 전반적으로 1초 이상의 주기영역에서의 R_μ 는 μ 에 근접한 값을 나타낸다. 이는 Newmark와 Hall이 제안한 결과와 잘 일치하는 결과이다. 그림 4(c)에 나타난 원거리 지진에 대한 A_μ 는 1초 이상의 장주기에 대하여 동일변위법칙이 적용됨을 알 수 있다. 동일변위법칙이 적용되는 주기가 근거리 지진의 2초 이상에서 원거리 지진에서는 1초 이상으로 증가되었음을 알 수 있다. 동일변위법칙은 지진의 특성주기보다 긴 주기영역에서 적

용되므로 원거리 지진의 특성주기가 근거리 지진의 특성주기 보다 작다는 것을 의미한다.

곡선형 이력모델의 완만도(p)가 비탄성 변위스펙트럼과 변위증폭계수에 미치는 영향을 분석하기 위하여 다른 완만도에 대한 응답스펙트럼의 비(Response Spectrum Ratio with Different Hysteretic Smoothness)를 다음과 같이 정의하고 완만비(Smoothness Ratio, SR)라고 명하였다.

$$SR = \frac{\text{Peak Response with } p=1}{\text{Peak Responses with } p=10} \quad (13)$$

비탄성 변위스펙트럼(S_d)과 비탄성 변위비 (A_μ)에 대한

〈그림 4〉 원거리 지진에 대한 비탄성 변위스펙트럼, 강도감소계수, 비탄성 변위비에 대한 완만도의 영향 ($\xi=0.05$, $\alpha=0.0$)

완만비를 구하여 그림 5에 나타내었다. 대략 0.5초보다 짧은 주기에서는 완만비가 1보다 크지만 0.5초 보다 긴 주기에서는 완만비는 1보다 작은 값을 가진다. 다시 말하면 곡선형 이력거동의 완만도가 큰 경우($p=1$)의 비탄성 변위응답과 변위증폭계수가 완만도가 작은 경우($p=10$)에 비하여 0.5초보다 짧은 주기구간을 제외하고는 대략 10~20% 작게 나타남을 알 수 있다. 이러한 경향은 연성도와 근거리 및 원거리에 따른 영향은 작게 나타남을 알 수 있다.

변위 연성도($\mu=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$)에 따른 비탄성 변위비 (A_μ)와 비탄성 변위비의 분산계수, C.O.V(A_μ)를 구하여 그림 6에 나타내었다. A_μ 는 μ 가 증가함에 따라 증가하는 경향을 나타내며 주기가 짧을 수록 증가하는 특성을 나

타내기 때문에 A_μ 에 대한 회귀분석식을 작성할 경우에 μ 와 주기의 함수로 나타내는 것이 바람직하다. 근거리 지진에 대한 A_μ 가 원거리 지진에 비하여 주기가 2초 보다 작은 구간에서 대략 10~30% 정도 크게 나타남을 알 수 있다. 그러나 주기가 2초보다 긴 주기영역에서는 반대로 근거리 지진에 대한 A_μ 가 원거리 지진에 비하여 작게 나타남을 알 수 있다. 그림 6(b)에 나타낸 A_μ 에 대한 분산계수는 0.2~0.5 정도의 분포를 가지며 μ 가 증가함에 따라 증가하는 경향을 나타낸다.

강도감소계수(R_μ)와 비탄성 변위비(A_μ)의 관계는 식 (10)~(12)에 나타내었는데 R_μ 와 A_μ 의 곱은 연성도임을 알 수 있다. 근거리 지진 40개에 대하여 $p=2$, $\xi=0.05$, $\alpha=0.0$,

 (a) 비탄성 변위스펙트럼, S_d 에 대한 완만비

 (b) 비탄성 변위비, A_μ 에 대한 완만비

 <그림 5> 비탄성 변위스펙트럼(S_d)과 비탄성 변위비 (A_μ)에 대한 완만비의 비교 ($\xi=0.05$, $\alpha=0.0$)

 (a) 비탄성 변위비 (A_μ)

 (b) 비탄성 변위비에 대한 분산계수 C.O.V.(A_μ)

 <그림 6> 연성도에 따른 비탄성 변위비(A_μ) 및 분산계수 C.O.V.(A_μ) ($\rho=2$, $\xi=0.05$, $\alpha=0.0$)

$T_n=0.4\text{sec}$, $\mu=5$ 인 조건에 대하여 R_μ 와 A_μ 및 두 값의 곱을 표 3에 나타내었다. 개별 지진에 대해서 R_μ 와 A_μ 의 곱이 연성도(μ)가 됨을 알 수 있다. 정확하게 5가 되지 않고 미소한 차이를 나타내는 것은 수치적인 에러의 누적 때문이지만 에러의 크기는 소수점 셋째자리 정도의 값으로 무시할 정도이다. 그러나 40개의 지진에 대한 R_μ 의 평균값과 A_μ 의 평균값의 곱은 5.45551로서 연성도보다는 큰 값을 나타낸다. 이

〈표 3〉 강도감소계수(R_μ)와 비탄성 변위비(A_μ)의 관계 ($\rho=2$, $\xi=0.05$, $\alpha=0.0$, $T_n=0.4 \text{ sec}$, $\mu=5$)

Earthquake I.D.	R_μ	A_μ	$R_\mu \times A_\mu$
LA01	3.3157	1.5084	5.00140
LA02	3.9004	1.282	5.00031
LA03	3.0174	1.6578	5.00225
LA04	4.6508	1.0733	4.99170
LA05	2.2965	2.1782	5.00224
LA06	3.7761	1.3238	4.99880
LA13	3.3353	1.5	5.00295
LA14	2.661	1.8793	5.00082
LA15	3.4283	1.4586	5.00052
LA16	2.4762	2.019	4.99945
LA17	2.1323	2.3455	5.00131
LA18	4.2126	1.1873	5.00162
LA21	2.3817	2.0993	4.99990
LA22	3.2967	1.5156	4.99648
LA23	2.3604	2.1148	4.99177
LA24	2.5365	1.9716	5.00096
LA25	3.4371	1.4549	5.00064
LA26	2.4704	2.0236	4.99910
LA27	2.1324	2.3453	5.00112
LA28	4.1863	1.1948	5.00179
LA37	2.226	2.2463	5.00026
LA38	1.324	3.7798	5.00446
LA39	3.1948	1.5656	5.00178
LA40	3.2212	1.552	4.99930
LA51	7.1163	0.7026	4.99991
LA52	4.6188	1.0824	4.99939
LA55	3.9681	1.2604	5.00139
LA58	4.6155	1.0822	4.99489
SE01	2.2971	2.1776	5.00216
SE02	3.8723	1.2911	4.99953
SE23	2.3576	2.1215	5.00165
SE24	2.4309	2.0594	5.00620
BO07	2.7416	1.8238	5.00013
BO08	3.5884	1.3939	5.00187
BO09	2.5944	1.9278	5.00148
BO10	3.1052	1.6103	5.00030
BO27	2.7464	1.8206	5.00010
BO28	3.5886	1.3939	5.00215
BO29	2.5915	1.9299	5.00134
BO30	3.1056	1.6101	5.00033
Mean	3.18271	1.714108	5.45551

는 식 (11)을 이용하여 기존의 R_μ 에 대한 제안식(여러 개의 지진의 평균값으로부터 구한 제안식)으로부터 A_μ 를 구한다면 정확성이 떨어질 수 있음을 의미한다. 그러므로 비탄성 변위비 A_μ 를 R_μ 로 부터 간접적으로 구하는 방법은 정확성이 떨어진다고 할 수 있다.

40개의 근거리 지진과 원거리 지진에 대하여 R_μ 의 평균값과 A_μ 의 평균값과 두 평균값의 곱을 그림 7에 나타내었다. R_μ 의 평균값과 A_μ 의 평균값의 곱은 연성도 값보다 크게 나타나며 초과하는 비율은 연성도가 증가할수록 커지는데 변위연성도가 2일 경우에는 초과정도가 거의 없으나 연성도가 10일 경우에는 대략 20%정도 초과함을 알 수 있다.

식 (11)을 이용하여 R_μ 로부터 비탄성 변위비($= \mu/R_\mu$)를 간접적으로 구할 수 있음을 알 수 있다. 기존의 R_μ 에 대한 제안식의 연구가 활발하게 이루어졌기 때문에 μ/R_μ 를 구하는 것은 기존의 제안식을 사용한다면 간단하면서 효율적인 방법이라고 할 수 있다. 그러나 식 (10)~(12)의 관계가 하나의 지진속도 기록에 대해서는 정확한 결과를 나타내지만 여러 개의 지진에 대한 평균값을 적용한다면 맞지 않는다는 것을 표 3과 그림 7로부터 알 수 있다. 근거리와 원거리지진에 대하여 A_μ 와 μ/R_μ 를 계산하여 비교하여 그림 8에 나타내었다. μ/R_μ 가 A_μ 에 비하여 작은 값을 나타내며 연성도가 2일 경우에는 대략 5%정도의 차이를 나타내며 연성도가 증가할수록 이 차이가 증가되어 연성도가 10일 경우에는 μ/R_μ 가 A_μ 에 비하여 대략 15% 정도 작은 값을 나타낸다. 이는 기존의 강도감소계수 제안식을 이용하여 비탄성 변위비를 간접적으로 구한다면 비탄성 변위비를 연성도에 따라서 5%~15% 정도로 과소평가할 수 있다는 것을 의미한다.

원거리 지진의 비탄성 변위비(A_μ^{FF})에 대한 근거리 지진의 비탄성 변위비(A_μ^{NF})의 비($=A_\mu^{NF}/A_\mu^{FF}$)를 구하여 그림 9에 나타내었다. A_μ^{NF}/A_μ^{FF} 의 값은 2초보다 작은 주기영역에서는 1보다 큰 값을 나타내고 2초보다 긴 주기영역에서는 1보다 작은 값을 나타냄을 알 수 있다. 이는 2초 보다 짧은 주기영역에서는 A_μ^{NF} 가 A_μ^{FF} 보다 크고 2초보다 긴 주기영역에서는 반대의 경향을 나타냄을 의미한다. 이러한 경향은 연성도가 증가할수록 크게 나타나는데 2초보다 짧은 주기영역에서 연성도가 2일 경우에는 A_μ^{NF}/A_μ^{FF} 가 대략 1.2정도의 값을 가지며 연성도가 10일 경우에는 A_μ^{NF}/A_μ^{FF} 가 대략 1.5정도의 값을 가진다. 다시 말하면 근거리 지진에 대한 비탄성 변위비가 원거리 지진에 대한 비탄성 변위비보다 2초 보다 짧은 주기영역에서는 크게 나타나며 2초 보다 큰 주기영역에서는 반대의 경향이 나타남을 의미한다.

 〈그림 7〉 강도감소계수(R_μ)와 비탄성 변위비(A_μ)의 관계 ($\rho=2$, $\zeta=0.05$, $\alpha=0.0$)

 〈그림 9〉 원거리 지진의 비탄성 변위비(A_μ^{FF})에 대한 근거리 지진의 비탄성 변위비(A_μ^{NF})의 비 (A_μ^{NF} / A_μ^{FF})

4. 완전한 곡선형 이력거동을 반영한 비탄성 변위비의 간편식 작성을 위한 회귀분석

일반적으로 비탄성 변위비는 하나의 지진에 대해서는 지진특성에 따라서 민감하게 변하므로 여러 개의 지진의 평균값을 사용하여야 경향을 파악할 수 있다. 본 연구에서는 비탄성 변위비에 대한 제안식을 작성하기 위하여 지진의 특성은 근거리 및 원거리로 구분하여 적용하고 비탄성 거동의 정도는 연성도로 고려하였으며 비탄성 이력거동의 형태는

 〈그림 8〉 근거리와 원거리 지진에 대한 A_μ 와 μ/R_μ 의 비교

완만도 조절계수를 변수로 고려하였다. 제안식 작성을 위한 비탄성 변위비의 회귀분석은 일반적으로 두 단계를 거치는 과정으로 수행하였다. 첫번째 단계는 특정한 연성도에 대하여 주기와 비탄성 변위비의 관계를 작성하고 이를 가정한 제안식을 사용하여 회귀분석한다. 첫번째 단계에서 비탄성 변위비의 제안식은 주기를 함수로 하여 식 (14)와 같이 가정하였으며 연성도에 따라서 계수 a , b , c 는 회귀분석한다. 식 (14)와 같이 가정한 이유는 계산된 비탄성 변위비와 가장 유사한 형태의 곡선을 표현할 수 있는 수식이기 때문이다.

$$A_{\mu} = a + \frac{b}{T^c} \quad (14)$$

두번째 단계는 첫번째 단계에서 분석한 계수 a , b , c 를 연성도와와의 관계로 각각 나타내어 회귀분석한다. 즉, 계수 a ,

b , c 를 연성도의 함수로 나타낸다. 다양한 완만도 조절계수에 대해서는 위의 과정을 완만도 조절계수를 변화시켜가며 반복하여 적용하면 된다. 본 연구에서는 비탄성 변위비의 제안식을 근거리와 원거리 지진으로 구분하고 완만도 조절계수 p 는 1, 2, 5, 10을 사용하여 총 8가지 경우의 제안식을 제시하였다.

제안식을 구하는 과정은 대표적으로 표 2에 나타난 근거리 지진에 대하여 완만도 조절계수 p 가 1인 경우에 대하여 구하여 그림 10~13에 나타내었다. 첫 번째 단계의 회귀분석의 예로 총 9개의 연성도($\mu=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$)에 대하여 비탄성 변위비를 주기의 함수로 그림 10에 나타내었으며 이를 식 (14)에 가정한 제안식을 사용하여 회귀분석하여 계수값 a , b , c 를 구하여 그림 10에 회귀분석 식으로 나타내었다. 점이 포함된 가는 실선은 해석된 비탄성 변위비의 평균값이며 굵은 실선은 해석된 값을 회귀분석하여 구한

〈그림 10〉 근거리 지진에 대한 비탄성 변위비 A_{μ} 의 첫 번째 단계 비선형 회귀분석($p=1$, $\mu=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$)

〈그림 11〉 근거리 지진에 대한 변위중복계수 A_μ 의 두번째 단계 비선형 회귀분석($p=1$, $\mu=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$)

〈그림 12〉 계수 c 를 0.5로 고정시킨후 수행한 A_μ 의 첫번째 단계 비선형 회귀분석($p=1$, $\mu=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$)

곡선이다. 연성도가 2일 경우에 결정계수(R^2)는 0.984이며 연성도가 커질수록 결정계수도 증가하여 연성도가 10일 경우에는 결정계수가 0.988로서 식 (14)를 사용한 회귀분석이 비교적 정확하다고 할 수 있다.

그림 10에서 구한 주기에 대한 강도감소계수의 회귀분석

된 계수값 a , b , c 를 연성도에 대하여 그림 11에 점을 포함한 실선으로 나타내었다. 이 과정이 두번째 단계의 회귀분석과정이다. 계수 a , b , c 와 연성도의 관계를 회귀분석하여 구한 식을 그림에 함께 표시하였다. 계수 a 와 b 는 곡선식으로 구할 경우 결정계수(R^2)가 0.984와 0.999가 된다. 계수

〈그림 13〉 계수 c 를 평균값으로 고정시킨후 수행한 A_{μ} 의 두번째 단계 비선형 회귀분석($p=1$, $\mu=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$)

〈표 4〉 완만한 곡선형 이력거동에 대한 A_{μ} 제안식의 계수값

지진특성	Smoothness (p)	a	b	c
근거리	1	$0.73-0.098\mu$	$0.096+0.163\mu$	0.5
	2	$0.828-0.098\mu$	$-0.017+0.165\mu$	0.5
	5	$0.944-0.154\mu$	$-0.106+0.227\mu$	0.4
	10	$0.99-0.156\mu$	$-0.13+0.229\mu$	0.4
원거리	1	0.76	$0.029+0.029 \mu$	1.0
	2	0.8	$-0.008+0.031 \mu$	1.0
	5	0.88	$-0.016+0.029\mu$	1.0
	10	0.91	$-0.017+0.029\mu$	1.0

〈그림 14〉 계산된 비탄성 변위비와 제안된 비탄성 변위비의 비교($p=1$)

c 는 그 값의 편차가 크지 않으므로 평균값이 0.484로 계산되었으나 0.5를 적용하였다.

계수 c 를 0.5로 가정할 경우에 실제 계수 c 와는 그림 11에 나타난 바와 같이 다소 차이가 있으므로 계수 c 를 평균값으로 고정시킨 후에 회귀분석을 추가적으로 한번 더 수행하여 그림 12와 그림 13에 나타내었다. 그림 13으로부터 계

수 a 와 계수 b 는 직선식의 형태로 나타나며 결정계수가 0.999로 정확성이 향상되었다.

그림 10~13에 나타난 회귀분석과정은 근거리 지진에 대하여 $p=1$ 인 경우이다. 이를 4개의 완만도 조절계수(p)와 근거리와 원거리로 구분하여 총 8경우의 회귀분석을 수행하여 제안식의 계수 a, b, c 를 구하여 최종적으로 표 4에 나타내

었다. 계수 a 는 근거리 지진에 대해서는 연성도의 함수로 정의되었고 원거리 지진에 대해서는 상수로 정의되었다. 계수 b 는 근거리 및 원거리 지진 경우에 모두 연성도의 함수로 정의되었다. 반면에 계수 c 는 근거리 및 원거리 지진 경우에 모두 상수로 정의되었다.

표 4에 나타난 비탄성 변위비(A_μ) 제안식의 계수값을 사용하여 제안식에 의한 비탄성 변위비를 작성하여 실제 계산한 비탄성 변위비와 비교하여 그림 14에 나타내었다. 제안식과 실제계산에 의한 비탄성 변위비가 잘 일치하는 결과를 나타내고 있음을 알 수 있다. 제안식은 지진을 근거리와 원거리로 구분하였고 완전한 곡선형 이력거동의 정도를 4가지로 구분하여 구하였기 때문에 지진의 특성과 완전한 곡선형 이력거동의 정도를 비탄성 변위비에 반영하여 평가가 가능하다. 본 연구에서 제안된 비탄성 변위비의 식은 성능-기반 내진성능 평가기법에 활용한다면 실제적인 구조물의 완전한 곡선이력거동을 반영할 수 있을 뿐 아니라 지진의 특성 또한 선택적으로 반영함으로써 비탄성 변위비의 평가에 정확성을 높일 수 있으리라 기대한다.

5. 결론

근거리 및 원거리 두 지진그룹에 대하여 완전한 곡선형 이력거동을 사용하여 비탄성 변위비를 구하여 비교, 분석하였으며 이를 회귀분석하여 제안식을 작성하였다. 이로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 근거리 지진에 대한 비탄성 변위비 A_μ 가 원거리 지진에 대한 A_μ 에 비하여 주기가 2초보다 작은 구간에서 대략 10~30% 정도 크게 나타남을 알 수 있다. 그러나 주기가 2초보다 긴 주기영역에서는 반대로 근거리 지진에 대한 A_μ 가 원거리 지진에 비하여 작게 나타남을 알 수 있다. A_μ 에 대한 분산계수는 0.2~0.5정도의 분포를 가지며 변위연성도(μ)가 증가함에 따라 증가하는 경향을 나타낸다.
2. 강도감소계수 R_μ 의 평균값과 A_μ 의 평균값의 곱은 변위연성도 값보다 크게 나타나며, 초과하는 비율은 변위연성도가 증가할수록 커지는데 변위연성도가 2일 경우에는 초과정도가 거의 없으나 연성도가 10일 경우에는 대략 20%정도 초과함을 알 수 있다.
3. 비탄성 변위비의 간접적인 평가에 사용할 수 있는 μ/R_μ 가 A_μ 에 비하여 작은 값을 나타내며 연성도가 2일 경우에는 대략 5%정도의 차이를 나타내며 연성도가 증가할수록 이 차이가 증가되어 연성도가 10일 경우에는 μ/R_μ

가 A_μ 에 비하여 대략 15% 정도 작은 값을 나타낸다. 이는 기존의 강도감소계수 제안식을 이용하여 비탄성 변위비를 간접적으로 구한다면 비탄성 변위비를 연성도에 따라서 5%~15% 정도로 과소평가할 수 있다는 것을 의미한다.

4. 원거리 지진에 대한 비탄성 변위비 (A_μ^{FF})에 대한 근거리 지진에 대한 비탄성 변위비(A_μ^{NF})의 비인 A_μ^{NF}/A_μ^{FF} 의 값은 2초보다 작은 주기영역에서는 1보다 큰 값을 나타내고 2초 보다 긴 주기영역에서는 1보다 작은 값을 나타냄을 알 수 있다. 이러한 경향은 연성도가 증가할수록 크게 나타나는데 2초보다 짧은 주기영역에서 연성도가 2일 경우에는 A_μ^{NF}/A_μ^{FF} 가 대략 1.2정도의 값을 가지며 연성도가 10일 경우에는 A_μ^{NF}/A_μ^{FF} 가 대략 1.5정도의 값을 가진다.
5. 본 연구에서 회귀분석을 통해 변위연성도와 주기의 함수로 제안한 비탄성 변위비의 식은 성능-기반 내진성능 평가기법에 활용한다면 실제적인 구조물의 완전한 곡선이력거동을 반영할 수 있을 뿐 아니라 지진의 특성 또한 선택적으로 반영함으로써 비탄성 변위비의 평가에 정확성을 높일 수 있으리라 기대한다.

감사의 글

이 연구는 지식경제부의 제원으로 전력기반조성사업센터의 지원을 받아 수행한 2010년 전력기술기반구축사업의 연구과제(과제번호 I-2010-0-022)입니다.

참고 문헌

1. Veletsos, A.S., and Newmark, N.M., "Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions," *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 2, 895-912, 1960.
2. Song, J.K., and Pincheira, J.A., "Spectral Displacement Demands of Stiffness- and Strength-Degrading Systems," *Earthquake Spectra*, Vol. 16, Issue 4, 817-851, 2000.
3. Ruiz-Garcia, J., and Miranda, E., "Inelastic displacement ratios for evaluation of structures built on soft soil sites," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 35, 679-694, 2006.
4. Ruiz-Garcia, J., and Miranda, E., "Inelastic displacement ratios for evaluation of existing structures," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 32, 1237-1258, 2003.
5. Hatzigeorgiou, G.D., and Beskos, D.E., "Inelastic displacement ratios for SDOF structures subjected to repeated

- earthquakes,” *Engineering Structures*, Vol. 31, 2744-2755, 2009.
6. Mollaioli, F., and Bruno, S., “Influence of site effects on inelastic displacement ratios for SDOF and MDOF systems,” *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 55, 184-207, 2008.
7. Hong, H.P., and Jiang, J., “Ratio between peak inelastic and elastic responses with uncertain structural properties,” *Can. J. Civ. Eng.*, Vol. 31, 703-711, 2004.
8. Chopra, A.K., and Chintanapakdee, C., “Inelastic deformation ratios for design and evaluation of structures: Single-degree-of-freedom bilinear systems,” *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 9, 1309-1319, 2004.
9. 송종걸, “비탄성 응답스펙트럼에 대한 완만한 곡선형 이력저동의 영향,” 한국지진공학회 논문집, 제14권, 제1호, 1-9, 2010.
10. Peng B.F., Conte J.P., “Statistical insight into constant-ductility design using a non-stationary earthquake ground motion model,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, 895-916, 1997.
11. Newmark, N.M., Hall, W.J., “Earthquake spectra and design,” *Earthquake Engineering Research Institute*, Univ. of California at Berkeley, 1982.