

Original Article

교각세굴심 산정 공식의 통계적 특성

이호진¹ · 장형준^{2*} · 허태영³

¹충북대학교 토목공학부 교수, ²충북대학교 토목공학부 박사후 연구원, ³충북대학교 정보통계학과 교수

Statistical Characteristics of Pier-Scour Equations for Scour Depth Calculation

Ho Jin Lee¹, Hyung Joon Chang^{2*}, and Tae Young Heo³

¹Professor, School of Civil Engineering, Chungbuk National University

²Post Doctor, School of Civil Engineering, Chungbuk National University

³Professor, School of Information and Statistics, Chungbuk National University

요약

최근 이상기후로 인한 집중호우, 대규모 태풍 등의 증가로 국지성 집중호우의 발생빈도가 높아지고 있다. 이로 인하여 국내 중소규모 하천의 유량이 급격하게 증가함에 따라 교량의 안전성에 영향을 미치고 있으며, 세굴에 대한 위험성도 증가하고 있다. 그러나 국내 교량건설기술에서는 교각 세굴심을 산정하기 위하여 해외의 교각 세굴심 산정식을 활용하고 있어 국내 하천의 유역특성을 반영하지 못하고 있는 실정이다. 따라서 본 연구는 세굴현상에 따른 교량피해를 예방하기 위한 기초연구로써, 수리모형실험을 통해 측정된 실험자료와 국내에 적용되고 있는 세굴 산정식들간의 비교 분석을 수행하였다. 또한 실험자료와 세굴 산정식의 통계분석을 통하여 Coleman(1971) 공식이 가장 우수하게 세굴심을 산정하고 있는 것을 확인하였다. 본 연구의 결과는 향후 하천설계 및 교량설계에 있어 보다 정확한 교각 세굴심을 산정하는데 활용 될 수 있을 것으로 기대된다.

핵심용어: 교각, 세굴심, 통계분석, 하천설계

ABSTRACT

In recent years, the occurrence of localized torrential rain has increased due to the increase in heavy rainfall and massive typhoons caused by abnormal weather. As a result, the flow rate of small and medium-sized rivers in Korea is rapidly increasing, affecting the safety of bridges and increasing the risk of scour. However, the domestic bridge construction technology does not reflect the watershed characteristics of domestic rivers because the bridge scour depth calculation formula developed overseas is used to calculate the bridge scour depth. Therefore, this study is a basic study for prevention of bridge damage according to scouring phenomenon, and a comparative analysis was performed between the experimental data measured through hydraulic model test and the scour depth formulas applied in Korea. In addition, the statistical analysis between experimental data and scour depth formula shows that Coleman's (1971) formula estimates the best scour depth. The results of this study are expected to be used to calculate more accurate bridge scour depth in river design and bridge design.

Keywords: Pier, Scour depth, Statistical Analysis, River Design

*Corresponding author: Hyung Joon Chang, param79@chungbuk.ac.kr ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3083-0884>

Received: 9 September 2019, Revised: 18 September 2019, Accepted: 24 September 2019



1. 서론

최근 우리나라는 도시화 및 산업화가 진행 될수록 교통의 편리를 위하여 하천 및 해상에 다수의 교량이 건설되고 있는 추세이다. 그러나 최근 이상기후로 인해 집중호우의 발생빈도가 높아지고 있으며 이의 영향으로 유량이 급격하게 증가하여 하상에 많은 변화가 발생하여 교량의 안정성에 영향을 미치고 있다. 세굴은 하천흐름에 의해 하상재료 및 제방사면 구성 물질이 침식되는 현상으로 수중에 구조물을 만들면 그에 접하는 토사가 물의 흐름에 의해 세굴되어 구조물의 안정성에 영향을 미친다. 현재 우리나라는 교량설계에 있어 교량 상부 구조물에 대한 구조검토는 비교적 정도 높게 시행되고 있으나 하천의 유속 및 유량의 영향을 받는 교량 하부 구조물에 대해서는 기초 수리 해석에 한정되어 검토가 수행되고 있기에 수리현상으로 발생하는 하상 세굴에 대한 안정성 검토는 적절히 이루어지지 못하고 있다(Min et al., 2019).

또한 우리나라 국토 면적 중 2/3가 산지 유역으로 이루어져 있어 중·소규모 하천이 높은 비중을 차지하고 있으며 이 하천들에는 소형교량들이 설치되어 있다. 이중 다수의 소형교량들은 퇴적물이 쌓인 퇴적층인 충적층에 기초를 두고 있어, 세굴 안정성이 취약하며 극한 홍수사상이 발생할 경우 세굴현상에 의해 피해를 입을 가능성이 높다.

세굴은 하상변동에서 교각의 기초를 노출시켜 지지력을 떨어뜨리기 때문에 교량 붕괴 등의 문제를 야기한다. 교량 안전성에 영향을 주는 세굴에 대한 연구와 실험이 활발하게 이루어지고 있으나 지형, 구조물의 형태 및 하상재료 등에 따라 그 차이가 상이하다. 현재 세굴심을 산정할 때, 해외의 교각 세굴심 산정식을 활용하고 있어 국내 유역 특성을 반영한 세굴심 산정식을 사용하지 못하고 있는 실정이며, 이에 다음과 같은 연구가 진행되고 있다.

You(1997)는 경기도 양평군에 있는 교량 3개소에서 세굴심을 측정하고, 산정식을 통해 도출된 결과와 비교 검토를 수행하였다. Lee(2001)는 수리모형실험을 통해 단일교각 및 연속교각 주위의 세굴특성을 분석하여 최적의 원환 위치를 제시하였으며, Lim(2002)은 HEC-RAS를 활용하여 기존의 세굴산정식으로 산정된 값과의 비교를 통해 중·소규모 하천의 교각에서 나타나는 세굴특성을 파악하였다. Park(2012)은 기존의 세굴심 산정식 7개를 사용하여 홍수량에 따른 세굴심 및 유·출입 각도 변화를 만족부 하천을 대상으로 하여 산정하고 비교 검토하였으며, 그 결과 교대 및 교각의 세굴심 산정에 오차가 크게 발생함을 확인하였다. Choi and Cheong(2006)은 CSU, Laursen, Jain-Fischer, Neil, Melville의 5가지 산정식을 인공 실험장 기법을 적용해 비교하였더니, Laursen 산정식과 CSU 산정식이 적합한 결과를 나타낸다고 하였다.

미국에서는 지난 30년간 1000여건의 교량붕괴를 야기하는 항목으로 구조적인 문제보다 세굴 및 수리학적 요인에 의한 것이 약 60%라고 발표하고 있다. 세굴에 대한 연구를 1950년대 이후로 꾸준히 진행하고 있으며, 미국연방도로청은 1987년 홍수로 인한 세굴로 17개의 교량이 심각한 손상을 입거나 붕괴된 이후 HEC-18 등의 매뉴얼을 작성하였다. 한편, Laursen(1963)은 교각, 교대에 대한 평형세굴심에 관한 식을 정적세굴이 저면 소류력과 한계 소류력이 같을 때 발생한다는 가정을 바탕으로 하여 시간 함수를 이용해 개발하였다.

Chnha(1975)는 개발 경험식들의 기초는 넓은 범위의 유사 조건 및 흐름에 기반을 둔 것이 아니기 때문에 실제 하천의 세굴심 산정에는 다소 무리가 있다고 기술하였다.

본 연구에서는 크게는 수배에 이르는 결과차이를 나타내는 교각 세굴심 산정공식의 특성을 검토하기 위해, 하천의 수리학적 특성을 반영한 수리모형실험에서 측정된 교각 세굴 실험자료와 교각 세굴심 산정식의 적용결과를 활용하였다. 또한 이를 바탕으로 통계분석 수행하였으며 국내 중·소규모 하천에 적합한 세굴 공식을 선정하였다. 연구에 사용된 교각 세굴심 산정식은 총 8개로써 국내 하천설계기준(2011)에서 이용되고 있는 산정식인 CSU(1993) 외 7개의 산정식을 활용하였다.

2. 기본 이론

2.1 세굴의 분류

세굴은 하천흐름에 의해 하상재료 및 제방사면 구성 물질이 침식되는 현상으로 정의되며 수중에 구조물을 만들면 그에 접하는 토사가 물의 흐름에 의해 세굴되어 구조물의 안정성에 영향을 미친다. 이러한 세굴 현상은 하상재료의 다양성에 따라 다양한 세굴형태로 나타나며 세굴형태의 차이도 크게 발생한다. 하상재료 중 결합구조가 느슨한 흙보다 다짐이 적절하게 이루어진 흙은 상대적으로 세굴현상에 강하지만 자갈과 같은 재료로 구성된 하상은 최대 세굴심이 짧은 시간에 도달하는 양상을 갖는다. 또한 하천에 구조물 건설시 발생하는 하상면의 수리학적 특성 변화에 의한 영향으로 교량에 세굴이 과도하게 진행 될 경우 막대한 피해가 발생한다.

이러한 세굴은 일반적으로 크게 하천 구조물 건설 등의 영향으로 흐름단면이 축소되어 발생하는 단면축소세굴, 오랜 시간 동안 하천 흐름에 의해 발생하는 장기하상저하, 교각주위와 교대에 와류로 인해 발생하는 국부세굴로 분류 할 수 있다. 이 중 국부세굴은 하천의 통수단면 중 구조물에 의하여 흐름이 차단된 단면 주위에서 일어나는 현상으로 교대 및 교각 주위의 와류에 의하여 발생하며 최근 국부세굴에 의한 교량 파손 및 붕괴로 인하여 많은 피해가 발생 하고 있다. 따라서 본 연구에서는 주요 3가지 세굴 현상 중 하천구조물에 가장 많은 세굴피해를 발생시키는 국부세굴에 관한 피해를 방지하고자 국부세굴에 대한 연구를 수행하였다.

2.2 국부세굴 분석을 위한 무차원 매개변수

세굴 현상은 흐르는 물에 의한 침식 능력과 하상 재료의 침식 저항 능력의 상호 작용에 의해 발생하는 현상이다. 침식 유발 능력에 영향을 주는 인자는 하상에서의 유속, 파일의 직경과 형상, 조도 등이 있다. 침식 저항력에 영향을 주는 인자는 하상 재료의 입경, 공극률, 비배수 전단강도, 액성 한계, 비중 또는 건조 단위 중량, 모래입자의 조도 등과 같은 주로 하상재료의 기본 물성치 등이 있다. 이러한 물리적인 인자 외에도 세굴에 영향을 주는 인자는 매우 다양하고 인자들 간의 상호작용에 의해 세굴 양상이 복잡하게 연계된다. 따라서 와류 이론에 의한 수치 해석적 방법보다 현장 상황을 반영한 주요 세굴 영향인자들 간의 차원해석을 통해 세굴 영향인자들을 무차원 변수로 정규화 하여 해석하는 방법이 적용되고 있다(Min et al., 2019).

3. 분석 자료 및 통계분석 모형

3.1 교각세굴심 산정식

본 연구에서는 세굴현상으로 발생하는 교각 주변의 세굴심을 산정하기 위하여 기존 제안된 8개의 세굴심 산정식을 아래 Table 1에 나타내었으며, 세굴심 산정식들은 주로 교각의 폭, 유속, 수심, 평균입경 등의 인자로 구성되어 있다(Park and Park, 2017; Min et al., 2019).

Table 1. Prediction formulas of scour depth around pier

No.	Proposer	Year	Prediction Formulas of Scour Depth around Pier
1	Chitale	1962	$\frac{d_s}{y} = 6.65F_r - 0.51 - 5.49F_r^2$
2	Shen I	1966	$d_s = 0.00023(Re)^{0.619}$
3	Shen-Karaki III	1969	$\frac{d_s}{b} = 3.4F_r^{0.67}$
4	Coleman	1971	$\frac{d_s}{y} = 1.39F_r^{0.2}(\frac{b}{y})^{0.9}$
5	Neill	1973	$\frac{d_s}{b} = 1.5(\frac{y}{b})^{0.3}$
6	Basik – Basamily-Ergun	1975	$d_s = 0.558b^{0.586}$
7	Froehlich	1987	$\frac{d_s}{b} = 0.32k_1(\frac{b'}{b})^{0.62}(\frac{y}{b})^{0.46}F_r^{0.2}(\frac{b}{d_{50}})^{0.08} + 1$
8	CSU	1993	$\frac{d_s}{y} = 2.0k_1k_2k_3(\frac{b}{y})^{0.65}F_r^{0.43}$

b : Pier width, d_s : Scour depth, b' : Projected width of pier, F_r : Froude number, K_1 : Correction factor for pier nose shape, K_2 : Correction factor for attack angle of flow, K_3 : Correction factor for bed condition, Re : Reynolds number, y : Water depth

3.2 수리 모형실험을 통해 측정된 세굴심 자료

본 연구에서는 교각 세굴심 산정식의 적용성을 검토하고자 기존 연구된 수리모형실험을 통해 측정된 실험자료 중 7개를 선별하여 공식에 적용하였다. 개별 실험 자료의 특징은 Table 2와 같다(Dey et al., 1995; Johnson, 1992; Lat et al., 2009; Melville and Chiew, 1999; Mia and Nago, 2003; Sheppard and glasser, 2004; Sheppard and Miller, 2006).

Table 2. General information of 7 selected researches

Source	Year	Number of data	Parameter
Johnson	1992	130	d_{50}, y, b, F_r, d_s
Dey et al.	1995	18	$d_{50}, b, y, V, V_c, d_s, K_1, K_2, n, m$
Melville and Chiew	1999	84	d_{50}, b, y, V, d_s
Miaand Nago	2003	23	d_{50}, b, y, V, Q, d_s
Sheppard et al.	2004	14	$d_{50}, b, y, V, V_c, d_s$
Sheppard and Miller	2006	24	$d_{50}, b, y, V, V_c, d_s$
Lai et al.	2009	58	d_{50}, b, y, V, d_s
Summation		351	

d_{50} : Median diameter, V : Average velocity, V_c : Critical velocity, Q :Flow

3.3 통계량에 의한 평가 기준

본 연구에서는 기존 세굴심 공식을 평가하기 위하여 평균절대백분위오차(MAPE : Mean Absolute Percentage Error), 부등계수(U), 부분편의(FB), 기하평균편의(MG), 기하분산(GV), 정규화된 평균제곱오차(NMSE), 동의지표(IOA)를 활용하였으며, 각각의 식은 아래와 같다. 여기서 y_i 는 모형실험을 통한 측정 세굴심, x_i 는 세굴 경험식을 이용한 계산 값, n 은 비교 자료의 개수를 의미한다.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - x_i|}{y_i} \times 100 \quad (1)$$

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_i - x_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_i)^2 + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_i)^2}} \quad (2)$$

$$FB = \frac{\bar{y} - \bar{x}}{0.5(\bar{y} + \bar{x})} \quad (3)$$

$$MG = \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(y_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i)\right) \quad (4)$$

$$GV = \exp\left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(y_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i)\right)^2\right] \quad (5)$$

$$NMSE = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}{\bar{y} \cdot \bar{x}} \quad (6)$$

$$IOA = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|x_i - \bar{x}| + |y_i - \bar{y}|)^2} \quad (7)$$

4. 분석 결과

실제 측정된 세굴심 값과 계산된 세굴심 예측 값을 통계량과 모형에 의한 평가를 통해 다양한 분석을 실시하였다. 분석에 사용된 교각 세굴심 산정공식은 Chitale(1962), Shen I(1966), Shen-Karaki III(1969), Coleman(1971), Neill(1973), Basik-Basamily-Ergun(1987), Froehlich(1987) 및 CSU(1993)를 활용하였다.

각 교각 세굴심 산정공식의 유효성을 판단할 기준이 될 통계량의 평가기준은 평균절대백분위오차(MAPE), 부등계수(U), 부분편의(FB), 기하평균평의(MG), 기하분산(GV), 정규화된 평균제곱오차(NMSE), 동의지표(IOA)의 7개 항목을 사용하였다.

Table 3은 통계량의 평가기준에 의한 결과이며, 각 수치 옆 괄호 값은 순위를 나타내고 있다. 통계 분석 결과 교각 세굴심 산정공식 중 가장 유효한 방법은 Coleman 방법이 선택되었으며, MAPE, U, FB, MG, GV, NMSE, IOA의 값이 각각 58.3798, 0.0213, -0.0038, 1.0213, 1.0004, 0.1663, 0.9994, 0.9458로 가장 작거나 두 번째로 작은 결과를 보였다.

또한 상관계수 값이 0.9458로 모든 방법 중 2번째로 크게 나타난 것을 확인하여 Coleman 방법이 교각 세굴심 산정에 있어서 가장 우수한 방법으로 나타난 것을 확인하였다.

다음으로 우수한 교각 세굴심 산정 방법은 Froehlich 방법으로 MAPE, U, FB, MG, VG, NMSE, IOA의 값이 각각 64.2487, 0.0131, 0.0027, 1.1003, 1.0092, 0.1971, 0.9995으로 모든 값들이 다른 방법에 비해 상대적으로 매우 작았으며 상관계수 값은 0.9383으로 모든 방법 중 3번째로 크게 나타났다.

Table 3. Results based on statistical evaluation criteria

Method	Rank									
	MAPE	U	FB	MG	VG	NMSE	IOA	CORRE		
Chitale	189.7618 (8)	0.1704 (8)	0.0506 (8)	1.865 (8)	1.4747 (8)	1.4423 (7)	0.9997 (7)	0.3929 (7)		
Shen	110.5401 (5)	0.1081 (5)	0.0254 (4)	1.5925 (6)	1.2417 (6)	0.3389 (4)	0.9995 (4)	0.8717 (6)		
Coleman	58.3798 (1)	0.0213 (2)	-0.0038 (1)	1.0213 (1)	1.0004 (1)	0.1663 (1)	0.9994 (2)	0.9458 (2)		
Neill	113.2091 (6)	0.1243 (6)	0.0356 (6)	1.6154 (7)	1.2586 (7)	0.4604 (6)	0.9997 (7)	0.9368 (4)		
Shen.K	158.0952 (7)	0.1301 (7)	0.048 (7)	1.1116 (3)	1.0113 (3)	4.1063 (8)	0.9998 (8)	0.309 (8)		
Basik.B.E	94.3295 (3)	0.0243 (3)	0.0043 (3)	1.3684 (4)	1.1034 (4)	0.4486 (5)	0.9992 (1)	0.9102 (5)		
Froehlich	64.2487 (2)	0.0131 (1)	0.0027 (2)	1.1003 (2)	1.0092 (2)	0.1971 (2)	0.9995 (4)	0.9383 (3)		
CSU	103.5854 (4)	0.1074 (4)	0.0262 (5)	1.5698 (5)	1.2255 (5)	0.2014 (3)	0.9996 (5)	0.9476 (1)		

5. 결론

본 연구는 정도 높은 국부세굴의 깊이를 산정하기 위하여 기존의 수리 모형실험으로 얻은 수리특성 및 교각제원 등의 자료를 바탕으로 8가지 세굴심 산정식에 적용한 결과와 수리 모형실험 결과를 바탕으로 통계분석을 수행하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1. 기존 사용되고 있는 8개의 교각세굴심 산정식으로 산정된 교각 세굴심과 수리 모형실험을 바탕으로 측정된 세굴심과 단순선형회귀모형을 통해 분석 결과 Coleman(1971) 방법과 Froehlich(1987) 방법이 MAPE, U, FB, MG, GV, NMSE, IOA 통계방법에서 각각 최우수 및 우수한 결과를 나타내었다.
2. 교각 세굴심 산정공식과 수리모형 실험결과 활용한 상관관계를 분석한 결과 CSU(1993), Coleman(1971), Froehlich (1987) 방법이 각각 0.9476, 0.9458, 0.9383으로 나타남을 확인하였으며, CSU, Coleman, Froehlich 교각 세굴심 산정 공식이 정도 높은 세굴심을 예측할 수 있음을 확인하였다.

본 논문에서는 현재 우리나라 하천설계 기준에 적용되고 있는 CSU(1993)공식 뿐만 아니라 교각 세굴심 산정에 있어 불확실성을 고려하기 위하여 다른 교각 세굴심 산정식을 추가로 적용하였으며, 통계분석을 단순선형회귀모형을 통해 검토하였다. 그러나 교량의 형태, 교량의 설치 위치, 하천의 특성 등 세굴심에 영향을 주는 인자들이 다양하여 정확한 세굴심을 예측하는 것에는 많은 어려움이 있다. 따라서 본 연구의 성과는 우리나라 하천에 가장 적합한 세굴심 산정공식 개발에 유용한 정보를 제공할 것으로 판단된다. 또한 추가적인 연구를 통하여 안전한 하천관리의 기초자료로서 활용될 것이다.

References

- Chnha, L. V. (1975). Time Evolution of Local Scour. The 16th IAHR Congress Proceedings, Sao Paulo.
- Choi, S. and Cheong, S. (2006). Prediction of Local Scour Around Bridge Piers Using Artificial Neural Networks. Journal of the AWRA. 42(2): 487-494.

- Dey, S., Bose, S. K., and Sastry, G. I. N. (1995). Clearwater Scour at Circular Piers-A Model. *Journal of Hydraulic Engineering*. ASCE. 121: 869-876.
- Johnson, P. (1992). Reliability-based Pier Scour Engineering, *Journal of Hydraulic Engineering*. ASCE. 118: 1344-1354.
- Laursen, E. M. (1963). An Analysis of Relief Bridge Scour. *Journal of the Hydraulics Division*. 89(3): 93-118.
- Lai, J., Chang, W., and Yen, C. (2009). Maximum Local Scour Depth at Bridge Piers under Unsteady Flow. *Journal of Hydraulic Engineering*. ASCE. 135: 609-614.
- Lee, S. S. (2001). Effect of Local Scour Depth Reduction Around Multiple Bridge Pier Using Circular Collar. M. S. Dissertation. Hongik University.
- Lim, J. H. (2002). The Experimental Study of Scour Depths due to Piers at Small Streams in Mountainous Areas. M. S. Dissertation. Dankook University.
- Melville, B. and Chiew, Y. (1999). Time Scale for Local Scour at Bridge Piers. *Journal of Hydraulic Engineering*. ASCE. 125: 59-65.
- Mia, M. and Nago, H. (2003). Design Method of Time Dependent Local Scour at Circular Bridge Pier. *Journal of Hydraulic Engineering*. ASCE. 129: 420-427.
- Min, B. Y., Chang, H. J., Lee, H. J., and Kim, S. D. (2019). Review on Applicability of Local Scour Depth Calculation Formula in River. *Korean Society of Disaster & Security*. 12(1): 1-9.
- Park, C. W. and Park, H. I. (2017). Evaluation of the Applicability of Pier Local Scour Formulae Using Laboratory and Field Data. *Marine Georesources and Geotechnology*. 35: 1-7.
- Park, J. W. (2012). Application Evaluation of Equation by the Scour Depth Estimation in Bight River. M. S. Dissertation. Kangwon University.
- Sheppard, D. M., Odeh, M., and Glasser, T. (2004). Large Scale Clear-water Local Pier Scour Experiment. *Journal of Hydraulics Engineering*. ASCE. 130: 957-963.
- Sheppard, D. M. and Miller, W. (2006). Live-bed Local Scour Pier Experiment, *Journal of Hydraulic Engineering*. ASCE. 132: 635-642.
- You, J. S. (1997). In-Situ Measurement and Applicability of Bridge Scouring Depths. M. S. Dissertation. Myongji University.

Korean References Translated from the English

- 민병윤, 장형준, 이호진, 김성덕 (2019). 하천 세굴심 산정을 위한 교각 세굴심 산정식의 적용성 검토. *한국방재안전학회 논문집*. 12(1): 1-9.
- 박제완 (2012). 하천 만곡부의 세굴심 산정을 위한 산정식의 적용성 평가. 강원대학교 석사학위논문.
- 이성수 (2001). 원환을 이용한 연속교각에서의 국부세굴심 감소효과. *홍익대학교 석사학위논문*.
- 임준홍 (2002). 산지 소하천에서의 교각세굴심에 관한 실험적 연구. *단국대학교 석사학위논문*.
- 유중식 (1997). 현장에서의 세굴깊이 측정 및 적용성 검토. *명지대학교 석사학위논문*.