

# 환형 가스터빈 연소기에서 종방향 및 횡방향 음향모드 커플링

김지환\* · 김대식\*\*

\*강릉원주대학교 기계자동차공학부

## Acoustic Coupling between Longitudinal and Transverse Modes in an Annular Gas Turbine Combustor

Jihwan Kim\* and Daesik Kim\*\*

\*School of Mechanical and Automotive Engineering, Gangneung-Wonju National University

(Received 8 September 2017, Received in revised form 12 February 2018, Accepted 20 February 2018)

### ABSTRACT

Transverse acoustic mode in annular combustion chambers affects air-fuel mixing characteristics in the nozzle and can result in heat release fluctuations in the combustor. In addition, the acoustic mode coupling between the nozzle and the combustion chamber is one of the key parameters determining combustion instability phenomenon in the annular combustor. In this study, acoustic coupling between the nozzle and annular combustor was numerically analyzed using 3D-based in house FEM code. As a result, it was found that the acoustic mode inside the combustion chamber at anti-node locations of the transverse mode was strongly influenced by the nozzle inlet boundary conditions.

**Key Words** : Combustion instability, Thermoacoustic analysis, Helmholtz solver, Annular combustor

### 기 호 설 명

$p$ : Pressure	$\omega$ : Angular velocity
$q$ : Heat release	$\gamma$ : Specific heat ratio
$t$ : Time	$\hat{\phantom{x}}$ : Perturbation
$x$ : Axial distance	$\bar{\phantom{x}}$ : Mean value
$\rho$ : Density	$R$ : Real number
$p$ : Pressure	$I$ : Imaginary number

## 1. 서론

연소실 내부의 비정상 압력 섭동은 연소실의 고유 주파수와 일치하게 되면 섭동이 증가하게 된다. 이러한 압력 섭동은 열발생을 섭동과 위상차가 90°이내(In pahse)가 되면 연소기 내부의 에너지가 증가하고, 이때 시스템 내부 에너지에 해당하는 좌변의 값이 손실 에너지인 우변보다 커지게 될 경우 연소불안

정 현상이 발생하게 된다. 시스템에서 연소불안정 현상을 이해하고 제어하기 위해서는 시스템의 음향모드를 파악하는 연구가 필수적으로 진행되어야 한다. 대표적인 방법으로 수치해석 기법을 사용하여 음향장을 모델링하는 기존의 1D 및 3D 모델은 비교적 높은 신뢰도를 갖는 것으로 보고되었다[1-10].

기존의 저자들의 이전 연구[10]뿐만 아니라, 국내의 가스터빈 음향 모델링 관련 연구는 주로 종방향 모드(longitudinal mode)가 우세한 캔형(can type) 연소기를 다루고 있다. 그러나, 최근 항공용 엔진에 사용되는 환형(annular type) 연소기 또한 희박 예혼합 연소 기술의 적용이 증가하고 있고, 연소불안정 현상의 제어를 위한 음향 해석의 필요성 또한 증가하고 있다.

† Corresponding Author, [dkim@gwnu.ac.kr](mailto:dkim@gwnu.ac.kr)

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

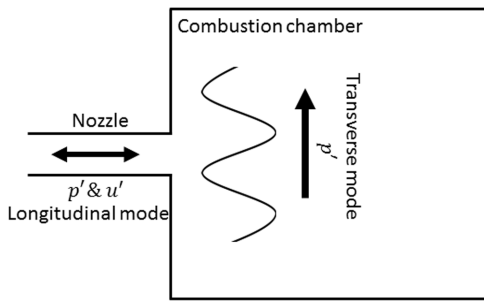


Fig. 1. Coupling of transverse and longitudinal mode[11].

주로 항공용에 쓰이는 환형 연소기는 종횡비가 1에 가깝기 때문에 종방향 모드뿐만 아니라 횡방향(transverse) 모드도 지배적으로 나타나게 된다[9,11-13]. 특히 Bourgoquin et al.[12]과 O'Connor et al.[13]은 환형 연소실의 형상으로부터 결정되는 횡방향 모드는 노즐에서의 종방향 압력 섭동과 커플링되고, 이는 시스템의 연소불안정 현상에 영향을 미치는 주요한 역할을 한다고 기술하였다. 즉 연소실에서 발생하는 횡방향 모드가 노즐에서의 종방향 압력 섭동에 영향을 미치게 된다. 이러한 종방향 음향 섭동은 연료와 공기의 혼합공간으로 전파되어 Fig. 1과 같이 혼합기의 속도와 당량비를 변하게 하고, 이러한 과정은 열발생 섭동을 야기하여 연소불안정이 발생하게 된다. 이로부터 연소실에서의 횡방향 압력 섭동과 노즐에서의 축방향 유동 섭동간의 음향 커플링은 환형 연소 시스템에서의 연소불안정 현상을 이해하기 위한 가장 중요한 정보 중의 하나일 수 있다.

저자들은 이를 이해하기 위한 사전 연구[9]로서 3D FEM 모델링 기법을 이용하여 Lab-scale 환형 연소기에서 연소실 횡방향 음향 모드와 노즐에서의 종방향 음향 모드 사이의 커플링 영향에 대하여 1차 연구를 발표한 바가 있다. 이 연구를 통하여 노즐과 연소실 음향장 사이의 커플링에 대한 기본 개념을 소개하였고, 이에 대한 초기 결과를 발표하였다.

본 논문에서는 이전 연구를 확장하여, 노즐에서의 음향장 영향을 더욱 구체적으로 분석하고자 한다. 이를 위하여 노즐이 있을 때와 없을 때의 연소실 내 음향 특성뿐만 아니라, 노즐 입구에서의 음향 경계 조건을 변화시켜서 종방향 음향장과 연소실의 횡방향 모드간의 상관관계에 대한 분석 결과를 제공하고자 한다.

## 2. 열음향 해석 모델 및 조건

### 2.1. 3D 열음향 해석 모델

음향장 해석을 위하여 기존 저자들의 연구[8,9]에

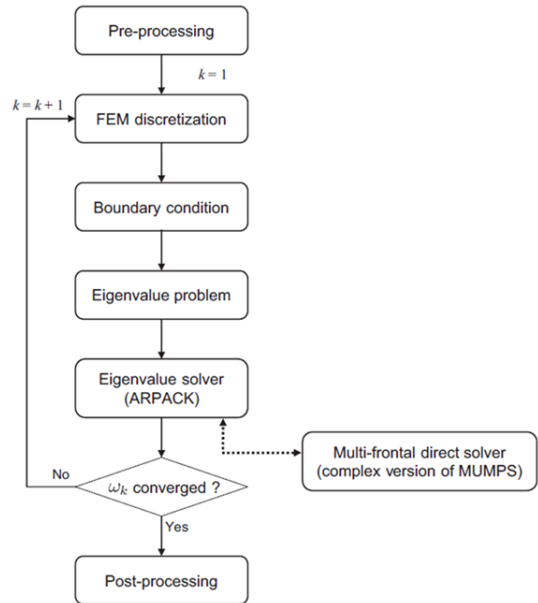


Fig. 2. Structure and subroutines of Helmholtz solver[8].

의하여 소개된 FEM 기반으로 자체 개발된 3차원 헬름홀츠 솔버(Helmholtz solver)가 사용되었다. Fig. 2는 솔버의 주요 서브루틴을 도식화한 그림으로, 4가지 격자(사면체, 프리즘, 피라미드, 육면체)를 혼합하여 비정렬 격자계(Hybrid unstructured grid)를 구성하고 보다 효율적인 구성이 가능하다. 격자 구성과 입구 조건을 통해 경계조건이 설정되고 ARPACK(Arnoldi Package)에서 제공하는 Arnoldi[14] 방법으로 고유치 문제를 해결한다. 또한 MUMPS(Multi-frontal Massively Parallel Solver)를 사용하여 대규모 복소 행렬식 계산의 수렴성을 향상시켰다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} \right) + \frac{\omega^2}{\gamma p_0} \hat{p} = i\omega \frac{\gamma-1}{\gamma p} \hat{q}(\omega) \quad (1)$$

식 (1)은 본 코드에서 음향 거동을 해석하기 위한 지배방정식으로 사용되는 평균 유속의 영향을 무시한 후, 선형화 과정을 통하여 유도된 Helmholtz 방정식이다. 현재의 연구는 화염이 없는 순수 음향 해석만을 진행하게 되는 관계로 식의 우변은 0이 된다.

Helmholtz 방정식을 이용하여 선형 음향 해석을 수행하는 방법은 크게 두가지 수치해법으로 나눌 수 있다. 먼저 음향장의 특정 위치(주로, 음향 압력 모드의 안티노드에 해당하는 위치)에 미소 진폭의 압력 가진점을 두고, 가진 주파수를 변경시켜가며 반복적으로 Helmholtz 방정식을 수치계산하는 방법이다[15]. 이러한 방법에서는 구해진 가진 주파수와 압력 진폭 선도에서 최고값을 나타내는 주파수들이 각

음향 모드의 공진 주파수가 되며, 그 주파수에서 계산되었던 Helmholtz 방정식의 해로부터 해당 모드의 복소 음향 압력 분포를 얻을 수 있게 된다. 또 다른 방법으로서 본 연구에서는 Helmholtz 방정식에 대해 직접 고유치 해석을 수행하여, 해석 결과로서 다수의 고유주파수(eigenfrequency)와 고유함수(eigenfunction)를 얻을 수 있게 된다. 이러한 과정을 통하여 다음과 같은 압력 섭동 방정식의 해를 얻을 수 있다.

$$p'(\mathbf{x}, t) = \text{Re}\{\hat{p}(\mathbf{x}) e^{-i\omega_R t} e^{i\omega_I t}\} \quad (2)$$

식 (2)의 우변의 첫 번째 항인  $\hat{p}(\vec{x})$ 은 연소기 내의 압력 분포를 나타내고 두 번째 항의  $\omega_R$ 과  $\omega_I$ 는 공진주파수와 성장률을 나타낸다. 본 연구에서는 모드별 압력 분포와  $\omega_R$ 의 해석 결과에 주안점을 두었다. 본 연구에서 적용한 해석 기법에 대한 세부 설명은 저자들의 이전 연구 논문[8]에 자세하게 언급되어 있다.

### 2.2. 해석 대상 연소기

본 연구에서는 두가지 종류의 환형 연소기를 해석 대상으로 선정하였다. 먼저, Fig. 3의 개략도와 같이 Bourgooin et al.[12]의 연구에서 사용된 환형 연소기에서의 음향 특성을 모델링하여 참고문헌에서 제시된 시험 결과를 통하여 검증한 후, 노즐과 연소실에서의 음향 커플링을 분석하였다. 본 연소기는 Fig. 3에서와 같이 연료와 공기의 혼합공간인 예혼합실이 존재하고 연소실과 예혼합실이 길이 20 mm, 직경 10 mm의 노즐로 연결되어 있으며, 노즐의 개수는 16개로 구성되었다. 연소실의 직경은 외부(outer tube)가 400 mm, 내부(inner tube)가 300 mm인 환형이고, 외부관의 길이는 400 mm, 내부관의 길이는 입구로부터 200 mm이다. 연소실의 출구는 대기로 완전히 열린 경계 조건을 갖는다. Fig. 4는 본 시스템의 FEM 해석을 위한 격자계 구성을 나타낸 것이다. Hexahedral과 Tetrahedral로 구성하였으며, 격자계의 총 개수는 30만개이다.

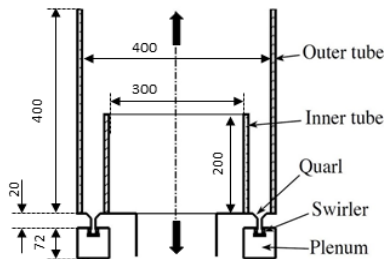


Fig. 3. Schematic of the model combustor(Combustor A)[12].

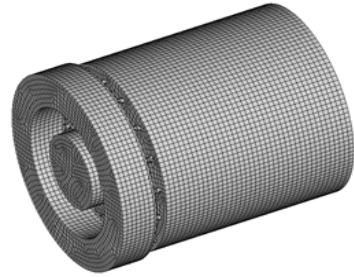


Fig. 4. Mesh of the Combustor A.

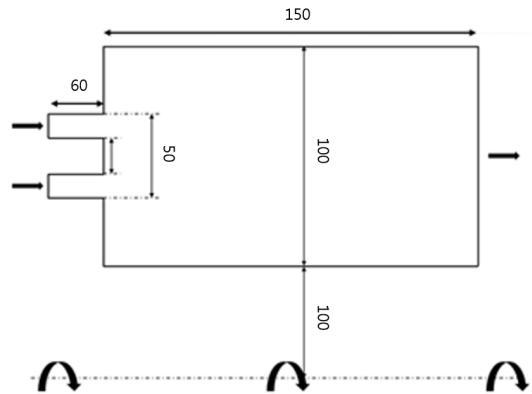


Fig. 5. Schematic of Combustor B.

반면에 다른 형태의 환형 연소기에서의 음향 특성을 비교하기 위하여 Jones[16]가 소형 항공용 가스터빈 연소기의 설계 예로 제시한 형상을 노즐 직경과 연소실 직경 및 길이 등을 단순화하여 Fig. 5와 같은 가상의 연소기를 고려하였다. 편의상 Fig. 3의 연소기를 “Combustor A”로 정의하고, Fig. 5의 연소기를 “Combustor B”로 정의하고자 한다. Combustor B는 중심축으로부터 내부 라이너의 반지름이 100 mm이고, 연소실의 높이와 길이는 각각 100 mm와 150 mm이다. Combustor A와 가장 큰 차이는 노즐의 형상과 면적이다. Combustor B의 노즐은 Combustor A의 단순한 원통형(cylinder) 노즐과는 달리 실제 가스터빈의 연료 노즐과 유사한 환형(annular) 형태를 가지고 있으며, 내부 직경은 12.5 mm, 외부 직경은 50 mm이며, 노즐의 개수는 18개, 길이는 60 mm이다. Combustor A의 노즐 출구(즉, 연소실 입구)에서 노즐과 연소실의 단면적비( $A_{nozzle}/A_{combustor}$ )는 0.03으로, 연소실 단면적 대비 매우 작은 노즐임을 알 수 있는 반면에, Combustor B의 경우에  $A_{nozzle}/A_{combustor}$ 는 0.28로서 상대적으로 매우 큰 노즐의 단면적비(또는 직경비)를 갖는 연소기와 노즐의 형상을 선택하였다.

Fig. 6은 Combustor B의 FEM 해석을 위한 격자계로서 마찬가지로 Hexahedral과 Tetrahedral로 구성하였으며, 격자계의 총 개수는 40만개이다.

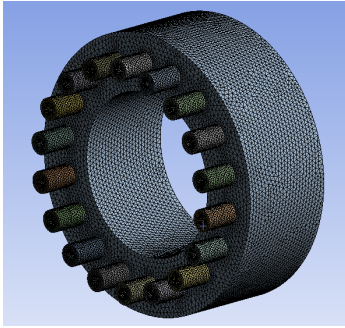


Fig. 6. Mesh of Combustor B.

Table 1. Analysis conditions

	Combustor A	Combustor B
Temperature [K]	293	700
Density [kg/m <sup>3</sup> ]	1.2	8.1
Speed of sound [m/s]	310	510.6
Mean pressure [bar]	1	17

### 2.3. 해석 조건

Table 1은 각 연소기의 해석 조건을 나열한 것이다. Combustor A의 해석 조건으로서, Bourguin et al. [12]의 실험이 진행된 조건과 동일한 값을 설정하였다. 표에서 나타나듯이 화염이 없는 상태에서의 음향 해석을 진행하여 실험 결과와 비교하였다. 반면에 Combustor B의 경우에, 참고문헌 [16]에서 소개한 실제 소형 가스터빈의 연소기 입구에서의 물성치를 사용하였다.

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1. 모델 검증

연소실과 노즐간의 음향 커플링 연구를 수행하기에 앞서서, 본 연구에 사용된 FEM 모델의 신뢰도를 검증하기 위하여 전체 시스템의 주요 공진 모드와 각 모드에서의 주파수를 예측하여 실험결과와 비교해 보았다. 이를 위하여 계측 결과가 제시되어 있는 Combustor A를 해석하였다. 다양한 음향 모드 중에서 Table 2는 0TIL, 1TIL 및 2TIL 등 3가지 음향 모드에서 모드 형상과 주파수 예측 결과를 실험결과와 비교한 것이다. 여기서, T와 L은 각각 횡방향(tangential) 음향 모드와 종방향(longitudinal) 음향 모드를 나타낸다. 예를 들면 “2TIL” 모드란 두 번째(second harmonic) 횡방향 및 첫 번째(fundamental) 종방향 음향파의 복합 모드를 의미한다. 또한 표의 그림은 압력 섭동을 나타낸 것으로 빨간색 부분이 압력 섭동이 가장 높은 부분을 나타내고 파란색이 낮은 진폭을 나타낸

Table 2. Calculated mode shape and resonance frequency (Combustor A)

0T 1L Combustor	
	Measurement 389 Hz
	Prediction 394 Hz
1T 1L Combustor	
	Measurement 458 Hz
	Prediction 448 Hz
2T 1L Combustor	
	Measurement 729 Hz
	Prediction 720 Hz

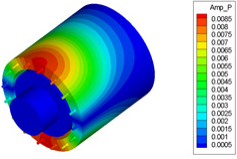
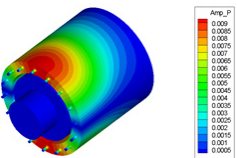
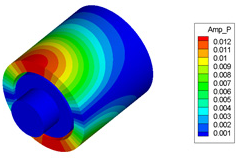
다. 결과에서 보이듯이 실험에서 계측된 음향 모드를 본 모델에서 모두 성공적으로 예측하였고, 예측된 주파수는 최대 2.5% 이내의 오차로 실험값을 잘 추종하는 것으로 나타났다.

### 3.2. 연소실 횡방향 음향파와 노즐 종방향 음향파 사이의 커플링

본 절에서는 연소실에서 발생하는 횡방향 모드가 노즐 음향장에 미치는 영향에 대한 해석 내용을 소개하고자 한다. 해석의 단순화를 위하여 Fig. 3에서의 예혼합실(plenum)을 제거하고, 노즐과 연소실만을 구성하여 해석하였다. 먼저 Table 3은 Combustor A의 1TIL 모드에 대하여 노즐이 없이 단순하게 연소실만 있을 때의 음향장과, 노즐이 있을 때의 음향장을 비교하였다. 또한 노즐이 있을 때의 경우에는 가장 대표적인 음향 경계 조건으로서 노즐 입구가 음향학적으로 닫힌 경우와 반대로 노즐 입구가 음향학적으로 열린 경우에 대하여 해석, 비교하였다. Table 3에서 제시된 해당 모드의 주파수들은 Table 2에서 명시된 1TIL의 주파수와 다른 값을 보이고 있는데 이는 예혼합실 제거에 따른 영향이다.

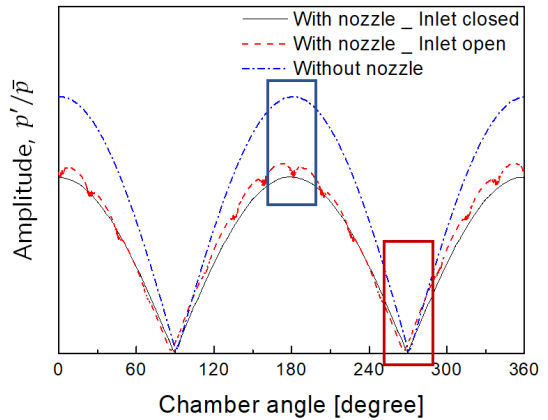
먼저 노즐의 유무와 음향 경계 조건에 따라 주파수가 약간씩 다른 값을 보이는 것을 알 수 있는데, 이는 1TIL 모드에서 종방향(L) 모드가 노즐의 음향

**Table 3.** Nozzle-combustor acoustic coupling (Combustor A, 1T1L mode)

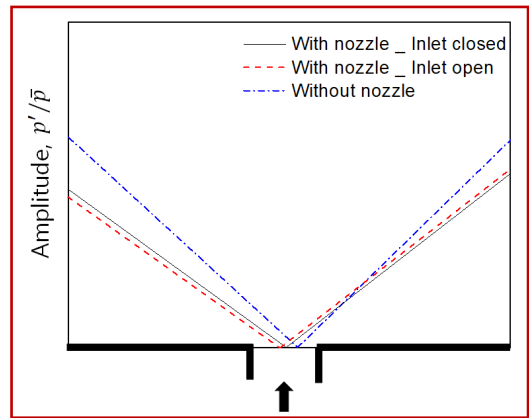
With nozzle (nozzle inlet : closed)	
	Frequency: 396 Hz $\left  \frac{p'}{\bar{p}} \right  = 0.0085$
With nozzle (nozzle inlet : open)	
	Frequency: 413 Hz $\left  \frac{p'}{\bar{p}} \right  = 0.009$
Without nozzle	
	Frequency: 398 Hz $\left  \frac{p'}{\bar{p}} \right  = 0.012$

장에 따라 약간씩 변경되면서, 전체 복합 모드의 주파수에 영향을 미치게 된 것으로 보인다. 또한, 연소실 입구에서의 종방향 압력파의 안티노드(antinode)가 존재하는 곳에서의 압력 섭동의 최대 진폭을 평균 압력으로 나눈  $|p'/\bar{p}|$  값을 비교한 결과 노즐 입구의 음향 경계 조건에 따른 차이는 크지 않았으나, 닫힌 경계 조건의 노즐이 있을 경우에는 노즐이 없을 때보다 상대적으로 높은 진폭을 보이는 것으로 나타났다. 이는 닫힌 연로 노즐의 경우 입구에서 종방향 음향파의 안티노드 형성에 따른 강한 압력 진폭이 짧은 노즐을 거쳐 거의 진폭의 감쇄없이 연소실의 횡방향 압력파와의 상호 작용에 따른 결과로 보여진다.

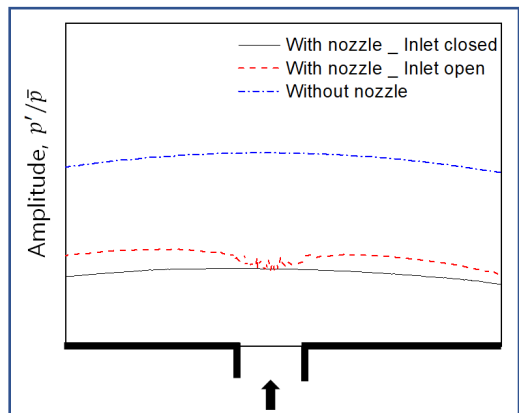
Fig. 7의 그래프는 연소실 내부의 횡방향 모드의 섭동 진폭을 연소실의 각도에 따라서 경계조건별로 나타낸 결과이다. 세 조건은 정상파(standing wave)로 동일한 노즐 위치에서 노드(node)와 안티노드가 형성되고 있다. Fig. 8과 Fig. 9는 각각 노드와 안티노드 구간을 확대해 놓은 결과로, Fig. 8의 압력 노드 점이 형성되는 구간의 압력 섭동은 이 위치에서 압력 진폭의 절대값이 매우 작은 관계로 노즐의 음향 경계 조건 및 노즐의 유무에 대해 연소실 내부의 음향모드가 상대적으로 큰 영향을 받지 않는 것을 확인할 수 있다. 반면에 Fig. 9의 안티노드가 형성되는 곳은 상대적으로 노즐의 유무에 따라 음향 특성이



**Fig. 7.** Response of combustor tangential waves to nozzle longitudinal waves (Combustor A).



**Fig. 8.** Effects of nozzle acoustics on the mode shape of combustor tangential waves (at Pressure nodes of tangential waves, Combustor A).

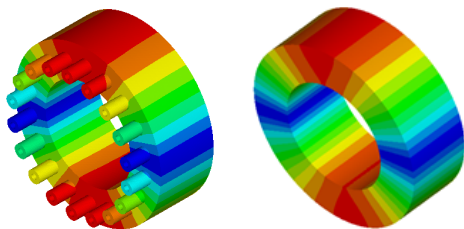


**Fig. 9.** Effects of nozzle acoustics on the mode shape of combustor tangential waves (at Pressure antinodes of tangential waves, Combustor A).

큰 영향을 받고 있다. 또한 안티노드 지점에서는 노즐 입구가 닫힌 음향 조건의 경우에 연소실에서의 압력 섭동 분포는 노즐 위치에 상관없이 완전한 전형적인 횡방향 모드의 모드 형상을 보이고 있는 반면에 Figs. 7과 9에서 나타나듯이 노즐의 입구 음향 조건을 열린 조건으로 해석한 경우에는 노즐이 존재하는 위치에서 연소실의 모드 형상이 왜곡되어서, 노즐에서의 종방향 음향장의 영향이 연소실의 횡방향 압력 분포에 영향을 주는 것을 확인할 수 있다. 이러한 왜곡은 열린 노즐의 경우 입구에서 종방향 압력파의 노드점에 의한 낮은 압력 진폭이 높은 진폭을 갖는 횡방향 압력파와 결합하면서, 노즐과 연소실의 접합면에서 압력 진폭이 순간적으로 낮아지기 때문인 것으로 판단된다.

정리하면, 노즐의 입구에서 반사계수의 설정에 따라 연소실의 횡방향 음향 모드가 영향을 받게 되며, 특히, 음향학적으로 노즐 입구가 열린 경계 조건을 갖는 경우에는 노즐에서의 음향 특성과 연소실이 횡방향 음향장이 강하게 커플링될 수 있고, 이러한 현상은 연소실 횡방향 모드의 노드점보다는 안티노드 위치에서 더욱 두드러질 것이다. 반면에, 노즐의 입구 경계 조건이 닫힌 경우에는 노즐의 위치(즉, 연소실 횡방향 음향 모드의 노드점과 안티노드점의 위치)에 상관없이, 노즐의 축방향 음향 특성이 연소실의 횡방향 음향장에 미치는 영향은 상대적으로 미미하다. 이는 O'Connor 등[13]의 실험 및 해석 결과와 유사한 내용으로서, 이들은 이러한 조건에서는 연소실의 횡방향 음향 특성만을 고려하는 “Quasi-1D” 가정이 가능하다고 하였다.

Fig. 10은 Combustor B에 대하여 노즐이 있을 때와 없을 때의 1T0L 모드를 비교한 결과이다. 노즐이 있는 경우는 입구 경계 조건을 닫힌 경우로 설정하였다. 두 경우 모두에서 주파수는 458 Hz로 동일하였다. 앞선 Figs. 7-9의 분석 방법을 Combustor B에 대하여도 동일하게 적용한 결과를 Figs. 11-13에 나타내었다. Fig. 12에서 나타나듯이 Combustor A 대비, 연소실 음향 모드의 노드점에서는 노즐의 음향장이 연소



(a) with nozzle (b) without nozzle

Fig. 10. Nozzle-combustor acoustic coupling (Combustor B, 1T0L mode).

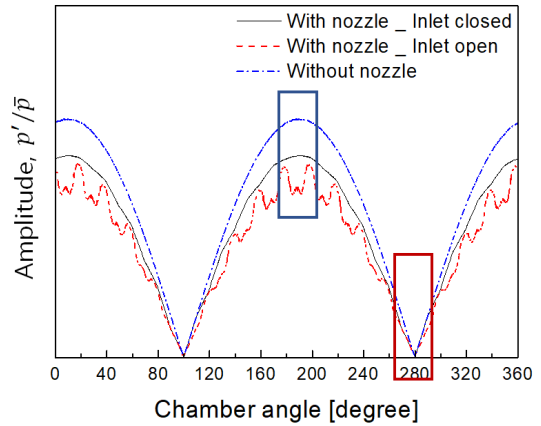


Fig. 11. Response of combustor tangential waves to nozzle longitudinal waves(Combustor B).

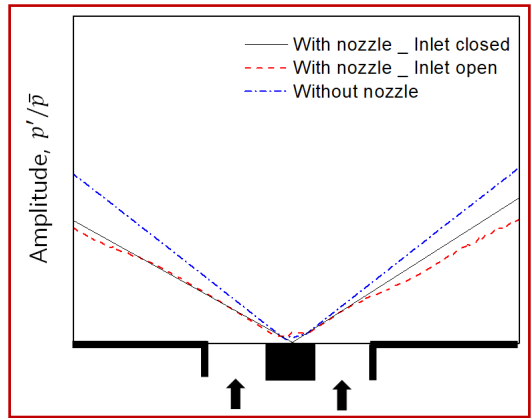


Fig. 12. Effects of nozzle acoustics on the mode shape of combustor tangential waves(at Pressure nodes of tangential waves, Combustor B).

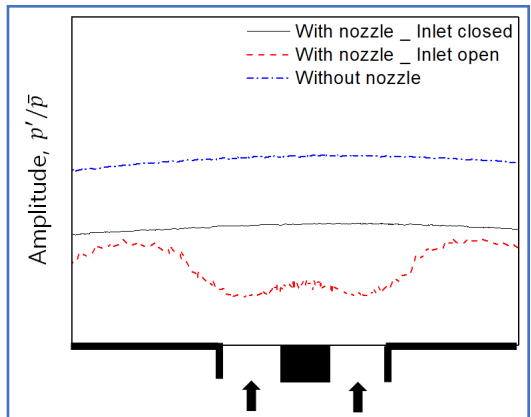


Fig. 13. Effects of nozzle acoustics on the mode shape of combustor tangential waves (at Pressure antinodes of tangential waves, Combustor B).

실에 미치는 영향은 크지 않은 것을 확인할 수 있다. Fig. 13 역시 Combustor A에서 발견된 기본 특성들이 동일하게 Combustor B에서도 나타난다. 즉, 연소실 면적에 대한 노즐의 단면적이 Combustor A와 비교할 때 훨씬 증가했음에도 불구하고, 닫힌 노즐 입구 조건에서는 연소실에 걸쳐서 존재하는 횡방향 모드의 압력 분포에 미치는 영향이 거의 나타나지 않고 “Quasi-1D” 가정의 음향장 해석이 가능하다. 반면에, 열린 노즐 입구 조건에서는 노즐의 음향장 영향이 큰 것으로 나타났다. 특히 안티노드점에서 열린 노즐의 입구 조건의 경우에 연소실 크기 대비 노즐의 직경이 증가하면서, 연소실에서의 압력 진폭의 변화가 노즐의 음향 특성에 의하여 더욱 크게 영향을 받는 것을 확인할 수 있다. 이러한 연구 결과로부터 실제 연소실에서 노즐 입구가 열린 조건에 가까울 경우, 환형 연소실에서 정확한 음향장 해석을 위해서는 종방향 또는 횡방향의 1D 해석만으로는 한계가 있고, 노즐에서의 종방향 음향장 및 환형 연소실에서의 횡방향 음향장을 함께 해석하는 3D 해석이 고려되어야 함을 의미한다.

### 5. 결론

본 연구에서는 환형 가스터빈 연소기에서 노즐 및 연소실 간의 음향 커플링 관계를 규명하기 위하여 3D FEM 기반의 헬름홀츠 솔버를 이용하여 음향장 해석을 실시하였다. 해석 결과 연소실의 횡방향 음향파의 노드점이 존재하는 곳에서는 압력 진폭이 매우 작은 관계로 노즐의 유무 및 노즐 음향 경계 조건 변화에 따른 연소실의 음향 모드 변화가 매우 작은 반면에, 연소실의 안티노드점이 존재하는 위치에서는 노즐 입구 경계 조건에 따라 압력 진폭의 분포가 크게 달라지는 것을 확인하였다. 또한 닫힌 노즐 입구 조건에서는 연소실의 노드와 안티노드 위치에 상관없이, 노즐의 음향장 영향을 거의 받지 않는 “Quasi-1D” 해석이 가능한 것으로 나타났고, 반면에 열린 노즐 입구 조건에서는 노즐의 음향파가 횡방향 모드가 지배하는 연소실의 압력 진폭 변화에 큰 영향을 미치게 된다. 이러한 현상은 연소실 크기 대비 노즐의 직경이 커질수록 두드러진다.

### 후 기

이 논문은 산업통상자원부 항공우주부품기술개발사업(과제번호: 10067074) 및 2015년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구 사업(NRF-2015 R1D1A1A01058410)의 지원을 받아 수행된 연구 결과임.

### References

- [1] T. Lieuwen, H. Torres, C. Johnson, B.T. Zinn, A Mechanism of Combustion Instability in Lean Premixed Gas Turbine Combustors, *J. Eng. Gas Turb. Power*, 123(1) (2001) 182-189.
- [2] F.E.C. Culick, A Note on Rayleigh's Criterion, *Combust. Sci. Technol.*, 56(4) (1987) 159-166.
- [3] J.W. Son, C.H. Shon, J.S. Yoon, Y.B. Yoon, Evaluation of Combustion Instability in a Model Gas Turbine Adopting Flame Transfer Function and Dynamic Mode Decomposition, *J. Korean Soc. Combust.*, 22(2) (2017) 1-8.
- [4] Y.J. Shin, S.T. Jeon, Y.M. Kim, Combustion Instability Analysis of LIMOUSINE Burner Using LES-Based Combustion Model and Helmholtz Equation, *J. Korean Soc. Combust.*, 22(3) (2017) 41-46.
- [5] J.J. Kim, J.S. Yoon, S.P. Joo, S.H. Kim, C.H. Shon, Y.B. Yoon, Combustion Instability Analysis of Partially Premixed Model Gas Turbine Combustor with 1D Lumped Method, *J. Korean Soc. Combust.*, 22(1) (2017) 39-45.
- [6] P. Wolf, R. Balakrishnam, G. Staffelbach, L. Gicquel, T. Poinsot, Using LES to Study Reacting Flows and Instabilities in Annular Combustion Chambers, *Flow Turbul. Combust.*, 88(1-2) (2012) 191-206.
- [7] Y. Danning, A Three-Dimensional Linear Acoustic Analysis of Gas-Turbine Combustion Instability, Ph.D. Thesis, The Pennsylvania State University, University Park, 2004.
- [8] S.K. Kim, D. Kim, D.J. Cha, Finite Element Analysis of Self-Excited Instabilities in a Lean Premixed Gas Turbine Combustor, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 120 (2018) 350-360.
- [9] J.M. Lim, D.S. Kim, 3D Acoustic Field Analysis in Annular Combustor System, *J. Korean Soc. Propuls. Eng.*, 21(6) (2017) 49-56.
- [10] J.N. Kim, M.G. Yoon, D.S. Kim, Combustion Stability Analysis Using Feedback Transfer Function, *J. Korean Soc. Combust.*, 21(3) (2016) 1-7.
- [11] J. Blimbaum, M. Zanchetta, V. Acharya, J. O'Connor, D.R. Noble, T. Lieuwen, Transverse to Longitudinal Acoustic Coupling Processes in Annular Combustion Chambers, *Int. J. Spray Combust.*, 4 (4) (2012) 275-298.
- [12] J.F. Bourgouin, D. Durox, J. Moeck, T. Schuller

- and S. Candel, Self-Sustained Instabilities in an Annular Combustor Coupled by Azimuthal Acoustic Models, The American Society of Mechanical Engineers TURBO EXPO, GT2013-95010, 2013, V01BT04A007.
- [13] J. O'Connor, V. Acharya, T. Lieuwen, Transverse Combustion Instabilities: Acoustic, Fluid Mechanic, and Flame Processes, *Prog. Energy Combust. Sci.*, 49 (2015) 1-39.
- [14] R. Lehoucq, D. Sorensen, ARPACK User's Guide: Solution of Large Scale Eigenvalue Problems with Implicitly restarted Arnoldi Methods, SIAM, Philadelphia, 1997. [www.caam.rice.edu/software/ARPACK](http://www.caam.rice.edu/software/ARPACK)
- [15] S.K. Kim, H.S. Choi, H.J. Kim, Y. Ko, C.H. Sohn, Finite Element Analysis for Acoustic Characteristics of Combustion Stabilization Devices, *Aerosp. Sci. Technol.*, 42 (2015) 229-240.
- [16] B. Jones, Gas Turbine Combustor Design and Development, Short Course on Gas Turbine Combustor, Cranfield University, Cranfield, 2013.