

# 3차원 비선형 조파문제 해석을 위한 수치해법 연구 A Study of Numerical Method for Analysis of the 3-Dimensional Nonlinear Wave-Making Problems

하영록\*† · 안남현\*\*

Y. R. Ha\*† and N. H. An\*\*

(접수일 : 2012년 03월 19일, 수정일 : 2012년 07월 02일, 채택확정 : 2012년 07월 17일)

**Key Words** : Free Surface Flow (자유표면 유동), High-Order Spectral/Boundary Element Method(고차 스펙트럴/경계요소법), Time Domain Analysis(시간영역 해석), Lift Body(양력물체)

**Abstract** : For free surface flow problem, a high-order spectral/boundary element method is adapted as an efficient numerical tool. This method is one of the most efficient numerical methods by which the nonlinear gravity waves can be simulated and hydrodynamic forces also can be calculated in time domain. In this method, the velocity potential is expressed as the sum of surface potential and body potential. Then, surface potential is solved by using the high-order spectral method and body potential is solved by using the high-order boundary element method. Using the combination of these two methods, the free surface flow problems of a submerged moving body are solved in time domain. In the present study, lifting surface theory is added to the former work to include effects of lift force. Therefore, a new formulation for the basic mathematical theory is introduced to contain the lift body in calculation.

## 1. 서 론

자유표면과 관련된 문제는 장시간의 수치계산이 수행되어야만 충분히 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있다고 알려져 있다.<sup>1)</sup> 따라서 이러한 문제들을 충분한 정확도를 가지고 수치적으로 해결하기 위해서는 자유표면에서의 넓은 계산영역과 장시간의 계산이 필요하게 된다. 자유표면 유동을 효율적으로 계산하기 위한 새로운 수치해법으로서 잠수체에 의한 조파현상을 시간영역에서 다룰 수 있는 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법(High-Order Spectral/Boundary Element Method)이 개발된 바 있다.<sup>2,3,4)</sup> 이 수치해법은 비선형 자유표면파는 파포텐셜(wave potential)로 나타내고, 물체에 의한 경계조건은 새롭게 도입한 물체포텐셜(body potential)을 구하여 만족시키는 방법이다. 이 때, 파포텐셜의 수치계산은 고차 스펙트럴

법을 이용하고, 물체포텐셜의 수치계산은 고차 경계요소법을 이용하여 3차원의 비선형 조파현상을 시간영역에서 다룰 수 있도록 개발된 수치해법이다. 이 방법은 자유표면 요소수를 N이라 할 때 그 계산량이  $N \log N$ 에 비례(N이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하므로 기존의 경계요소법, 유한요소법, 유한차분법 등 보다 매우 효율적인 수치해법이라 할 수 있다.<sup>4)</sup> 본 방법을 이용하여 구현하는 수치 파수조(numerical wave tank)는 수면하에서 운동하는 임의형상의 양력 및 비양력 물체에 의한 조파현상을 다룸으로써, 자유표면파의 비선형/비정상 생성 변형과정을 수치계산을 통해 자연현상 그대로 재현하는 것이 목적이다.

한편, 양력물체의 경우를 다룰 때 비점성, 비압축성 유체에 대한 포텐셜 유동문제의 기본 수학적 이론 및 수치계산에 있어서 Hess<sup>5)</sup> 이후로 다양한 방법

\*† 하영록(교신저자) : 거제대학교 조선해양공학과  
E-mail : yrha@koje.ac.kr, Tel : 055-680-1645  
\*\*안남현 : 거제대학교 조선해양공학과

\*† Y. R. Ha(corresponding author) : Department of Shipbuilding & Marine Engineering, GoJe College.  
E-mail : yrha@koje.ac.kr, Tel : 055-680-1645  
\*\*N. H. An : Department of Shipbuilding & Marine Engineering, GoJe College

들이 연구되어 왔다. 그러한 여러 해법들은 패널(panel)이 증가함에 따라 일반해로 수렴하는 수치해를 보여 주었으나, 실제 그들 사이에는 계산시간, 편의성, 해의 추정 정확도 및 신뢰성 등에서 많은 차이점들을 보여 왔다. 그 방법들은 크게 속도포텐셜장에 대한 정식화(potential field formulation)와 속도장에 대한 정식화(velocity field formulation)로 나뉘고, 물체표면과 wake 상에 분포되는 특이점들의 종류에 따라서 각각 다시 세분화된다. 본 연구에서 사용되는 방법은 물체표면경계를 용출점(source)과 법선 더블릿(normal doublet)을 분포시켜 나타내고 wake 영역은 법선 더블릿을 분포시켜 나타낸다. 이러한 방법은 수치계산에 있어서 다른 방법들과 비교하여 효율적이고 안정적이며, 임의의 물체형상에 적용이 용이하다고 Lee<sup>6)</sup>에 의하여 보여진 바가 있다.

최근 전산기 성능의 급속한 향상과 더불어 새로운 해석수단으로서 수치 파수조를 이용한 연구들이 많이 이루어져 왔다. 전산기로 구현하는 수치 파수조는 과중한 계산시간이 문제가 되며, 특히 임의의 운동을 하는 양력물체에 의한 수치적 조파현상 시뮬레이션은 수치 Kutta 조건의 구현과 양력표면 후방의 wake 영역을 계산에서 고려해야 하기 때문에 한층 더 계산의 효율성이 중요하다고 생각된다. 본 연구에서는 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법을 이용한 수치 파수조를 전산기로 구현하여 적용 가능한 여러 가지 문제들에 대한 유용성 및 효율성을 검토하고, 기존에 수행되어 온 연구에 기초하여 양력물체의 비선형 유동문제를 다룰 수 있도록 개선된 수학적 정식화 및 수치해법의 개요를 다룬다.

## 2. 문제의 정식화

자유표면을 갖는 무한 깊이의 유체내에서 물체가 초기 정지상태로부터 주어진 운동을 하는 경우를 대상으로 하며, 유체는 비점성, 비압축성이고 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면장력은 무시한다. 좌표계는 원점을 정수면에 두고,  $z$  축이 상방향인 오른손 직교 좌표계를 택한다.

위의 가정으로부터 속도포텐셜  $\Phi(x, z, t)$ 를 도입하면 유체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla_{\underline{x}}^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{in fluid region, } t \geq 0 \quad (1)$$

여기에서  $\underline{x} = (x, y)$ 는 수평면 내의 벡터를 표시하고,

$t$ 는 시간을 나타내며,  $\nabla_{\underline{x}} \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 이다.

자유표면  $z = \eta(\underline{x}, t)$ 에서의 속도포텐셜값을 표면포텐셜  $\phi^s(\underline{x}, t)$ 를 도입하여, 각 순간의 자유표면상에서 만족되어야 하는 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건을 나타내면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_{\underline{x}} \phi^s \cdot \nabla_{\underline{x}} \eta - (1 + \nabla_{\underline{x}} \eta \cdot \nabla_{\underline{x}} \eta) \cdot \Phi_z(\underline{x}, \eta, t) &= 0, \\ \frac{\partial \phi^s}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \nabla_{\underline{x}} \phi^s \cdot \nabla_{\underline{x}} \phi^s - \frac{1}{2} (1 + \nabla_{\underline{x}} \eta \cdot \nabla_{\underline{x}} \eta) \Phi_z^2(\underline{x}, \eta, t) &= 0, \\ \text{on } z = \eta(\underline{x}, t), t \geq 0 & \quad (2) \end{aligned}$$

여기에서  $\phi^s(\underline{x}, t)$ 는 자유표면에서의 속도포텐셜값  $\Phi(\underline{x}, \eta(\underline{x}, t), t)$ 이고,  $g$ 는 중력 가속도이다.

양력물체 후방으로 생성되는 후류 보오텍스면(wake vortex sheet)에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{D(\Delta\Phi)}{Dt} = \frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial t} + \underline{V}_m \cdot (\Delta\Phi) &= 0, \\ \text{on the freely moving wake surface, } t \geq 0, & \quad (3) \end{aligned}$$

여기에서  $\Delta\Phi$ 는 무한히 얇은 후류면에서 윗면 포텐셜  $\Phi^+$ 와 아래면 포텐셜  $\Phi^-$ 의 차에 의한 포텐셜 도약이며,  $\underline{V}_m$ 은 후류면 각 위치에서의 평균유속이다.

각 순간 물체표면상에서 만족되어야 하는 경계조건은

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \underline{V}(t) \cdot \underline{n} \quad \text{on the body surface, } t \geq 0 \quad (4)$$

이며, 이 때  $\underline{n}$ 는 유체 밖으로 향한 단위법선 벡터이고,  $\underline{V}(t)$ 는 물체의 속도벡터이다.

포텐셜 유동에 있어서 물체에 작용하는 양력현상을 설명하기 위해서는 trailing edge에서의 유속이 유한하다는 Kutta 조건이 도입된다. 이는 wake 표면에서 압력이 연속임을 의미하며, 양력을 발생시키는 물체 주위의 순환을 얻기 위해 wake 표면에서의 포텐셜 차를 필요로 한다. 따라서 양력물체 후방에서의 Kutta 조건은 다음의 Morino Kutta 조건<sup>7)</sup>을 적용하였으며,

$$\begin{aligned} (\Delta\Phi)_{wake} = (\Phi^u - \Phi^l)_{body}, \text{ at the trailing edge,} \\ t \geq 0, \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서  $u$ 와  $l$ 은 각각 날개의 윗면과 아랫면을 나타낸다.

무한원방 경계조건은 다음과 같고,

$$\begin{aligned} \nabla\Phi \rightarrow 0 \\ \Phi < \infty \end{aligned} \quad \text{as } R \rightarrow \infty, t \geq 0 \quad (6)$$

여기에서,  $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$  이다.

정수면에서의 초기조건은 다음과 같다.

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad \text{on } z = 0, \quad t = 0 \quad (7)$$

### 3. 수치해법

#### 3.1 고차 스펙트럴/경계요소법

시간진행에 따른 수면변위  $\eta$  와 표면포텐셜  $\phi^s$  의 변화는 자유표면 경계조건식 (2)를 시간에 따라 적분하여 얻을 수 있다. 또한, 후류 보오텍스면(뒷날 제외)의 위치와 포텐셜 도약( $\Delta\Phi$ )은 시간의 진행에 따라서 식(3)의 조건으로부터 계산된다. 따라서 각 순간에서 풀어야 하는 공간상의 경계치 문제는  $z = \eta$  에서 Dirichlet 경계조건으로서  $\phi^s$  가 주어지고 후류면(뒷날 제외)에서 포텐셜 도약이 주어졌을 때, 식 (1)의 Laplace 방정식과 식 (4), (5), (6)의 경계조건들을 만족하는 속도포텐셜  $\Phi(\underline{x}, z, t)$  를 구하는 문제가 된다.

속도포텐셜  $\Phi$  를 파 기울기(wave steepness) 정도의 차수를 가지는  $\phi^{(m)}$  으로  $M$ 항까지의 급수로 표현하면 다음과 같다.

$$\Phi(\underline{x}, z, t) = \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}(\underline{x}, z, t) \quad (8)$$

여기서,  $\phi^{(m)}$  은  $z=0$ 에서 다음의 경계조건을 만족하여야 한다.

$$\phi^{(m)}(\underline{x}, 0, t) = \begin{cases} \phi^s(\underline{x}, t), & m=1. \\ -\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[ \frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m-k)} \right]_{z=0}, & M \geq m \geq 2 \end{cases} \quad (9)$$

임의의 물체운동을 포함하는 해를 구하기 위해서  $\phi^{(m)}$  을 다음과 같이  $\phi_w^{(m)}$  과  $\phi_b^{(m)}$  의 합으로 나타낸다.

$$\phi^{(m)} = \phi_w^{(m)} + \phi_b^{(m)} \quad (10)$$

이 때,  $\phi_b^{(m)}$  은 식 (1)의 Laplace 방정식과 식 (6)의 무한원방 경계조건 외에 다음의 경계조건들을 만족하는 포텐셜로 한다.

$$\phi_b^{(m)} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (11)$$

$$\nabla \phi_b^{(m)} \cdot \underline{n} = \begin{cases} \underline{V}(t) \cdot \underline{n} - \nabla \phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & m=1 \\ -\nabla \phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & M \geq m \geq 2 \end{cases}, \quad \text{on the body surface} \quad (12)$$

$$\Delta \phi_b^{(m)} = \begin{cases} \Delta \Phi, & m=1. \\ 0, & M \geq m \geq 2, \text{ on the wake surface except the trailing edge.} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} (\Delta \phi_b^{(m)})_{wake} &= [(\phi_b^{(m)})^u - (\phi_b^{(m)})^l]_{body} \\ &, M \geq m \geq 1, \text{ at the trailing edge} \end{aligned} \quad (14)$$

$\phi_b^{(m)}$  은 식 (11)의 조건 때문에  $z=0$ 에서  $\phi^{(m)}$  값에 기여하지 못하므로,  $\phi^{(m)}$  이 식 (9)의 경계조건을 만족하기 위해서는  $\phi_w^{(m)}$  은  $z=0$  에서 다음의 경계조건을 만족하여야 하며,

$$\begin{aligned} \phi_w^{(m)}(\underline{x}, 0, t) &= \begin{cases} \phi^s(\underline{x}, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[ \frac{\partial^k}{\partial z^k} (\phi_w^{(m-k)} + \phi_b^{(m-k)}) \right]_{z=0}, & M \geq m \geq 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

이외에 식 (1)의 Laplace 방정식과 식 (6)의 무한원방 경계조건을 만족하여야 한다. 이  $\phi_w^{(m)}$  은 날개와 후류면을 포함하는 모든 영역에서 연속적이므로 식 (13)과 식 (14)의 포텐셜 도약에는 영향을 주지 않는다.

각 경계치문제에서  $\phi_b^{(m)}$  과  $\phi_w^{(m)}$  의 계산 순서는 다음과 같다. 1) 계산되어 있는  $\phi^s$  로부터  $\phi_w^{(1)}$  을 계산한다. 2)  $\phi_w^{(1)}$  과 알고 있는 후류면에서의  $\Delta\Phi$ , 주어진  $\underline{V}(t)$  로부터  $\phi_b^{(1)}$  을 계산한다. 3)  $\phi_w^{(1)}$  과  $\phi_b^{(1)}$ , 그리고 계산되어 있는  $\eta$  로부터  $\phi_w^{(2)}$  를 계산한다. 4)  $\phi_w^{(2)}$  로부터  $\phi_b^{(2)}$  를 계산한다. 5) 과정 3)과 4)를 차수  $m$  을 하나씩 증가시켜 가며 정해진 차수  $M$  까지 반복 수행한다.

각 경계치 문제의 해로  $\phi_w^{(m)}$  과  $\phi_b^{(m)}$  이 구해지면 이들의 합으로  $m$  차 포텐셜  $\phi^{(m)}$  이 식 (10)에 의해 얻어지고, 전체 포텐셜  $\Phi$  는  $\phi^{(m)}$  의 급수로 식 (8)에 의해 얻어진다. 이렇게 얻어지는 속도포텐셜  $\Phi$  는 식 (8)의 급수가 유효한 범위내에서 자유표면에 주어진 Dirichlet 경계조건과 후류면에 주어진 포텐셜 도약 및 식 (1), (4), (5), (6)으로 이루어진 각 순간의 경계치 문제의 해가 된다. 물체 포텐셜  $\phi_b^{(m)}$  의 수치계산은 Green 정리에 기초한 경계적분법을 이용한다.

고차 스펙트럴/경계요소법은 이상의  $\phi_w^{(m)}$  과  $\phi_b^{(m)}$  에 대한 공간상의 경계치 문제들을 각각 고차 스펙트럴법과 고차 경계요소법에 의해 풀고,  $\eta$  와  $\phi^s$  의 시간에 따른 변화는 식 (3)을 적절한 시간적분법에 의해 수치 적분함으로써 시간영역에서의 해를 순차적으로

계산해 나가는 방법이다. 이 때, 시간적분법으로는 4차 Runge-Kutta 적분법을 사용하였다.

### 3.2 Morino's Kutta Condition

패널법에 기초한 포텐셜장 정식화 문제에 대한 Kutta 조건은 Morino에 의하여 처음으로 제안되었는데, 이것은 wake에서 더블릿 쉬트(doublet sheet)의 세기는 trailing edge에 인접한 두 패널들의 더블릿 세기의 차이와 같다는 수치 Kutta 조건(numerical Kutta condition)이다. 한편, span 방향으로의 횡유동(cross flow)효과가 중요시 되지 않을 경우에는 다음과 같은 2차원 형태의 보정된 Morino Kutta 조건으로 표현된다.

$$(\Delta\Phi)_{wake} = (\Phi^u - \Phi^l)_{body} = (\Phi^u - \Phi^l + \vec{U} \cdot \vec{r}_{TE})_{body} \quad (16)$$

여기에서  $u$ 와  $l$ 은 각각 wake의 위와 아래 방향을 의미하고,  $\vec{U}$ 는  $-\vec{V}$ 이며,  $\vec{r}_{TE}$ 는 trailing edge에 인접한 패널에서 위와 아래 패널의 두 control point를 잇는 벡터이다.

수치계산에 있어서 Morino Kutta 조건에 대한 보정값  $\vec{U} \cdot \vec{r}_{TE}$ 는 정확히 trailing edge에서 Kutta 조건을 적용시키지 않고, 그 인접한 윗면 및 아랫면 두 패널의 control point에 적용시키는데서 기인하는 보정값으로서, 얇은 날개 단면에서의 계산 결과에는 별다른 영향을 미치지 않는다고 알려져 있다.<sup>6,8)</sup>

### 3.3 수치 압력 Kutta 조건

3차원 날개의 경우는 tip 근방영역에서 횡유동효과가 심한데, 이 때 보정된 Morino Kutta 조건에 의한 계산결과는 trailing edge에서 non-zero loading을 초래하며 tip 쪽으로 갈수록 커져서 그 영역에서 계산된 속도는 같은 크기를 갖지 않는다. 따라서 zero loading을 부과하는 다음과 같은 형태의 Kutta 조건이 요구된다.

$$(\Delta p_l)_{on S_w} = p_l^+ - p_l^- = 0, \quad l = 1, N_w \quad (17)$$

이는 trailing edge에서 위와 아래 패널의 압력이 같아야 됴음을 의미하고, 이 때 wake 표면에서 포텐셜차는 다음과 같은 비선형 형태의 식으로 표현된다.<sup>6)</sup>

$$(\Delta\phi)_{wake} = \phi_{TE}^u - \phi_{TE}^l + \vec{U} \cdot \vec{r}_{TE} + K(\Delta C_p)_{TE} \quad (18)$$

여기서  $(\Delta C_p)_{TE}$ 는 trailing edge에서 윗면과 아랫면 패널의 압력차이고,  $K$ 는 zero loading 조건을 부여하

기 위한 파라메타이다. 수치계산에서 식 (17)이 바로 만족되기 어려우므로, 식 (18)을 다음과 같이 반복기법(iteration method)으로 풀어서 식(17)을 만족시키 나간다.

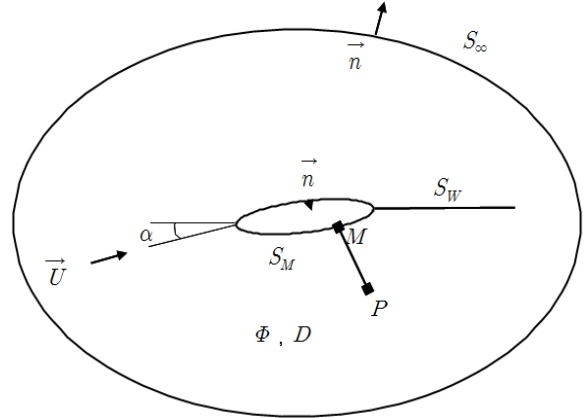


Fig. 1 Notation for a lifting body for the application of Green's theorem

$$(\Delta\phi)_l^{(r)} = (\phi_l^N - \phi_l^1)^{(r)} + (\vec{U} \cdot \vec{r}_{TE})_l^{(r)} + K(\Delta C_p)_l^{(r-1)} \quad (19)$$

여기서  $\phi_l^N$ 와  $\phi_l^1$ 은 trailing edge에서의 각각 위와 아래 패널들의 포텐셜값이고, 식 (19)는  $l$ 번째 더블릿 wake strip에서의 포텐셜차를 나타낸다.

이상의 과정을 고려하여, Green 정리를 적용한 적분방정식을 이산화하면 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \psi_i^{(r)} + \sum_{j=1}^{N_E} \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Delta S_j} \psi_j^{(r)} \frac{\partial G}{\partial n} ds \\ + \sum_{l=1}^{N_w} \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Delta S_l} (\psi_l^N - \psi_l^1)^{(r)} \frac{\partial G}{\partial n} ds \\ = \sum_{j=1}^{N_E} \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Delta S_j} \psi_{nj} G ds \\ - \sum_{l=1}^{N_w} \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Delta S_l} [(\vec{U} \cdot \vec{r}_{TE})_l^{(r)} + K(\Delta C_p)_l^{(r-1)}] \frac{\partial G}{\partial n} ds \end{aligned} \quad i = 1, N_E \quad (20)$$

반복 수치계산 과정에서  $\Delta C_p$  값은 바로 직전 계산으로부터 얻어지고,  $K$ 값은 Newton-Raphson 방법에 의하여 결정한다. 그리고 영향계수 행렬은 계산과정 중에 변화가 없고,  $(\Delta\psi)_l^{(0)}$ 는  $K$ 값을 영으로 두어 얻어진다. 한편, span 방향으로 trailing edge 패널들 사이의 속도차이는 trailing vorticity의 크기와 관련되는데, 이 때 wake 면의 계산은 Kim<sup>8)</sup>의 계산방법에 따른다.

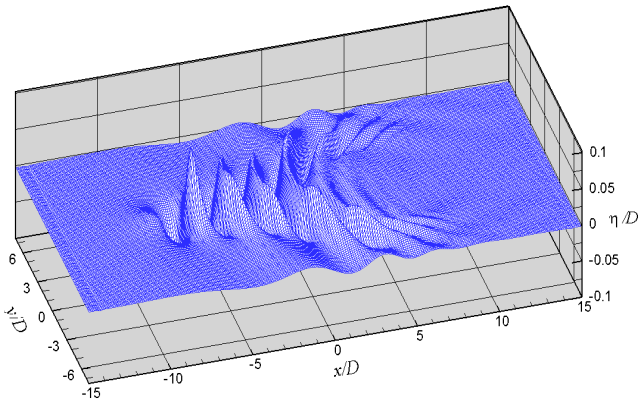
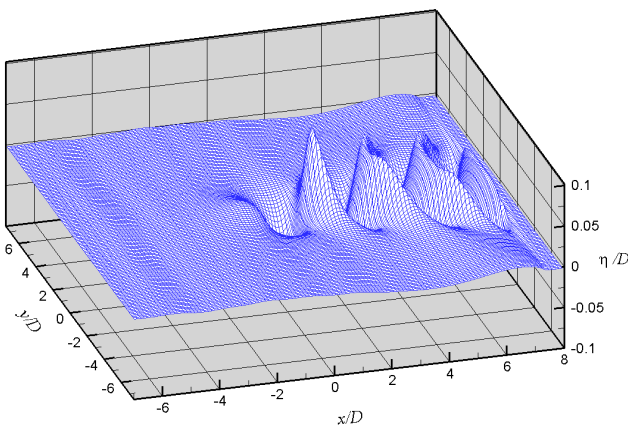
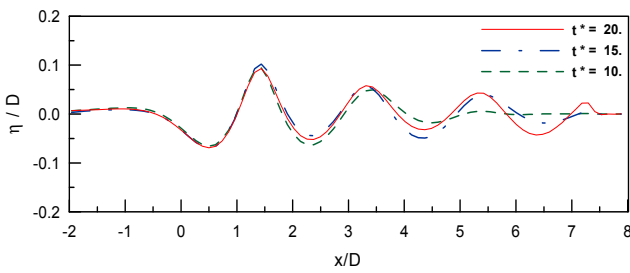


Fig. 2 Free-surface waves calculated in space-fixed coordinate



(a) Free-surface waves



(b) Wave profiles on the center line  $y=0$

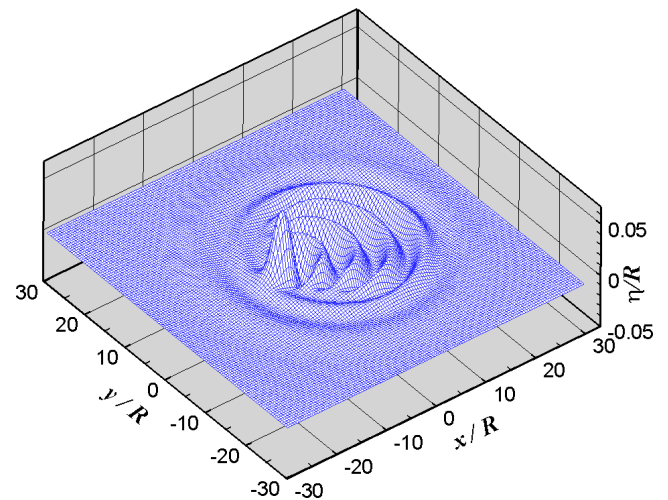
Fig. 3 Free-surface waves and wave profiles calculated in body-fixed coordinate

#### 4. 수치계산 결과 및 고찰

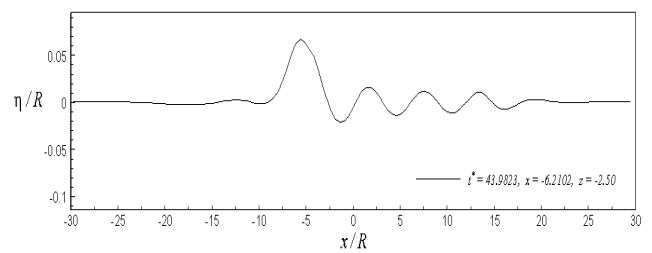
자유수면 아래에서 잠수된 직경  $D(=2R)$ 인 구 (sphere)가 임의의 주어진 운동을 하는 경우에 대한 3차원 비선형 조파현상을 다루었다. 계산에서 이용된 구 표면의 요소수는 32개, 절점수는 82개이다.

Fig. 2와 Fig. 3에는 잠수깊이  $h=1.2D$ 에서  $-U$ (음의  $x$ 방향)로 전진하는 구에 의해 발생된 파형을 보

인다. 이 때,  $t^*$ 은  $D/U$ 로 무차원화된 시간을 나타내며, 무차원 Froude 수  $F_n = U/\sqrt{gD} = 0.5774$ 이다. Fig. 2는 공간고정 좌표계에서 계산되었으며, 자유표면 계산영역은  $30D \times 15D$ 이다. 계산시 비선형 파라미터  $M=3$ 이고, 시간증분  $\Delta t^* = 1/20$ 이었고,  $t^* = 20$ 일 때의 파형이므로 총 400 시간스텝을 계산한 결과이다. 구의 위치는 출발시  $x/D = 11.5$ ,  $t^* = 20$ 일 때  $x/D = -8$ 인  $x$ 축 아래에 있다. Fig. 3(a)와 3(b)에는 물체고정 이동 좌표계에서 계산한 파형들이 보여지고 있다. 이 때, 구의 위치는 좌표계 원점 아래이다. 자유표면 계산영역은  $15D \times 15D$ 이며 요소수는  $128 \times 128 = 16,384$ 개이다. 비선형 파라미터  $M=5$ 이고, 시간증분  $\Delta t^* = 1/30$ 이며  $t^* = 20$ 까지 총 600스텝을 계산하였다.



(a) Free-surface waves



(b) Wave profiles on the center line  $y=0$

Fig. 4 Free-surface waves generated by a submerged sphere with translating and heaving motion; Nonlinear case( $h/R=3.0$ ,  $a/R=0.5$ ,  $L/R=W/R=55$ ,  $P=Q=128$ ,  $\Delta t^*=1/30$ ,  $M=5$ ,  $\nu=1.0$ )

Fig. 4에는 자유수면 아래에서 구가 반경  $R$ 로 무차원화된  $F_n = U/\sqrt{gR} = 0.25$ 의 균일속도로 전진하며 상하동요하는 경우에 대한 발생파를 보인다. 잠수된 구가 평균 잠수깊이  $h$ 에서 초기 정지상태로부터 동

요진폭  $a$ , 동요원주파수  $\omega$ 로 다음과 같이 상하 방향의 단순 조화운동을 하며 전진하는 문제의 한 예다.

$$z = -h + a \cos(\omega t), t \geq 0 \quad (21)$$

본 계산에서  $K$ 는 동요파수(wave number,  $\omega^2/g$ )이며,  $t^*$ 는 시간  $t$ 에  $\omega$ 를 곱한 무차원 시간을 나타낸다. 이 때, 무차원 파수  $KR = 2.0$ 이다.

한편, 본 방법은 잠수체의 임의 운동에 의한 조파 문제에 매우 효율적으로 적용될 수 있으며, 그 계산 예로서 Fig. 5에는 구가 수면아래  $1.0D$ 에서 원점을 중심으로 반경  $2D$ 의 원궤적 운동을 수평으로 할 때의 발생파형이 보여 지고 있다. 이 경우도 효율적인 계산을 위해 물체고정 이동 좌표계에서 계산을 수행하였다.

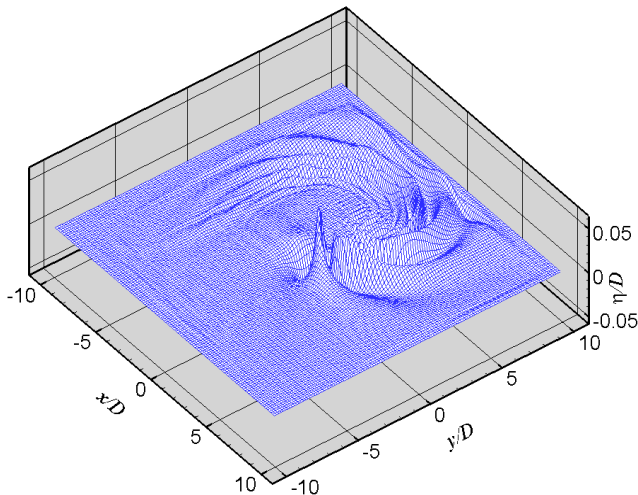


Fig. 5 Free-surface waves generated by a submerged sphere which is translating along a circular horizontal orbit(Calculated in the body-fixed moving coordinate)

## 5. 요약

본 연구에서는 자유표면 유동문제를 효율적으로 계산하기 위한 방법으로, 수치 파수조를 구현하여 잠수체에 의한 조파현상을 시간영역에서 다룰 수 있는 수치해법에 대하여 소개하였다. 그리고 이를 이용하여 수행된 연구내용들을 검토하고 양력물체의 경우를 포함하기 위하여 개선된 수학적 정식화 및 수치해법의 개요를 다루었다.

임의의 운동을 하는 양력물체에 의한 조파현상을 전산기로 구현하는 수치 파수조는 과중한 계산시간

이 문제가 되는데, 이는 수치 Kutta 조건의 구현과 양력표면 후방의 wake 영역을 계산에서 고려해야 하기 때문이다. 따라서 한층 더 수치계산의 효율성이 중요하다고 판단되므로, 본 연구에서 소개된 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법(High-Order Spectral /Boundary Element Method)<sup>2,3,4</sup>은 자유표면 요소수를  $N$ 이라 할 때 그 계산량이  $N \log N$ 에 비례( $N$ 이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하므로 기존의 방법들 보다 매우 효율적인 수치해법이라 할 수 있다. 향후, 본 연구의 타당성 검증에 위한 수치코드의 개선과 여러 가지 수치계산결과 비교 등의 노력이 더 필요하다고 생각된다.

## 참고 문헌

1. Fructus, D., Clamond, D., Grue, J., Kristiansen, Ø., 2005, "An Efficient Model for Three-Dimensional Surface Wave Simulations. Part I: Free Space Problems", Journal of Computational Physics, pp. 1-10.
2. Kim, Y. J., Ha, Y. R. and Hong, S. Y., 2003, "Numerical Calculation of the Free-Surface Flows around a Submerged Body", the Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 40, No. 2, pp. 11-20.
3. Ha, Y. R., Bae, S. Y., 2010, "Time Domain Analysis of Nonlinear Wave-Making Problems by a Submerged Sphere Oscillating with Forward Speed", the Journal of the Korean Society of Power System Engineering, Vol. 14, No. 6, pp. 75-82.
4. Ha, Y. R., Kim, Y. J., 2011, "A Study of Numerical Wave Tank for 3-Dimensional Free Surface Wave Simulation", the Journal of the Korean Society of Power System Engineering, Vol. 15, No. 6, pp. 27-34.
5. J. L. Hess, 1972, "Calculation of Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Lifting Bodies", Technical Report, McDonnell Douglas, Oct.
6. Lee, J. T., 1987, "A Potential Based Panel Method for the Analysis of Marine Propellers in Steady Flow", Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, USA.

7. L. Morino and C. C. Kuo, 1974, "Subsonic Potential Aerodynamic for Complex Configurations: a General Theory", AIAA J., 12(2), pp. 191-197, Feb.
8. Kim, B. K., 1992, "Numerical Analysis of Lifting Potential Flow around a Three-Dimensional Body moving beneath the Free Surface", the Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 2, No. 3, pp. 21-32.