

모멘텀을 이용한 로봇 동역학 파라미터 식별

Dynamic Parameters Identification of Robotic Manipulator using Momentum

최 영 진¹

Choi Youngjin¹

Abstract The paper presents a momentum-based regressor by using Hamiltonian dynamics representation for robotic manipulator. It has an advantage in that the proposed regressor does not require the acceleration measurement for the identification of dynamic parameters. Also, the identification algorithm is newly suggested by solving a minimization problem with constraint. The developed algorithm is easy to implement in real-time. Finally, the effectiveness of the proposed momentum-based regressor and identification method is shown through numerical simulations.

Keywords: regressor, momentum, identification, manipulator

1. 서론

로봇의 정밀한 제어를 위해서는 로봇 동역학식 뿐만 아니라 실제 링크관성, 링크질량, 마찰계수 등과 같은 로봇의 동역학 파라미터에 대한 정확한 지식이 요구된다. 이를 위해서 로봇 기계설계 단계에서 부터 동역학 파라미터들에 대한 고려를 사전에 수행한다고 가정하여도 가변성이 많은 마찰계수 등을 알기 위해서는 적절한 식별 알고리즘이 사용되어야 한다. 선형 및 비선형시스템에 대한 많은 식별 알고리즘들이 참고문헌 [1]에 제시되어 있다. 로봇 동역학 파라미터의 식별방법에 대한 연구는 오랫동안 연구되어온 주제로 이미 관련 논문들이 많이 발표되어 로봇관련 교재에서도 제시되고 있을 정도로 깊은 연구가 이루어졌다²⁾. 본 논문에서는 아주 간단한 아이디어를 활용하여 전통적인 리그레서(regressor)에서 요구되는 가속도 정보나 목표궤적 정도 등을 이용하지 않으면서 동시에 동역학 파라미터들을 빠르게 식별할 수 있는 방법을 제안하고자 한다. 가속도 정보를 활용하지 않으면서 리그레서를 구성하는 기존의 방법은

주로 목표궤적을 활용하여 실제 가속도 정보를 리그레서에서 제외시키는데, 이는 로봇 매니퓰레이터의 위치기반 적응제어를 이용할 때 주로 활용되고 있다²⁾. 본 논문에서는 단순히 동역학 파라미터 식별을 주제로 삼고 있어서 목표궤적 및 적응제어의 개념을 이용하지 않아서 기존의 방법과 구별된다.

새로운 리그레서를 제시하기 위하여 먼저 로봇 동역학을 살펴보고자 한다. 로봇 동역학식을 얻는 방법은 세 가지 정도로 구분할 수 있으며 각각의 특성은 다음과 같다. 첫째 라그랑주 운동방정식 (Lagrange equation of motion)은 체계적이며 이해하기 쉽지만, 3자유도 이상의 다자유도 로봇에 적용하여 해석적인 방법으로 운동방정식을 얻기에는 계산량이 많아 어려움이 따른다. 하지만 운동방정식을 기술함에 있어서 좌표계의 선택으로 부터 영향을 받지않아서 좌표계 선택이 자유롭다. 둘째 뉴턴-오일러 운동방정식 (Newton-Euler equation of motion)은 계산량 관점에서 효율적이어서 다자유도 로봇시스템에 적용하여 사용하기 쉽지만, 해석적인 운동방정식을 얻는 것을 목표로 하기 보다는 순환적인 알고리즘을 통해 로봇의 거동을 이해하는 수치적인 운동방정식을 얻을 때 주로 사용된다. 셋째 해밀토니안 운동방정식 (Hamiltonian equation of motion)은 라그랑주 운동방정식의 쌍형태(dual form)로 얻어지며, 둘 사이의 일정한 르장드르 (Legendre)

Received : May 19, 2012; Reviewed : Jul. 13, 2012; Accepted : Aug. 17, 2012
※ 본 연구는 지식경제부의 전라기술인력양성사업, 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 로봇자율주행기술연구센터 지원사업(NIPA-2012-H1502-12-1002)의 연구결과로 수행되었음.

¹ Hanyang University, ERICA Campus, Electronic Systems Engineering

변환관계가 항상 성립한다. 또한 해밀토니안 운동방정식은 상태방정식 형태로 얻어지는 장점이 있다³⁾. 본 논문에서는 해밀토니안 운동방정식을 활용하여 리그레서를 제시한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장은 본 논문이 다루고자 하는 문제를 정의한다. 3장은 모멘텀 벡터를 도입하여 새로운 형태의 리그레서를 정의한다. 정의되는 새로운 형태의 리그레서는 가속도 정보나 목표궤적 정보 등을 요구하지 않는 장점이 있다. 4장은 식별하고자 하는 동역학 파라미터들은 변하지 않는 상수라는 특성을 이용한 국소 최적화(local minimization)를 수행하여 식별 알고리즘을 제시한다. 5장에서는 모의실험을 수행하여 제안된 방법들이 유효한 방법임을 입증하고, 6장에서 본 논문을 정리한다.

2. 라그랑주 리그레서

로봇 동역학식을 얻기위해 뉴턴-오일러 운동방정식을 활용하던 라그랑주 운동방정식을 활용하던, 해밀토니안 운동방정식을 활용하지 않는 이상, 우리가 얻을 수 있는 로봇 동역학식은 다음과 같이 잘 알려진 형태로 기술할 수 있다.

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \tau_g(q) + \tau_f(q, \dot{q}) + J^T(q)f_{ext} \quad (1)$$

여기서 각 성분은 다음과 같이 정의된다.

$M(q)$ 은 관성행렬,

$C(q, \dot{q})$ 는 코리올리 및 구심력 행렬,

$\tau_g(q)$ 는 중력벡터,

$\tau_f(q, \dot{q})$ 는 마찰력벡터,

$J(q)$ 는 매니퓰레이터 자코비안,

f_{ext} 는 매니퓰레이터 끝단에 인가되는 외력벡터,

τ 는 토크입력벡터,

q, \dot{q}, \ddot{q} 는 관절 위치벡터/속도벡터/가속도벡터.

동역학 파라미터 식별을 위한 동역학식의 가장 자연스러운 변환은 식 (1)과 같이 주어지는 비선형 동역학식에서 변하지 않는 성분들을 동역학 파라미터 벡터로 따로 정의하고 이를 분리하여 동역학식을 새로이 작성하는 것이다. 그러면 식 (1)은 동역학 파라미터 벡터입장에

서는 선형적으로 다음과 같이 기술된다^{2,4,5)}.

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta + J^T(q)f_{ext} \quad (2)$$

여기서 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 은 관절위치, 속도, 가속도의 비선형 함수로 구성되는 전통적인 리그레서 행렬, θ 는 링크관성, 링크질량, 무게중심까지의 위치, 마찰계수 등으로 구성되는 동역학 파라미터 벡터를 의미한다. 본 논문에서는 식 (2)로 주어지는 전통적인 리그레서를 라그랑주 운동방정식에 기반을 두고 있다는 의미로 라그랑주 리그레서로 부른다. 라그랑주 리그레서를 구성하는 일반적인 방법은 참고문헌 [4]에 자세히 제시되어 있다.

관절토크 입력, 관절위치, 관절속도, 관절가속도 및 외력 정보를 모두 매 순간 측정할 수 있다면 우리는 식 (2)를 이용하여 동역학 파라미터 벡터를 추정(estimation)할 수 있다. 그러나 일반적으로 로봇 매니퓰레이터는 관절 가속도 정보를 측정할 센서를 부착하지 않으며, 부착한다고 하더라도 가속도 센서의 유효측정 주파수폭과 노이즈에 대한 민감도가 위치센서와 다르기 때문에 이에 대한 고려없이 가속도 센서를 위치센서와 함께 사용하는 것이 더 많은 정보를 제공해 준다고 항상 보장해 줄 수 있는 것은 아니다. 그래서 과거의 라그랑주 리그레서를 이용한 실험결과를 보면 측정된 관절속도에 수치미분을 적용하여 관절가속도를 추정하여 사용하는 예제가 많으며, 대부분 만족스러운 결과를 제시해 주지는 못하고 있다. 다시 말해서 식 (2)로 주어지는 라그랑주 리그레서를 이용한 동역학 파라미터 식별 방법은 동역학 파라미터 벡터의 전역 수렴성(global convergence)를 보장하지 못한다²⁾. 위의 문제에 대한 대안으로 가속도 신호 자체를 요구하지 않는 새로운 형태의 리그레서를 다음 장에서 제시하고자 한다.

3. 모멘텀 기반 리그레서

모멘텀 벡터는 관성행렬을 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$p = M(q)\dot{q} \quad (3)$$

여기서 p 는 모멘텀 벡터를 의미하며, 관성행렬이 양의 한정이고, 대칭행렬이기 때문에 식 (3)과 같은 변환 및

그의 역변환은 항상 존재한다. 또한 관성행렬과 코리올리 및 구심력행렬 사이에는 다음과 같은 관계가 항상 성립한다는 것이 널리 알려져 있다^[25].

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C^T(q, \dot{q}) \quad (4)$$

위의 식의 만족여부는 관성행렬에 텐서의 개념을 도입하여 정리하면 자연스럽게 찾을 수 있는 중요한 특성 중 하나이며, [2,5]와 같이 로봇 교과서로 많이 이용되는 문헌들에서 증명을 쉽게 찾을 수 있다. 위의 식 (4)는 관성행렬의 시간 미분이 코리올리 및 구심력 행렬의 even part의 2배와 같다는 것으로 해석될 수 있다.

위의 식 (3)에 시간에 대한 미분을 수행한 후에 식 (1)과 식 (4)를 이용하여 정리하면 우리는 다음의 변형된 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{p} = C^T(q, \dot{q})\dot{q} - \tau_g(q) - \tau_f(q, \dot{q}) - J^T(q)f_{ext} + \tau \quad (5)$$

사실, 위의 식은 르장드르 변환을 통해서 얻어질 수 있는 해밀토니안 운동방정식이다. 이제 본 논문의 작성 동기가 된 부분을 설명하고자 한다. 먼저 위의 식 (5)는 직접적으로 가속도의 측정을 요구하지 않는다. 여기서 동역학 파라미터 벡터를 확장하기 위하여 하나의 가정을 추가하고자 한다. 만약에 로봇 매니플레이터가 끝단에 일정한 무게의 물체를 들고 있다고 가정하면, 외력 벡터는 전역 좌표계(global coordinate)에서 중력방향의 상수값이 되므로, 동역학 파라미터 벡터에 로봇이 들고 있는 물체의 무게를 포함하여 정의한다면 위의 식 (5)를 다음과 같은 1-부분 리그레서로 정의할 수 있다.

$$\dot{p} = W_1(q, \dot{q})\theta + \tau \quad (6)$$

여기서

$$W_1(q, \dot{q})\theta = C^T(q, \dot{q})\dot{q} - \tau_g(q) - \tau_f(q, \dot{q}) - J^T(q)f_{ext} \quad (7)$$

또한 모멘텀 변환 식 (3)은 동역학 파라미터 벡터를 이용하여 2-부분 리그레서로 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$p = W_2(q, \dot{q})\theta \quad (8)$$

이제 식 (6)의 1-부분 리그레서와 식 (8)의 2-부분 리그레서를 통합하여 모멘텀기반의 새로운 리그레서를 정의할 수 있다.

$$\therefore u(T) = Y_H(q, \dot{q}, T)\theta, \quad (9)$$

여기서 로봇 매니플레이터는 0초에서 구동을 시작하여 T초까지 구동이 이루어졌다고 가정하였으며, 식 (9)의 구성요소는 다음과 같이 정의된다.

$$u(T) = \int_0^T \tau dt \quad (10)$$

$$Y_H(q, \dot{q}, T) = W_2(q, \dot{q}) - \int_0^T W_1(q, \dot{q}) dt.$$

위에서 새롭게 제시된 모멘텀 기반의 리그레서인 식 (10)을 사용하여 동역학 파라미터 벡터에 대한 식별을 수행할 때는 관절가속도 정보를 요구하지 않는다는 것을 알 수 있다. 사실, 새롭게 제시된 리그레서는 관절가속도 정보를 요구하지 않는 대신 토크입력 및 1-부분 리그레서에 대한 적분을 요구한다. 미분연산을 사용하는 것보다는 적분연산을 사용하는 것이 노이즈에 대한 민감도를 줄일 수 있는 방법이다. 또한 식 (9)는 전통적인 로봇 운동방정식인 식 (1)을 시간에 대한 적분을 수행하여 얻어지는 운동방정식과 같다. 다음 장에서는 제시된 모멘텀 기반의 리그레서를 이용하여 로봇 동역학 파라미터들을 추정하는 방법을 국소 최적화 알고리즘을 적용하여 제시하고자 한다.

4. 국소 최적화기반 식별 알고리즘

주어진 모멘텀 기반 리그레서를 사용하기 위하여 임의로 주어질 토크입력에 대한 로봇의 관절위치 및 관절속도 데이터를 매 순간마다 측정하여 얻는다. 즉 인가된 토크입력과 측정된 관절위치/속도로 $\{(u[i], Y_H[i]), \text{for } i = 1, 2, \dots, n\}$ 의 데이터를 매순간 실시간으로 구성한다. i 번째 샘플에 대해서 다음의 관계가 항상 성립한다.

$$u[i] = Y_H[i]\theta, \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 Y_H[i] &= W_2[i] - \sum_{k=1}^i W_1[k] \Delta t \\
 u[i] &= \sum_{k=1}^i \tau[k] \Delta t
 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 Δt 는 데이터 샘플링 시간간격을 의미한다. 측정량 $(u[i], Y_H[i])$ 이 추정될 파라미터들에 대한 정보를 포함하고 있고, 또한 추정될 파라미터들은 불변의 상수들이기 때문에 그전 단계에서 추정된 파라미터들과 현재 추정된 파라미터의 변화량들이 최소화될 수 있도록 $\hat{\theta}[i]$ 를 추정하는 방법을 개발하는 것이 필요하다. 이를 통해 보다 빠른 동역학 파라미터 추정을 기대할 수 있다. 또한 매 샘플링시간마다 식 (11)이 성립해야 하는데, 우리가 아직 정확한 파라미터 벡터값을 모르기 때문에 순간적으로 $u[i] = Y_H[i] \hat{\theta}[i]$ 을 만족하는 $\hat{\theta}[i]$ 가 정확한 동역학 파라미터 벡터라는 것을 보장할 수 없다. 그래서 i 번째까지 측정된 모든 데이터 샘플에 대해서 최소오차를 보장할 수 있도록 최소자승법의 결과를 다음과 같이 활용한다.

$$\sum_{k=1}^i Y_H^T[k] u[k] = \left(\sum_{k=1}^i Y_H^T[k] Y_H[k] \right) \hat{\theta}[i] \quad (13)$$

정리하면 우리는 매순간 다음의 최적화 문제를 푸는 방식으로 파라미터 식별 알고리즘을 제안하고자 한다.

$$\begin{aligned}
 \min \frac{1}{2} \|\hat{\theta}[i] - \hat{\theta}[i-1]\|^2 \\
 \text{subject to } \Gamma[i] = \Omega[i] \hat{\theta}[i]
 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 식 (13)을 간단히 표현하여 다음의 변수들이 도입되었다.

$$\begin{aligned}
 \Gamma[i] &= \sum_{k=1}^i Y_H^T[k] u[k] \\
 \Omega[i] &= \sum_{k=1}^i Y_H^T[k] Y_H[k]
 \end{aligned}$$

위의 식 (14)와 같은 최적화 문제를 풀기위한 방법은 많이 존재하지만, 본 논문에서는 라그랑주 멀티플라이어

(Lagrange multiplier) 방법을 사용한다. 이를 위하여 먼저 다음과 같은 성능지수를 정의한다.

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2} (\hat{\theta}[i] - \hat{\theta}[i-1])^T (\hat{\theta}[i] - \hat{\theta}[i-1]) \\
 &\quad + \lambda^T (\Gamma[i] - \Omega[i] \hat{\theta}[i])
 \end{aligned} \quad (15)$$

이제 위의 성능지수 L 을 현재의 파라미터 벡터 추정치 $\hat{\theta}[i]$ 와 라그랑주 멀티플라이어 벡터 λ 에 대하여 편미분을 취하고 이들이 0이 되도록 하면 (즉 파라미터 벡터나 라그랑주 멀티플라이어의 미소변화에 대해서 성능지수가 변화하지 않는 지점을 의미) 다음과 같은 2개의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}[i] - \hat{\theta}[i-1] - \Omega^T[i] \lambda &= 0 \\
 \Gamma[i] - \Omega[i] \hat{\theta}[i] &= 0
 \end{aligned} \quad (16)$$

위의 식 (16)를 리그레서와 관련된 항들과 현재 추정되어질 파라미터 벡터와 라그랑주 멀티플라이어를 묶어서 분리하고, 나머지 항들을 우변으로 이항하면 다음과 같은 행렬-벡터식으로 만들 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I & \Omega^T[i] \\ \Omega[i] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}[i] \\ -\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}[i-1] \\ \Gamma[i] \end{bmatrix} \quad (17)$$

사실 $\Omega[i]$ 는 대칭행렬이라는 것을 쉽게 알 수 있지만 다음 설명을 위해서 전치행렬표현을 사용하였다. 위의 식 우변항들은 이전 파라미터 추정치와 입력들로 구성되기 때문에 항상 얻을 수 있는 벡터량들이다. 위의 식 (17)의 좌변 행렬의 역행렬을 구하여 우변에 곱하면 주어진 식 (14)의 국소 최적화 문제는 풀린다. 식 (17)의 좌변항에 있는 형태의 행렬을 bordered gramian matrix라고 부르며, 이의 역행렬을 구하는 일반적인 절차는 참고문헌 [6,7]에 자세히 제시되어 있다. 이의 결과만을 이용하여 역행렬을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I & \Omega^T \\ \Omega & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} W - W \Omega^T Z \Omega W & W \Omega^T Z \\ \Omega^T W & I - Z \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서

$$\begin{aligned} W[i] &= (I + \Omega^T[i]\Omega[i])^{-1} \\ Z[i] &= (\Omega[i]W[i]\Omega^T[i])^+ \end{aligned} \quad (19)$$

위의 식에서 $W[i]$ 는 항상 존재하는 것이 보장되지만, $Z[i]$ 는 새로 정의된 행렬 $\Omega[i]$ 가 full rank일 때만 존재한다. 그래서 역행렬이 아니라 의사역행렬(pseudo-inverse)로 표현하였으며, 실제 연산을 수행할 때도 SVD (singular value decomposition)를 이용하여 의사역행렬을 구하는 방식으로 구현한다. 한편으로 지금까지는 토크입력을 결정할 때 임의로 결정한다고 했지만, 가능하면 다양한 주파수 함수를 혼합하여 리그레서 행렬 $Y_H[i]$ 가 full rank 조건을 유지할 수 있도록 토크입력을 결정하여야 한다. 이를 시스템 식별론에서 흔히 PE(persistent excitation)조건이라고 하며, 본 논문에서도 리그레서 행렬 $Y_H[i]$ 가 토크 입력에 대해서 full rank가 되도록 인가되고 있다고 가정한다.

이제 역행렬 식 (18)을 이용하여 식 (17)의 완전해(exact solution)를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{\theta}[i] = \Omega_w^+[i]\Gamma[i] + (I - \Omega_w^+[i]\Omega[i])W[i]\hat{\theta}[i-1] \quad (20)$$

여기서

$$\Omega_w^+[i] = W[i]\Omega^T[i]Z[i] \quad (21)$$

또한 식 (20)으로 주어진 동역학 파라미터 식별 알고리즘을 기하학적으로 설명하기 위하여 그림 1을 그려두었다. $\hat{\theta}[i]$ 파라미터 공간속에서 $\Omega^+[i]$ 의 range space $\mathfrak{R}(\Omega^+[i])$ 와 $\Omega[i]$ 의 null space $\mathfrak{N}(\Omega[i])$ 사이에는 직교성(orthogonality)이 항상 성립하기 때문에 이를 직교좌표계로 활용하기 위하여 그림 1에 표시하였다. 만약에 $\Omega[i]$ 가 full rank를 가진다면 null space는 존재하지 않는다. 식 (20)의 우변 첫번째 항인 $\Omega_w^+[i]\Gamma[i]$ 의 의미는 입력공간에서 형성된 벡터 $\Gamma[i]$ 를 $\Omega^+[i]$ 의 range space $\mathfrak{R}(\Omega^+[i])$ 에 임베딩하여 얻은 것을 가중치인 $W[i]$ 만큼 회전하여 얻은 결과이다. 식 (20)의 우변 두번째 항의 의

미는 $\Omega[i]$ 가 full rank를 가지지 못하여 null space가 존재하는 경우에는 직전 파라미터 공간속에서 얻은 추정치 $\hat{\theta}[i-1]$ 를 $\Omega[i]$ 의 null space $\mathfrak{N}(\Omega[i])$ 에 영사(projection)하여 얻은 것을 가중치인 $W[i]$ 만큼 회전하여 임베딩한 결과인 $\Omega_w^+[i]\Gamma[i]$ 와 평행하게 영사(projection)하여야 한다는 것이다. 그러나 $\Omega[i]$ 가 full rank인 경우에는 식 (20) 우변의 두번째 항인 null space projection 부분은 아무런 역할을 하지 못하고 영행렬(zero matrix)이 된다.

간단하게 다시 설명하자면 식 (20)은 현재의 입력 $\Gamma[i]$ 으로 부터 $\Omega[i]$ 의 매핑관계만을 이용하여 현재의 동역학 파라미터 추정치를 얻는 것을 목표로 하며, $\Omega[i]$ 의 rank가 떨어지는 경우에는 그 전단계에서 얻은 동역학 파라미터 벡터를 $\Omega[i]$ 의 null space projection을 통해 식별알고리즘 성능을 향상시킬 수 있다는 것이다. 이를 통해서 상수인 동역학 파라미터 벡터의 추정치의 가변성을 축소시키는 데 기여하고 있으며, 이의 유효성은 다음 장에서 제시될 시뮬레이션을 통해서 검증한다.

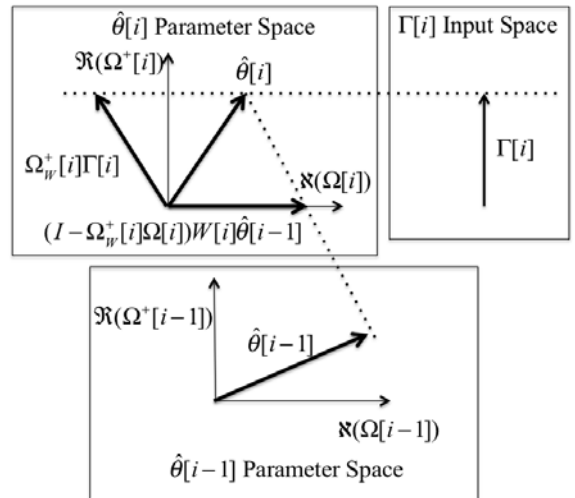


그림 1. 식별 알고리즘 식 (20)의 기하학적 설명

Fig. 1. Geometric explanations on the proposed identification algorithm Eq. (20)

5. 모의 실험

제시된 모멘텀 기반의 리그레서와 제안된 식별 알고리즘의 유효성을 검증하기 위하여 그림 2와 같이 주어지는 전형적인 2자유도 로봇 매니퓰레이터를 가정한다.

또한 로봇 끝단의 엔드-이펙터로 질량 M 의 물체를 핸들링하고 있다고 가정한다.

그림 2의 로봇 동역학은 식 (1)과 같이 주어지며, 관련된 관성행렬, 코리올리 및 구심력 행렬, 중력벡터, 마찰력벡터, 자코비안, 로봇 끝단에서 핸들링하고 있는 물체 M 에 의해 중력은 다음과 같은 벡터들로 주어진다.

$$M(q) = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 r_1 l_1 c_2 & I_2 + m_2 r_1 l_1 c_2 \\ I_2 + m_2 r_1 l_1 c_2 & I_2 \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 r_1 l_1 s_2 \dot{q}_2 & -m_2 r_1 l_1 s_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ m_2 r_1 l_1 s_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau_g(q) = \begin{bmatrix} -m_1 r_1 g c_1 - m_2 l_1 g c_1 - m_2 r_2 g c_{12} \\ -m_2 r_2 g c_{12} \end{bmatrix}$$

$$\tau_f(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} F_{s1} \text{sign}(\dot{q}_1) + F_{c1} \dot{q}_1 \\ F_{s2} \text{sign}(\dot{q}_2) + F_{c2} \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix}$$

$$f_{ext} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$$

여기서 l_1, l_2 는 각 링크의 길이, m_1, m_2 는 각 링크의 질량, r_1, r_2 는 각 링크의 질량중심까지의 거리, I_1, I_2 는 각 링크의 관성모멘트, F_{s1}, F_{s2} 는 각 관절의 정지마찰계수, F_{c1}, F_{c2} 는 각 관절의 운동마찰계수, M 은 로봇 엔드-이펙

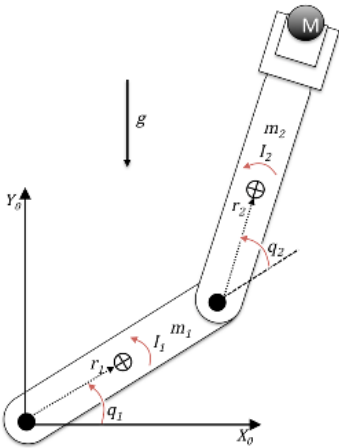


그림 2. 전형적인 2-링크 로봇 매니퓰레이터
Fig. 2. Typical 2-link robotic manipulator

터에서 핸들링하고 있는 물체의 질량, $g=9.8[m/s^2]$ 는 중력 가속도, 마지막으로 삼각함수의 축약형으로 다음을 사용하였다.

$$s_1 = \sin(q_1) \quad s_2 = \sin(q_2) \quad s_{12} = \sin(q_1 + q_2)$$

$$c_1 = \cos(q_1) \quad c_2 = \cos(q_2) \quad c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$$

또한 모의실험에 사용되어질 동역학 파라미터 벡터들은 $l_1=l_2=0.5, m_1=m_2=1.0, r_1=r_2=0.2, I_1=I_2=0.05, F_{s1}=F_{s2}=0.1, F_{c1}=F_{c2}=0.1, M=0.1$ 로 임의 설정하였다.

5.1 제안된 모멘텀 기반 리그레서 구성

모멘텀 기반의 리그레서를 구성하는 작업을 하기 위하여 먼저 동역학식으로 부터 식별이 요구되는 파라미터 벡터를 다음과 같이 정의한다. 또한 식별 알고리즘이 올바르게 작동한다면 다음의 값들이 결과로 얻어져야 한다.

$$\theta = \begin{bmatrix} I_1 + m_2 l_1^2 \\ I_2 \\ m_1 r_1 + m_2 l_1 + M l_1 \\ m_2 r_2 + M l_2 \\ m_2 r_2 l_1 \\ F_{s1} \\ F_{s2} \\ F_{c1} \\ F_{c2} \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.05 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

다음으로 식 (7)을 이용하여 1-부분 리그레서를 다음과 같이 찾을 수 있다.

$$W_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{1,3} & a_{1,4} & 0 & a_{1,6} & 0 & a_{1,8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{2,4} & a_{2,5} & 0 & a_{1,7} & 0 & a_{1,9} \end{bmatrix}$$

여기서 1-부분 리그레서의 성분은 다음과 같다.

$$a_{1,3} = g c_1 \quad a_{1,4} = g c_{12}$$

$$a_{1,6} = -\text{sign}(\dot{q}_1) \quad a_{1,8} = -\dot{q}_1$$

$$a_{2,4} = g c_{12} \quad a_{2,5} = -s_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_1$$

$$a_{2,7} = -\text{sign}(\dot{q}_2) \quad a_{2,9} = -\dot{q}_2$$

다음으로 식 (8)을 이용하여 2-부분 리그레서를 다음과 같이 찾을 수 있다.

$$W_2 = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & 0 & 0 & b_{1,5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{2,2} & 0 & 0 & b_{2,5} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 2-부분 리그레서의 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} b_{1,1} &= \dot{q}_1 & b_{1,2} &= \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \\ b_{1,5} &= c_2(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & b_{2,2} &= \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \\ b_{2,5} &= c_2\dot{q}_1 \end{aligned}$$

모의실험을 위한 토크입력은 PE조건이 성립하는지 확인한 후에 다음과 같이 저주파수의 삼각함수와 고주파수의 삼각함수를 혼합하여 로봇에 인가한다.

$$\tau = \begin{bmatrix} 0.5\sin(t) + 0.5\cos(5t) + 0.5\sin(10t) \\ 0.3\sin(t) + 0.3\cos(5t) + 0.3\sin(10t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

5.2 제안된 식별 알고리즘 결과

앞의 4장에서 제안된 식별 알고리즘을 의사코드(pseudo-code)로 나타내면 다음과 같다.

```

Omega = 0;
Gamma = 0;
deltaT = 0.002;

for t = 0 : deltaT : 5
    토크입력 식 (24) 생성 => tau
    로봇 순동역학 식 (1) 풀기 => q, qdot
    모멘텀기반 리그레서 식 (12) 생성 => Y_H, u

    Omega = Omega + Y_H^T * Y_H;
    Gamma = Gamma + Y_H^T * u;
    W = inv(I + Omega^T * Omega);
    Z = pinv(Omega * W * Omega^T);
    Omega_w+ = W + W * Omega^T * Z;
    theta = Omega_w+ * Gamma + (I - Omega_w+ * W * Omega) * W * u;
end
    
```

위의 알고리즘을 이용하여 얻은 결과를 그림 3에 나

타내었으며, 정확하게 알고리즘이 내놓아야 할 정답인 식 (22)를 찾아가는 것을 볼 수 있다. 다른 알고리즘과의 비교를 통해 본 알고리즘의 특징을 설명하기 위하여 잘 알려진 전통적으로 많이 이용되는 식별 알고리즘을 사용한 결과를 다음절에 제시한다.

5.3 전통적인 회귀 최소자승 (RLS) 적응필터 결과

비교를 위해서 참고문헌 [8]에 자세히 유도되어있는 회귀 최소자승 적응필터 (recursive least-squares adaptive filter, 줄여서 RLS filter)를 이용하여 얻은 결과를 함께 제시한다. 비선형 시스템에 적용가능한 확장형 칼만필터 (extended Kalman filter, 줄여서 EKF)를 이용한 방법도 참고문헌 [9]처럼 적용하는 것이 가능하지만 이에 대한 적용은 본 논문에서는 다루지 않는다. 본 논문에서 비교를 위해 사용되어진 RLS 적응필터 알고리즘은 다음과 같다.

```

P = 1000 * I;
deltaT = 0.002;

for t = 0 : deltaT : 5.0
    토크입력 식 (24) 생성 => tau
    로봇 순동역학 식 (1) 풀기 => q, qdot
    모멘기반 리그레서 식 (12) 생성 => Y_H, u

    P = P - P * Y_H^T * inv(I + Y_H * P * Y_H^T) * Y_H * P;
    K = P * Y_H^T;
    theta = theta + K * (u - Y_H * theta);
end
    
```

위의 RLS적응필터를 이용한 모의실험 결과를 그림 4에 나타내었다. 그림 4의 결과에서 알수 있듯이 정답인 식 (23)의 결과를 RLS필터도 산출하고 있다.

제안된 알고리즘을 사용한 그림 3과 RLS필터를 이용한 그림 4의 결과들을 비교해 보면, 그림 3의 결과는 식 (14)의 최적화 문제를 풀면서 기대했던 것처럼 수렴속도가 다소 빠르지만 파라미터 값의 식별과정 중에 불연속적인 변수 변화들이 보인다. 또한 계산량이 다소 증가하는 단점도 있다. 이는 식 (20)에서 우변 첫번째 항에서 rank가 떨어져 null space projection을 활용하게 되면서 나타나는 부분들이며 이를 통해서 다소 빠른 식별이 가능해진다. 파라미터 변화의 불연속 현상들은 주로 제시된 알고리즘 실행의 초기 부분에 나타나며, 이를 통해 수렴

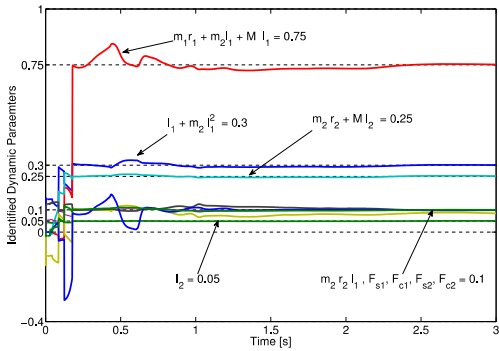


그림 3. 제안된 식별 알고리즘 및 모멘텀기반 리그레서를 사용하여 얻은 결과

Fig. 3. Simulation result of the proposed method and momentum-based regressor

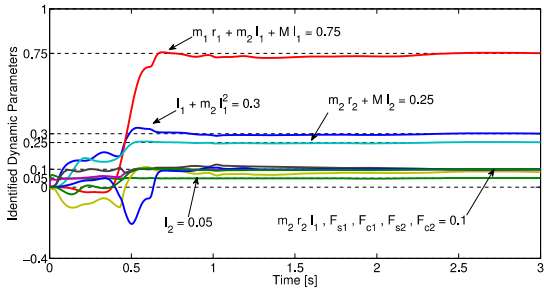


그림 4. RLS 필터 알고리즘 및 모멘텀 기반 리그레서를 사용하여 얻은 결과

Fig. 4. Simulation result of the conventional RLS filter and momentum-based regressor

속도를 다소 향상시키고 있음을 알 수 있다. 그에 비하여 전형적인 RLS필터를 이용한 결과는 전체 알고리즘 수행결과가 연속적인 변수변화 양상을 보이지만 수렴속도는 다소 느리다.

(실제 적용실험 시의 문제점 논의) 위의 방법론을 실제 적용하여 실제 로봇의 동역학 파라미터를 얻고자 할 때는 다음의 문제점이 예상된다. 첫째 일반적으로 관절 속도를 얻을 때 관절속도 센서를 부착하지 않고 관절위치로부터 수치미분하여 얻는 경우가 많으며 이 경우 노이즈가 섞인다. 둘째 관절토크를 얻을 때 관절토크 센서를 직접 부착하지 않고 관절구동기에 인가되는 전류로부터 간접적으로 얻는 경우가 많으며 이 경우 역시 노이즈를 포함하여 식별결과에 영향을 미칠 수 있다.

6. 결론

본 논문을 통해 2가지를 제시하였다. 첫째는 가속도 측정을 요구하지 않는 모멘텀 기반의 새로운 리그레서를 생성하는 방법을 제시하였고, 둘째는 제시된 리그레서를 이용하면서 동역학 파라미터가 상수라는 사실을 이용하여 최적화문제를 풀어서 동역학 파라미터들의 수렴속도를 다소 빠르게할 수 있는 식별 알고리즘을 제시하였다. 또한 제시된 방법의 장점들을 보이기 위하여 전형적인 RLS 필터를 이용한 식별방법과의 비교 연구를 수행하였다.

참고문헌

- [1] T. Soderstrom and P. Stoica, System Identification, Prentice-Hall, 1989
- [2] C. C. de Wit, B. Siciliano, and G. Bastin, Theory of Robot Control, Springer, 1996
- [3] <http://ko.wikipedia.org/>
- [4] P. K. Khosla, "Categorization of Parameters in the Dynamics Robot Model", IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 5, No. 3, pp. 261-268, 1989
- [5] M. W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasagar, Robot Modeling and Control, Wiley, 2005.
- [6] J. R. Magnus and H. Neudecker, Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics, John Wiley & Sons, 1998
- [7] Y. Choi and J. Cheong, "New Expressions of 2 x 2 Block Matrix Inversion," IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 54, No. 11, pp. 2648-2653, 2009
- [8] R. M. Rangayyan, Biomedical Signal Analysis, Wiley, 2002
- [9] S. Kim and J. Lee, "EKF based Mobile Robot Indoor Localization using Pattern Matching," The Journal of Korea Robotics Society, vol. 7, No. 1, pp. 45-56, 2012



최 영 진

- 1994 한양대학교 정밀기계공학과(공학사)
- 1996 POSTECH 기계공학과(공학석사)
- 2002 POSTECH 기계공학과(공학박사)

2002~2005 KIST 지능로봇연구센터 선임연구원
2005~현재 한양대학교 ERICA캠퍼스 전자시스템공학과 부교수