

미지의 미끄러짐을 고려한 비홀로노믹 다개체 이동 로봇의 적응 군집 제어

Adaptive Formation Control of Nonholonomic Multiple Mobile Robots Considering Unknown Slippage

최 윤 호*, 유 성 진
(Yoon Ho Choi and Sung Jin Yoo)

Abstract: An adaptive formation control approach is proposed for nonholonomic multiple mobile robots considering unknown slipping and skidding. It is assumed that unknown slipping and skidding effects are bounded by unknown constants. Under this assumption, the adaptive technique is employed to estimate the bounds of unknown slipping and skidding effects of each mobile robot. To deal with the skidding effect included in kinematics, the dynamic surface design approach is applied to design a local controller for each mobile robot. Using Lyapunov stability theorem, the adaptation laws for tuning bounds of slipping and skidding are induced and it is proved that all signals of the closed-loop system are bounded and the tracking errors and the synchronization errors of the path parameters converge to an adjustable neighborhood of the origin. Finally, simulation results are provided to verify the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: formation control, adaptive control, dynamic surface design, virtual structure, mobile robots

I. 서론

최근 몇 년 동안 다개체 이동 로봇(multiple mobile robot)의 군집 제어(formation control)는 협력 운반, 탐색, 군사 로봇 등과 같은 다양한 분야의 적용성으로 인해 널리 연구되어 왔다. 지금까지 널리 알려진 다개체 이동 로봇의 군집 제어 방법은 크게 선도 로봇-추종 로봇(leader-follower) 접근법, 행동(behavior) 기반 접근법, 가상 구조(virtual structure) 접근법으로 나눌 수 있으며, 각각의 접근법은 자기 자신의 장단점을 갖는다. 이러한 군집 제어 방법들 중 최근에 활발히 연구되고 있는 가상 구조 접근법은 다개체 로봇을 한 개의 형태로 보고 각 로봇은 가상 구조의 중심이 움직이면서 형성된 상대적인 경로를 추종하므로 각 로봇의 기준 경로(reference trajectory)의 독립적인 설계를 요구하지 않으며 또한 전체적인 군집 행동을 쉽게 결정할 수 있다[1,4]. [1,2]에서 가상 구조에 대한 개념을 다개체 이동 로봇의 군집 제어를 위해 최초로 소개하였다. 그러나 [1,2]에서 제시된 가상 구조의 모양은 변할 수 없어 군집의 형태가 다양하게 변화해야 하는 환경에서 적용될 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위해 군집 피드백(formation feedback) 기법[5,6]이 다개체 이동 로봇의 군집 제어 영역에 적용되었다. 최근에 운동학식과 동역학식을 고려한 다개체 이동 로봇의 제어를 위해 경로 매개 변수(path parameter)를 갖는 가상 구조 기반 백스테핑(backstepping)[7] 제어 기법이 개발되었다[3,4]. 경로 매개 변수는 군집을 이루는 속도를 조절하기 위해 사용된다. 즉, 경로 매개 변수를 이용하면 각 이동 로봇의 추종 오차(tracking error)가 증가 할 때 군집의 형성을 위해 가상 구조의 속도를 줄일 수 있게 되며,

반대로 추종 오차가 영에 가까워졌을 때는 가상 구조가 기준 속도로 움직이게 된다. 따라서 원하는 군집이 형성될 수 있다. 그러나 [3,4]에서 제안된 제어 기법은 이동 로봇의 바퀴의 미끄러짐(slippage)과 원심력에 의한 옆으로의 미끄러짐(skidding)을 고려하지 않았다. 또한 백스테핑 기법의 사용으로 인해 가상 제어기(virtual controller)의 반복적인 미분에 의해 발생하는 “explosion of complexity” 문제점이 발생한다.

한편 최근에 바퀴의 미끄러짐과 옆으로의 미끄러짐을 모두 고려한 단일 이동 로봇에 관한 연구가 수행되었다[8-10]. [8]에서는 이동 로봇의 형태에 따라 바퀴의 미끄러짐과 옆으로의 미끄러짐을 모두 고려한 모델과 그 제어 가능성을 제시하였다. 또한 GPS를 사용하여 이동 로봇의 위치 변화로 인한 미끄러짐 정도를 측정하여 이동 로봇의 경로 추종 문제에 적용하였다[9,10].

본 논문에서는 이러한 미끄러짐을 고려한 단일 로봇의 연구를 다개체 군집 제어에 관한 연구로 확장하고자 한다. 미끄러짐을 고려한 이동 로봇의 모델에서 바퀴의 미끄러짐은 제어 입력과 일치된 불확실성(matched uncertainty)으로 표현되고 옆으로의 미끄러짐은 제어 입력에 불일치한(unmatched) 불확실성으로 표현된다. 그러므로 모든 미끄러짐의 불확실성 요소를 제어하기 위해 본 논문에서는 동적 표면 설계(dynamic surface design)[11-13] 접근법에 기반하여 각각의 이동 로봇을 위한 제어기를 설계한다. 또한 미끄러짐을 고려한 이동 로봇의 군집 제어를 위해 적응 가상 구조 접근법을 확장 개발한다. 본 논문에서 제안된 제어기는 기존의 군집 제어 기법들과는 달리 동적 표면 제어 기법의 적용으로 인해 보다 간단한 제어기의 설계가 가능하다. 르아브노프(Lyapunov) 안정도 증명법을 이용하여 제어된 페루프 시스템의 모든 신호들이 유계됨을 증명하고 위치 추종 오차와 군집의 동기화 오차가 충분히 감소함을 보인다. 마지막으로, 본 논문에서 제안된 제어기의 성능을 검증하기 위해 모의 실험 결과를 제시한다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2009. 10. 28., 수정: 2009. 11. 27., 채택확정: 2009. 11. 30.

최윤호: 경기대학교 전자공학부(yhchoi@kyonggi.ac.kr)

유성진: 연세대학교 산업기술연구소(niceguy1201@yonsei.ac.kr)

* 이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-313-D00333).

II. 문제 제기

본 논문에서는 그림 1과 같은 (2,0) 타입(type) 이동 로봇의 미끄러짐을 고려한 이동 로봇의 다개체군을 고려한다.

미끄러짐 현상을 고려했을 때의 (2,0) 타입 이동 로봇은 그림 2와 같다[8]. 그림 2에서 이상적인 이동 로봇의 속도 h_i 와 실제 이동 로봇의 속도 V_{ri} 의 관계는 옆으로의 미끄러짐 각도 δ_i 에 의해 $\sin \delta_i = \mu_i / V_{ri}$ 와 같이 유도된다. 미끄러짐 현상을 고려한 N 개의 다개체 이동 로봇의 수학적 모델은 (1)과 같다.

$$\dot{q}_i = \frac{r_i}{2} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \sin \theta_i \\ b_i^{-1} & -b_i^{-1} \end{bmatrix} (v_i - \xi_i) + \Delta_i(q_i) \quad (1)$$

여기서 $i=1,2,\dots,N$, $q_i = [x_i, y_i, \theta_i]^T \in R^3$; x_i 와 y_i 는 직교 좌표축에서의 i 번째 이동 로봇의 위치, θ_i 는 X 축과 i 번째 로봇의 진행 방향에 대한 각도, $v_i = [v_{1i}, v_{2i}]^T \in R^2$ 는 i 번째 이동 로봇의 양쪽 바퀴의 속도, $\xi_i = [\xi_{1i}, \xi_{2i}]^T$ 는 i 번째 이동 로봇의 양쪽 바퀴의 미지의 미끄러짐, 그리고 $\Delta_i(q_i) = [-\mu_i \sin \theta_i, \mu_i \cos \theta_i, 0]^T$; μ_i 는 i 번째 이동 로봇의 옆으로의 미지의 미끄러짐을 나타낸다. r_i 와 b_i 는 각기 이동 로봇 바퀴의 반지름과 폭의 절반을 나타낸다.

참조 1: 미끄러짐을 고려한 다개체 이동 로봇 모델 (1)은

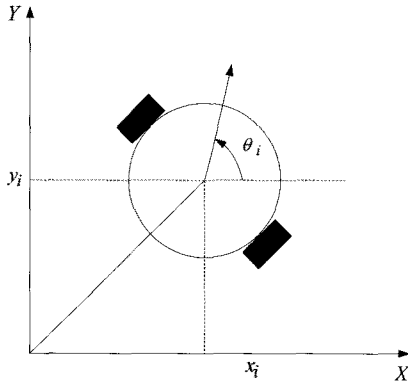


그림 1. (2,0) 타입 이동 로봇의 좌표.

Fig. 1. Coordinates of (2,0)-type mobile robot.

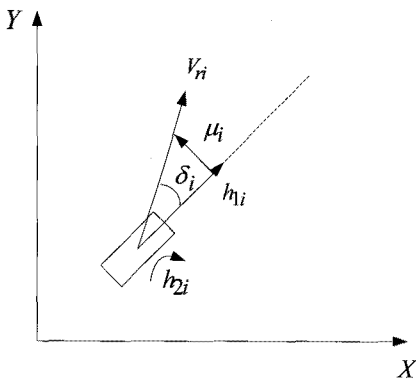


그림 2. 미끄러짐을 고려한 (2,0) 타입 이동 로봇.

Fig. 2. (2,0)-type mobile robot in presence of skidding.

기존의 이동 로봇이 순수히 구동(pure rolling)한다는 가정을 완화했을 때 유도될 수 있다. 즉, (2)와 같은 위반된 비홀로노믹(nonholonomic) 제약 조건으로부터 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_i \cos \theta_i - \dot{x}_i \sin \theta_i &= \mu_i \\ \dot{x}_i \cos \theta_i + \dot{y}_i \sin \theta_i + b_i \dot{\theta}_i &= r_i (v_{1i} - \xi_{1i}) \\ \dot{x}_i \cos \theta_i + \dot{y}_i \sin \theta_i - b_i \dot{\theta}_i &= r_i (v_{2i} - \xi_{2i}) \end{aligned} \quad (2)$$

한편 다개체 이동 로봇의 군집 제어를 위해 각각의 이동 로봇을 위한 기준 신호를 생성해야 하는데, 본 논문에서는 경로 매개 변수를 갖는 가상 구조 접근법에 기반하여 각각의 이동 로봇을 위한 기준 신호를 발생한다. 각각의 기준 신호들은 모든 경로 변수들이 동기화되었을 때 이동 로봇들이 원하는 군집 형태를 나타내도록 설계된다. 본 논문에서는 가상 구조의 중심이 경로 매개 변수 z_0 을 가진 하나의 기준 경로 $Y_0(z_0) = [x_{r0}(z_0), y_{r0}(z_0)]^T$ 을 따라 움직이고, i 번째 이동 로봇은 (3)과 같은 i 번째 경로 매개 변수 z_i 을 가진 기준 신호 $Y_i(z_i) = [x_{ri}(z_i), y_{ri}(z_i)]^T$ 을 따른다[3].

$$Y_i(z_i) = Y_0(z_0) + F(\theta_{r0}(z_i)) l_i(x_{r0}(z_0), y_{r0}(z_0)) \quad (3)$$

여기서 $l_i(x_{r0}(z_0), y_{r0}(z_0)) = [l_{xi}(x_{r0}(z_0), y_{r0}(z_0)), l_{yi}(x_{r0}(z_0), y_{r0}(z_0))]^T$ 는 가상 구조의 중심에서의 각각의 이동 로봇까지의 거리를 나타내고, 회전 행렬(rotation matrix) $F(\theta_{r0}(z_i))$ 는 (4)와 같다.

$$F(\theta_{r0}(z_i)) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{r0}(z_i)) & -\sin(\theta_{r0}(z_i)) \\ \sin(\theta_{r0}(z_i)) & \cos(\theta_{r0}(z_i)) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $\theta_{r0}(z_i) = \arctan(y'_{r0}(z_i) / x'_{r0}(z_i))$, $x'_{r0}(z_i) = \partial x_{r0}(z_0) / \partial z_0 |_{z_0=z_i}$, $y'_{r0}(z_i) = \partial y_{r0}(z_0) / \partial z_0 |_{z_0=z_i}$ 이다.

참조 2: 경로 매개 변수 z_0 와 z_i 는 본 논문에서 제안된 시스템의 안정도와 원하는 군집 형성을 보장하기 위해서 미분 방정식의 형태로 III. 1 절에서 설계된다. 경로 매개 변수 z_0 의 변화는 이동 로봇의 전체 그룹의 속도를 결정하기 때문에 모든 경로 매개 변수들 z_i 와 z_0 의 동기화는 원하는 군집 형성을 의미한다.

가정 1: 시스템 상태 변수들 x_i, y_i, θ_i ($i=1, \dots, N$)는 모두 피드백을 위해 이용 가능하다.

가정 2: 미끄러짐 외란들 $\xi_{1i}, \xi_{2i}, \Delta_i$ 는 $|\xi_{1i}| < \beta_{1i}$, $|\xi_{2i}| < \beta_{2i}$, $\|\Delta_i\| = |\mu_i| < \beta_{3i}$ 로서 각각 유계된다. 여기서 β_j ($j=1, 2, 3$)는 양의 상수이다.

가정 3: 각각의 z_i 에 대해 유일한 $x_{ri}(z_i)$ 와 $y_{ri}(z_i)$ 이 존재한다.

가정 4: $x_{ri}^2 + y_{ri}^2 \geq \varepsilon_{1i}$ 와 $\dot{z}_0 \geq \varepsilon_{2i}$ 을 만족하는 양의 상수 ε_{1i} 와 ε_{2i} 가 존재한다.

참조 3: 가정 3은 이동 로봇들의 기준 경로가 서로 만나지 않는다는 것을 의미하며, 가정 4는 본 논문은 경로 추종 문제만 다룬다는 것을 의미한다.

본 논문의 목적은 작은 초기 오차를 갖는 미끄러짐을 고려

한 다개체 이동 로봇이 기준 신호를 추종하며 원하는 군집을 형성하도록 전체적인 폐루프(closed-loop) 시스템의 모든 신호들이 유계함(boundedness)을 보장하는 간단한 적응 제어기를 설계하는 것이다.

III. 적응 군집 제어 시스템

1. 적응 제어기 설계

본 논문에서는 다개체 이동 로봇의 군집 제어를 위해 경로 매개 변수를 가진 가상 구조 접근법에 기반한 동적 적응 표면 제어를 설계한다.

동적 적응 표면 제어기를 설계하기 위해 (5)와 같은 오차 표면(error surface)을 설계한다.

$$\begin{bmatrix} s_{1i} \\ s_{2i} \\ s_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ri} - x_i \\ y_{ri} - y_i \\ \theta_{ri} - \theta_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $i=1, \dots, N$, $x_{ri} = v_{ri} \cos \theta_{ri}$, $y_{ri} = \omega_{ri} \sin \theta_{ri}$, $\theta_{ri} = \arctan(y'_{ri}/x'_{ri})$; $v_{ri} = \bar{v}_{ri} \dot{z}_i$, $\omega_{ri} = \bar{\omega}_{ri} \dot{z}_i$ 이다. 또한 \bar{v}_{ri} 와 $\bar{\omega}_{ri}$ 는 (6)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{v}_{ri} &= \sqrt{x_{ri}'^2(z_i) + y_{ri}'^2(z_i)} \\ \bar{\omega}_{ri} &= \frac{(x_{ri}'(z_i)y_{ri}'(z_i) + x_{ri}''(z_i)y_{ri}'(z_i))}{(x_{ri}'^2(z_i) + y_{ri}'^2(z_i))} \end{aligned} \quad (6)$$

이때 오차 표면 (5)을 미분하면 (7)-(9)과 같이 된다.

$$\dot{s}_{1i} = \frac{r_i}{2b_i}(v_{1i} - v_{2i} - \xi_{1i} + \xi_{2i})s_{2i} - \frac{r_i}{2}(v_{1i} + v_{2i} - \xi_{1i} - \xi_{2i}) + v_{ri} \cos s_{3i} \quad (7)$$

$$\dot{s}_{2i} = -\frac{r_i}{2b_i}(v_{1i} - v_{2i} - \xi_{1i} + \xi_{2i})s_{1i} + v_{ri} \sin s_{3i} - \mu_i \quad (8)$$

$$\dot{s}_{3i} = \omega_{ri} - \frac{r_i}{2b_i}(v_{1i} - v_{2i} - \xi_{1i} + \xi_{2i}) \quad (9)$$

(7)-(9)에서 유도된 오차 표면의 미분 방정식은 미끄러짐을 고려하지 않을 때 유도된 이동 로봇의 오차 표면 미분 방정식과는 달리 미끄러짐 외란을 포함한다. 실제 제어기를 (10)과 같이 제정되하자.

$$v_i = [v_{1i}, v_{2i}]^T = [h_{1i} + h_{2i}, h_{1i} - h_{2i}]^T \quad (10)$$

여기서 $i=1, \dots, N$, $h_{1i} = \frac{v_{1i} + v_{2i}}{2}$, $h_{2i} = \frac{v_{1i} - v_{2i}}{2}$ 이다.

본 논문에서 제안된 미끄러짐을 고려한 다개체 이동 로봇의 군집 제어기 설계 과정은 다음과 같다.

단계 1: 첫 번째와 두 번째 오차 표면의 미분 방정식 (7)과 (8)을 고려하면, 실제 제어기 h_{1i} 과 가상 제어기 α_i 를 (11)-(12)와 같이 제안한다.

$$h_{1i} = \frac{1}{r_i} \left(k_{1i} s_{1i} + \bar{v}_{ri} \dot{z}_0 \cos s_{3i} + \hat{\eta}_{1i} \tanh \left(\frac{s_{1i}}{\varepsilon_i} \right) \right) \quad (11)$$

$$\alpha_i = \frac{-k_{2i} s_{2i} - \hat{\eta}_{2i} \tanh \left(\frac{s_{2i}}{\varepsilon_i} \right)}{\bar{v}_{ri} \dot{z}_0} \quad (12)$$

여기서 제어 이득 k_{1i} 와 k_{2i} 는 양의 상수 값들이고, $\varepsilon_i > 0$ 이다. 그리고 $\hat{\eta}_{1i}$ 와 $\hat{\eta}_{2i}$ 는 $\eta_{1i} = \frac{r_i}{2}(\beta_{1i} + \beta_{2i})$ 와 $\eta_{2i} = \beta_{3i}$ 의 예측 값이고, (13)과 같은 적응 법칙에 의해 학습된다.

$$\dot{\hat{\eta}}_{1i} = \lambda_{1i} s_{1i} \tanh \left(\frac{s_{1i}}{\varepsilon_i} \right) - \sigma_{1i} \lambda_{1i} \hat{\eta}_{1i} \quad (13)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_{2i} = \lambda_{2i} s_{2i} \tanh \left(\frac{s_{2i}}{\varepsilon_i} \right) - \sigma_{2i} \lambda_{2i} \hat{\eta}_{2i}$$

여기서 λ_{1i} , $\lambda_{2i} > 0$ 는 학습 이득이고 σ_{1i}, σ_{2i} 는 σ -조정 (σ -modification)[14]을 위한 매개 변수이다.

필터를 통과한 가상 제어기 α_{if} 을 얻기 위해 가상 제어기 α_i 를 1차 저역 통과 필터 (14)에 통과 시킨다.

$$\tau_i \dot{\alpha}_{if} + \alpha_{if} = \alpha_i, \quad \alpha_{if}(0) = \alpha_i(0). \quad (14)$$

여기서 $\tau_i > 0$ 는 1차 저역 통과 필터의 시간 상수이다.

단계 2: 세번째 오차 표면을 (15)와 같이 정의하자.

$$s_{3i}^* = \sin s_{3i} - \alpha_{if} \quad (15)$$

(9)를 이용하여 (15)를 미분하면, 오차 표면의 미분 방정식은 (16)과 같이 된다.

$$\dot{s}_{3i}^* = \cos s_{3i} \left(\omega_{ri} - \frac{r_i}{2b_i}(v_{1i} - v_{2i} - \xi_{1i} + \xi_{2i}) \right) - \dot{\alpha}_{if} \quad (16)$$

(16)을 이용하여 (17)과 같은 실제 제어 법칙 h_{2i} 을 제안한다.

$$\begin{aligned} h_{2i} &= \frac{b_i}{r_i} \frac{1}{\cos s_{3i}} \left(k_{3i} s_{3i}^* - \frac{\alpha_i - \alpha_{if}}{\tau_i} + \bar{\omega}_{ri} \dot{z}_0 \cos s_{3i} \right. \\ &\quad \left. + \hat{\eta}_{3i} \tanh \left(\frac{s_{3i}^*}{\varepsilon_i} \right) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 k_{3i} 는 제어 이득, $\hat{\eta}_{3i}$ 는 $\eta_{3i} = \frac{r_i}{2b_i}(\beta_{1i} + \beta_{2i})$ 의 예측 값이고 (18)과 같은 적응 법칙에 의해 학습된다.

$$\dot{\hat{\eta}}_{3i} = \lambda_{3i} s_{3i}^* \tanh \left(\frac{s_{3i}^*}{\varepsilon_i} \right) - \lambda_{3i} \sigma_{3i} \hat{\eta}_{3i} \quad (18)$$

여기서 $\lambda_{3i} > 0$ 는 학습 이득이고 σ_{3i} 는 σ -조절을 위한 매개 변수이다.

참조 4: 본 논문에서 제안된 제어 법칙 (11), (12) 와 (17)에서 \dot{z}_0 는 $v_{r0} = \sqrt{x_{r0}'^2(z_0) + y_{r0}'^2(z_0)} \dot{z}_0$ 에 의해 정의된 가상 구조 중심의 속도와 연관된다. 따라서 가상 구조는 그 특성상 추종 오차가 증가했을 때 원하는 군집을 형성하기 위해 기다려야 하고 경로 추종 오차가 0에 가까워짐에 따라 \dot{z}_0 는 전체 로봇 그룹의 전진 속도를 결정하는 유계 함수 $\psi_0(t)$ 에 접근해 가야 한다. 따라서 \dot{z}_0 을 위한 미분 방정식은 (19)와 같이 정의할 수 있다.

$$\dot{z}_0 = \psi_0(t)(1 - a_1 \tanh(\sum_{i=1}^N S_i^T \Phi_i S_i)) \quad (19)$$

여기서 a_1 는 $0 \leq a_1 < 1$ 을 만족하는 상수이고 $S_i = [s_{1i}, s_{2i}, s_{3i}]^T$, 그리고 Φ_i 는 추종 오차에 따른 가상 구조의 중심을 조절하기 위한 양의 행렬이다.

2. 안정도 증명

본 절에서는 바퀴의 미끄러짐과 옆으로 미끄러짐을 모두 고려한 다개체 이동 로봇 시스템을 위해 본 논문에서 제안된 적응 군집 제어기의 안정도를 분석한다. 안정도 분석 과정에서 각각의 이동 로봇의 속도를 결정하는 \dot{z}_i 가 유도된다. 우선 경계층(boundary layer) 오차를 (20)과 같이 정의하자.

$$y_i = \alpha_{yi} - \alpha_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (20)$$

(20)을 미분하면 (21)과 같이 된다.

$$\dot{y}_i = -\frac{y_i}{\tau_i} + \Omega_i(s_{1i}, s_{2i}, s_{3i}, y_i, \hat{\eta}_{2i}, \dot{z}_0, v_{ri}) \quad (21)$$

여기서 $\Omega_i(\bullet) = \frac{\partial \alpha_i}{\partial s_{2i}} \dot{s}_{2i} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \hat{\eta}_{2i}} \dot{\hat{\eta}}_{2i} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \dot{v}_{ri}} \dot{\dot{v}}_{ri} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \dot{z}_0} \dot{\dot{z}}_0$ 이다.

(22)와 같은 르야프노브 함수를 고려하자.

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(s_{1i}^2 + s_{2i}^2 + s_{3i}^{*2} + \kappa_i \bar{z}_i^2 + y_i^2 + \frac{1}{\lambda_{1i}} \tilde{\eta}_{1i}^2 + \frac{1}{\lambda_{2i}} \tilde{\eta}_{2i}^2 + \frac{1}{\lambda_{3i}} \tilde{\eta}_{3i}^2 \right) \quad (22)$$

여기서 $\tilde{\eta}_j = \eta_j - \hat{\eta}_j$, ($j=1,2,3$) 는 매개 변수 예측 오차이고 $\bar{z}_i = z_i - z_0$ 는 동기화 오차이다. 그리고 κ_i 는 양의 상수이다.

이론 1: 미끄러짐을 고려한 다개체 이동 로봇 (1), 제안된 군집 제어기 (11), (12), (17), 1차 필터 (14), 그리고 매개 변수 학습 법칙들 (13), (18)로 구성된 전체 폐루프 시스템을 고려하자. 이 때 가정들 1-4를 만족하고 $V(0) \leq \gamma$ 을 만족하는 초기의 조건들을 위한 작은 양의 상수 γ 가 주어지고 동기화 오차 \bar{z}_i 의 변화량이 (23)과 같이 주어진다하면, (23)과 같은 사항(statement)들이 만족한다.

$$\dot{\bar{z}}_i = -\chi_i \tanh(p_i + \kappa_i \bar{z}_i) \quad (23)$$

여기서 $p_i = \bar{v}_{ri} s_{1i} \cos s_{3i} + \bar{v}_{ri} s_{2i} (\alpha_i + y_i + s_{3i}^*) + \cos s_{3i} \bar{\omega}_{ri} s_{3i}^*$ 이고 $\chi_i < \psi_0(t)(1 - a_1)$ 인 상수이다.

- 1) 전체적인 시스템의 신호들이 균일하게 유계(uniformly bounded)된다.
- 2) 위치 오차 s_{1i}, s_{2i} 와 동기화 오차 \bar{z}_i 가 설계 매개 변수들을 조절함에 따라 충분히 감소한다.
- 3) 정상 상태 방향 오차는 $\lim_{t \rightarrow \infty} (s_{3i}(t) - \delta_i(t)) \leq \rho_i$ 을 만족한다.

여기서 δ_i 는 옆으로 미끄러졌을 때의 로봇의 진행 방향과 바퀴와의 각도를 의미하고 ρ_i 는 작은 양의 상수이다.

증명: (22)을 시간에 대해 미분하고 (7), (8), (16), (22)을 대입하면 (24)과 같이 된다.

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \left(s_{1i} \left(-\frac{r_i}{2} (v_{1i} + v_{2i}) - \xi_{1i} - \xi_{2i} \right) + \bar{v}_{ri} \dot{z}_i \cos s_{3i} \right.$$

$$\begin{aligned} & + \bar{v}_{ri} \dot{z}_0 \cos s_{3i} \left. \right) + s_{2i} (\bar{v}_{ri} \dot{z}_i \sin s_{3i} + \bar{v}_{ri} \dot{z}_0 \sin s_{3i} - \mu_i) \\ & + s_{3i}^* \left(\cos s_{3i} (\bar{\omega}_{ri} \dot{z}_i + \bar{\omega}_{ri} \dot{z}_0 - \frac{r_i}{2b_i} (v_{1i} - v_{2i} \right. \\ & \left. - \xi_{1i} + \xi_{2i})) - \dot{\alpha}_{yi} \right) + \kappa_i \bar{z}_i \dot{\bar{z}}_i + y_i \left(-\frac{y_i}{\tau_i} + \Omega_i \right) \\ & \left. - \frac{1}{\lambda_{1i}} \tilde{\eta}_{1i} \dot{\tilde{\eta}}_{1i} - \frac{1}{\lambda_{2i}} \tilde{\eta}_{2i} \dot{\tilde{\eta}}_{2i} - \frac{1}{\lambda_{3i}} \tilde{\eta}_{3i} \dot{\tilde{\eta}}_{3i} \right) \\ & \leq \sum_{i=1}^N \left(s_{1i} \left(-\frac{r_i}{2} (v_{1i} + v_{2i}) + \bar{v}_{ri} \dot{z}_0 \cos s_{3i} \right) \right. \\ & \left. + s_{2i} (\bar{v}_{ri} \dot{z}_0 (\alpha_i + y_i + s_{3i}^*)) \right. \\ & \left. + s_{3i}^* \left(\cos s_{3i} (\bar{\omega}_{ri} \dot{z}_0 - \frac{r_i}{2b_i} (v_{1i} - v_{2i})) - \dot{\alpha}_{yi} \right) \right. \\ & \left. + |s_{1i}| |\eta_{1i}| + |s_{2i}| |\eta_{2i}| + |s_{3i}| |\eta_{3i}| \right. \\ & \left. + \kappa_i \bar{z}_i \dot{\bar{z}}_i + \dot{\bar{z}}_i p_i - \frac{y_i^2}{\tau_i} + |\Omega_i y_i| \right) \\ & \left. - \frac{1}{\lambda_{1i}} \tilde{\eta}_{1i} \dot{\tilde{\eta}}_{1i} - \frac{1}{\lambda_{2i}} \tilde{\eta}_{2i} \dot{\tilde{\eta}}_{2i} - \frac{1}{\lambda_{3i}} \tilde{\eta}_{3i} \dot{\tilde{\eta}}_{3i} \right) \quad (24) \end{aligned}$$

(24)에 본 논문에서 제안된 제어 입력 (11), (12), (17), 학습 법칙 (13), (18), 그리고 동기화 오차의 변화량 (23)을 대입하면 (25)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq \sum_{i=1}^N \left(-k_{1i} s_{1i}^2 - k_{2i} s_{2i}^2 - k_{3i} s_{3i}^{*2} - \frac{y_i^2}{\tau_i} \right. \\ & \left. - \chi_i (\kappa_i \bar{z}_i + p_i) \tanh(p_i + \kappa_i \bar{z}_i) \right. \\ & \left. + s_{2i} (\bar{v}_{ri} \dot{z}_0 (y_i + s_{3i}^*)) \right. \\ & \left. + 0.2785 \varepsilon_i (\eta_{1i} + \eta_{2i} + \eta_{3i}) + |\Omega_i y_i| \right. \\ & \left. + \sigma_{1i} \tilde{\eta}_{1i} \dot{\tilde{\eta}}_{1i} + \sigma_{2i} \tilde{\eta}_{2i} \dot{\tilde{\eta}}_{2i} + \sigma_{3i} \tilde{\eta}_{3i} \dot{\tilde{\eta}}_{3i} \right) \quad (25) \end{aligned}$$

여기서 부등식 $0 \leq |x| - x \tanh(x/\varepsilon) \leq 0.2785\varepsilon$ 이 적용된다. 상수 γ 의 존재로부터 $\|\Omega_i\| \leq \Gamma_i$ 을 만족하는 상수 Γ_i 가 존재한다. 영(Young)의 부등식과 $\tilde{\eta}_j \dot{\tilde{\eta}}_j \leq -\frac{1}{2} \tilde{\eta}_j^2 + \frac{1}{2} \dot{\tilde{\eta}}_j^2$ ($j=1, 2, 3$) 을 이용하고 $k_{2i} = \bar{v}_{ri}^2 \dot{z}_0^2 / 2 + k_{2i}^*$, $k_{3i} = 1 + k_{3i}^*$, $1/\tau_i = 3/2 + \tau_i^*$ 을 대입하면, (25)는 (26)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq \sum_{i=1}^N \left(-k_{1i} s_{1i}^2 - k_{2i}^* s_{2i}^2 - k_{3i}^* s_{3i}^{*2} - \tau_i^* y_i^2 \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \sigma_{1i}^2 \tilde{\eta}_{1i}^2 - \frac{1}{2} \sigma_{2i}^2 \tilde{\eta}_{2i}^2 - \frac{1}{2} \sigma_{3i}^2 \tilde{\eta}_{3i}^2 \right. \\ & \left. - \chi_i (\kappa_i \bar{z}_i + p_i) \tanh(p_i + \kappa_i \bar{z}_i) + C \right) \\ & \leq -g(2V - V_p) + C \quad (26) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} V_p & = \sum_{i=1}^N (\kappa_i \bar{z}_i^2 - \chi_i (\kappa_i \bar{z}_i + p_i) \tanh(p_i + \kappa_i \bar{z}_i)) \\ C & = 0.2785 \varepsilon_i (\eta_{1i} + \eta_{2i} + \eta_{3i}) \\ & \quad + \frac{1}{2} (\Omega_i^2 + \sigma_{1i}^2 \eta_{1i}^2 + \sigma_{2i}^2 \eta_{2i}^2 + \sigma_{3i}^2 \eta_{3i}^2) \end{aligned}$$

그리고 $g = \min[g_1, \dots, g_N]$; $g_i \geq \min \left[k_{1i}, k_{2i}^*, k_{3i}^*, \tau_i, \frac{\lambda_{1i} \sigma_{1i}}{2} \right]$,

$$\left[\frac{\lambda_{2i}\sigma_{2i}}{2}, \frac{\lambda_{3i}\sigma_{3i}}{2} \right] \text{이다.}$$

$\chi_i(\kappa_i \bar{z}_i + p_i) \tanh(p_i + \kappa_i \bar{z}_i) \geq 0$ 이기 때문에 부등식 (26)은 $g > C/(2\gamma - V_p)$ 일 때 $V = \gamma$ 에서 $\dot{V} < 0$ 라는 것을 암시한다. 그러므로 $V \leq \gamma$ 는 불변 집합(invariant set)이다. 따라서 모든 오차 신호들은 균일하게 유계한다. 그리고 위치 오차와 동기화 오차는 설계 매개 변수들 $k_{ji}, \tau_i, \lambda_{ji}, \sigma_{ji}, j=1,2,3, i=1, \dots, N$ 을 조절하여 충분히 줄일 수 있다. 위치 오차 s_{1i}, s_{2i} 와 동기 오차가 충분히 줄어들 수 있기 때문에 실제 방향 오차 s_{3i} 의 정상 상태 응답은 $\lim_{t \rightarrow \infty} (s_{3i}(t) - \delta_i(t)) \leq \rho_i$ 와 같이 (8)을 통해 쉽게 유도된다.

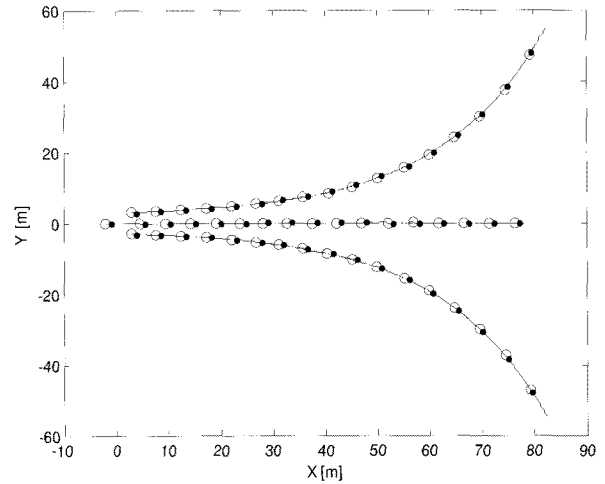
IV. 모의 실험

본 장에서는 미끄러짐을 고려한 다개체 이동 로봇을 위해 본 논문에서 제안된 적응 군집 제어 시스템의 타당성을 검증하기 위해 모의 실험을 수행하였다. 다개체 이동 로봇의 군집을 위해 3개의 이동 로봇을 고려하였고, 시스템 매개 변수는 $r_i = 0.15, b_i = 0.75$ 이다. 또한 가상 구조 중심을 위한 기준 신호는 $Y_0(z_0) = [z_0, 0]^T$ 이다. 각각의 이동 로봇 초기 위치는 $q_1(0) = [-2, 0, 0]^T, q_2(0) = [3, 3, -\pi/8]^T, q_3(0) = [3, -3, -\pi/8]^T$ 이다. 가상 구조 중심과 각각의 로봇 사이의 거리는 $l_1 = [0, 0]^T, l_2 = [3, 2 + e^{0.05z_2}]^T, l_3 = [3, -2 - e^{0.05z_3}]^T$ 이다. 이와 같은 군집 형태는 첫 번째 로봇은 가상 구조의 중심과 일치하여 움직인다는 것을 나타낸다. 제어 시스템의 설계 매개 변수는 $k_{1i} = k_{2i} = 3, k_{3i} = 2, \psi_0 = 0.8, a_i = 0.5, \chi_i = 0.35, \kappa_i = 1, \lambda_{1i} = \lambda_{2i} = \lambda_{3i} = 0.2, \sigma_{1i} = \sigma_{2i} = \sigma_{3i} = 0.001, i=1,2,3$ 와 같이 설정한다. 경로 매개 변수의 초기 값은 $z_i(0) = 0$ 이다. 추종 제어 오차와 경로 매개 변수의 동기화 오차는 $e_i = \sqrt{s_{1i}^2 + s_{2i}^2 + s_{3i}^2}$ 와 $z_e = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (z_i - z_0)^2}$ 로 나타낸다. 그리고 미끄러짐 효과는 다음과 같이 주어진다.

$$\xi_{1i} = \xi_{2i} = \begin{cases} 0.03, & 0 \leq t < 30 \\ 0.05, & 30 \leq t < 60 \\ 0.02, & \text{otherwise} \end{cases}$$

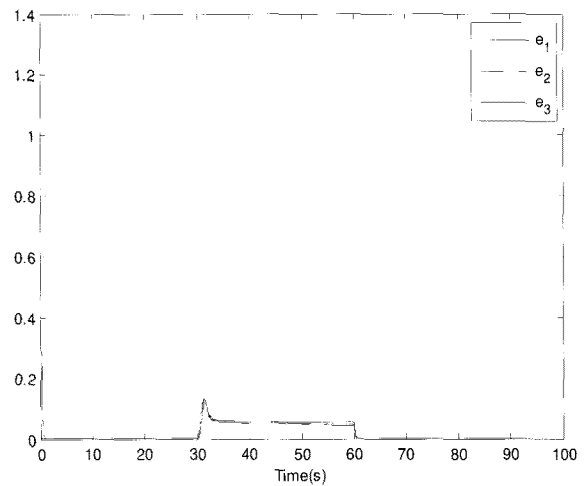
$$\mu_i = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 30 \\ 0.3, & 30 \leq t < 60 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

그림 3은 적응 군집 제어 결과와 오차 그리고 동기화 오차를 보여준다. 그림의 결과는 각각의 이동 로봇이 그들 자신의 기준 경로를 잘 추종함을 보여준다. 그림 3(a)에서 원은 이동 로봇을 나타내고 원안의 점은 이동 로봇의 앞쪽을 나타낸다. 그림 3(a), (b)에서 보듯이 옆으로의 미끄러짐이 있는 동안에는 위치 오차 거의 없는 반면 방향 오차는 존재함을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 미끄러짐을 갖는 (2,0)-타입 이동 로봇의 특성이며 [8]에서 증명되었다. 그림 4에서는 각각의 이동 로봇의 제어 입력을 그림 5에서는 미끄러짐 효과의 예

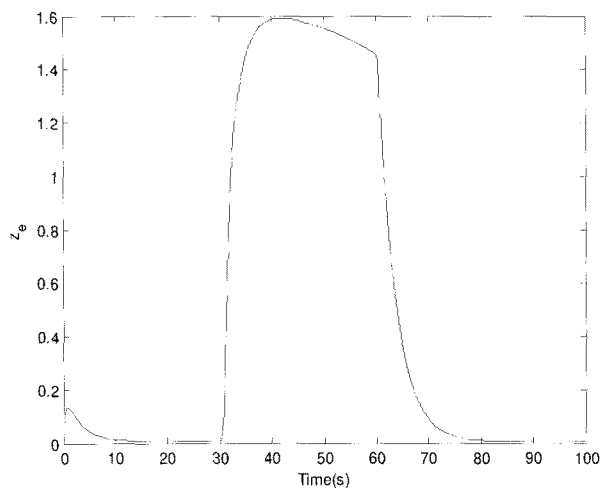


(a) Formation tracking results.

(solid line: actual trajectories, dash-dotted line: reference trajectories)



(b) Tracking errors.

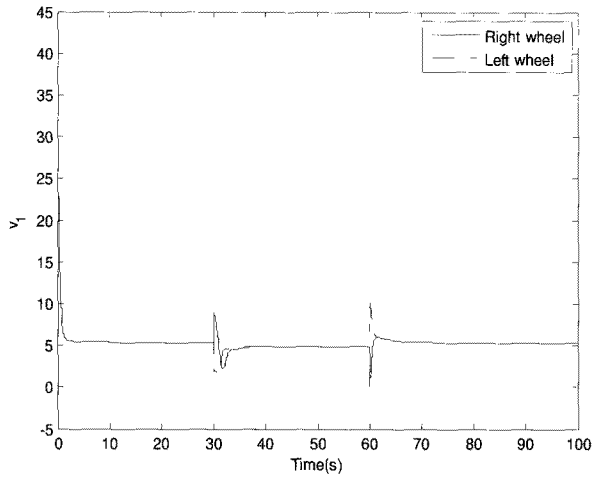


(c) Synchronization errors.

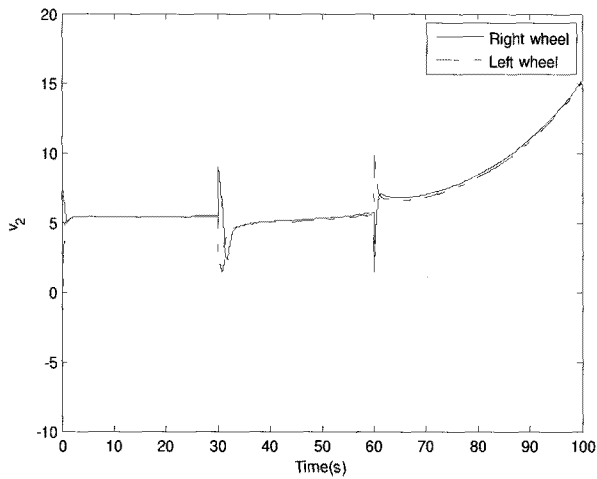
그림 3. 군집 제어 결과.

Fig. 3. Simulation results.

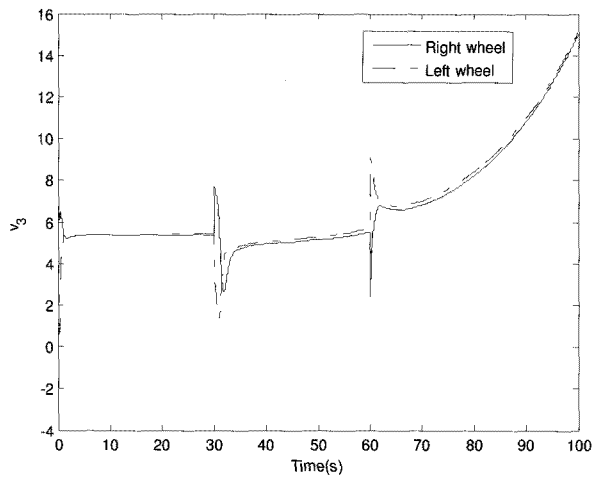
측 값을 보여준다. 그림들의 결과로부터, 전체 시스템의 신호들이 유계함을 알 수 있고 군집 제어의 성능이 보장됨을 확인할 수 있다.



(a) v_1



(b) v_2

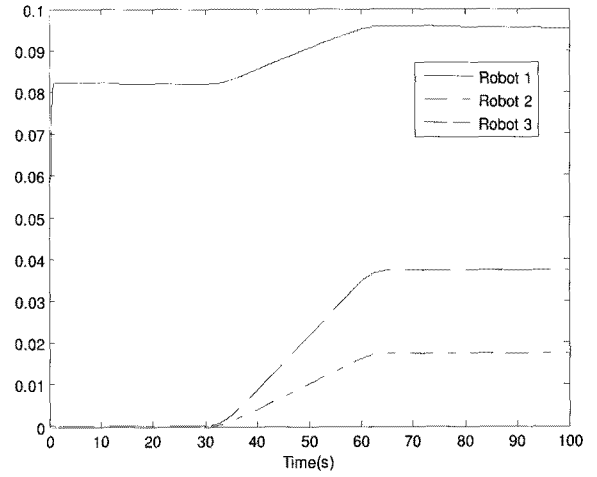


(c) v_3

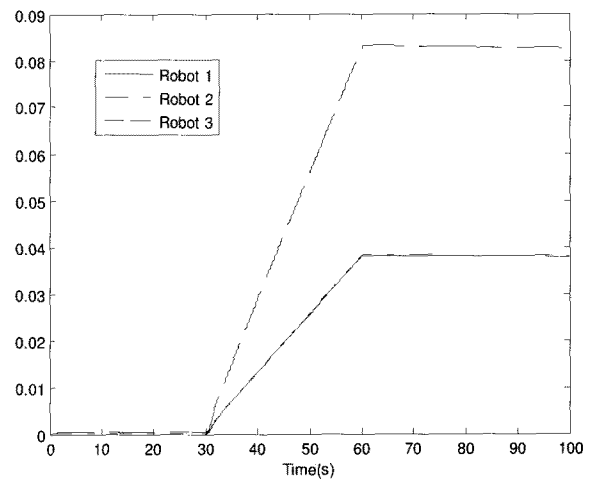
그림 4. 제어 입력들.
Fig. 4. Control inputs.

V. 결론

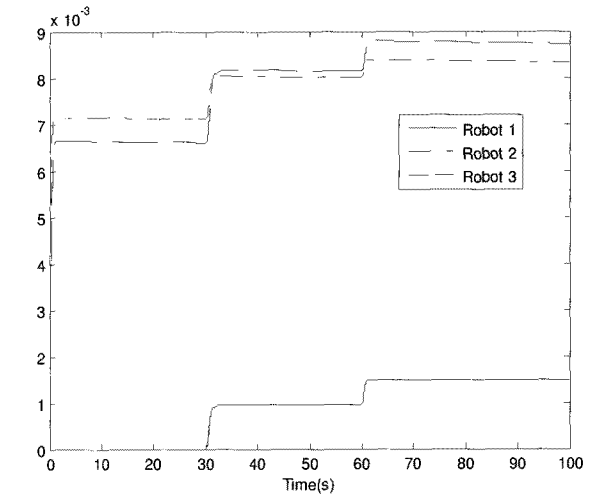
본 논문에서는 바퀴에서의 미끄러짐과 옆으로의 미끄러짐을 모두 고려한 다개체 이동 로봇의 적응 군집 제어 방법을 제안하였다. 간단한 군집 제어 시스템을 설계 하기 위해 동



(a) $\hat{\eta}_{11}, \hat{\eta}_{12}, \hat{\eta}_{13}$



(b) $\hat{\eta}_{21}, \hat{\eta}_{22}, \hat{\eta}_{23}$



(c) $\hat{\eta}_{31}, \hat{\eta}_{32}, \hat{\eta}_{33}$

그림 5. 매개 변수들의 예측값.
Fig. 5. Estimates of parameters.

적 표면 제어 기법을 적용하였다. 또한 미끄러짐을 보상하기 위해 그 유계값을 학습하기 위한 적응 제어 기법을 도입하였다. 르아브노프 안정도 증명에 기반하여 제어된 시스템의 모든 신호들이 균일하게 유계됨을 증명하였고 마지막으로 본

논문에서 제안한 제어 시스템의 성능을 검증하기 위해 모의 실험 결과를 제시하였다. 모의 실험 결과들로부터 본 논문에서 제안된 제어기의 만족스러운 성능을 검증하였다.

참고문헌

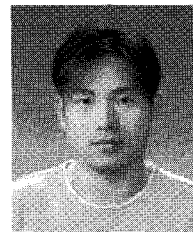
- [1] K. H. Tan and M. A. Lewis, "Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control," in *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 132-139, 1996.
- [2] M. A. Lewis and K. H. Tan, "High precision formation control of mobile robots using virtual structures," *Autonomous Robots*, vol. 4, no. 4, pp. 387-403, 1997.
- [3] K. D. Do and J. Pan, "Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 55, no. 3, pp. 191-204, 2007.
- [4] J. Ghommam, Maarouf Saad, and Faical Mnif, "Formation path following control of unicycle-type mobile robots," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1966-1972, 2008.
- [5] R. W. Beard, J. Lawton, and F. Y. Hadaegh, "A feedback architecture for formation control," in *Proc. of the American Control Conf.*, pp. 4087-4091, 2000.
- [6] P. Ogren, M. Egerstedt, and X. Hu, "A control Lyapunov function approach to multiagent coordination," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 18, no. 5, pp. 847-851, 2002.
- [7] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, Hoboken, NJ: Wiley, 1995.
- [8] D. Wang and C. B. Low, "Modeling and analysis of skidding and slipping in wheeled mobile robots: control design perspective," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 24, no. 3, pp. 676-687, 2008.
- [9] C. B. Low and D. Wang, "GPS-based path following control for a car-like wheeled mobile robot with skidding and slipping," *IEEE Trans. Control System Technology*, vol. 16, no. 2, pp. 340-347, 2008.
- [10] C. B. Low and D. Wang, "GPS-based tracking control for a car-like wheeled mobile robot with skidding and slipping," *IEEE Trans. Mechatronics*, vol. 13, no. 4, pp. 480-484, 2008.
- [11] D. Swaroop, J. K. Hedrick, P. P. Yip, and J. C. Gerdes, "Dynamic surface control for a class of nonlinear systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 45, no. 10, pp. 1893-1899, 2000.
- [12] P. P. Yip and J. K. Hedrick, "Adaptive dynamic surface control: A simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems," *Int. J. Control*, vol. 71, no. 5, pp. 959-979, Nov. 1998.
- [13] S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Adaptive dynamic surface control for stabilization of parametric strict-feedback nonlinear systems with unknown time delays," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 52, no. 12, pp. 2360-2365, 2007.
- [14] P. A. Ioannou and P. V. Kokotovic, *Adaptive Systems with Reduced Models*. New York: Springer-Verlag, 1983.



최 윤 호

1980년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1982년 연세대학교 전기공학과(공학석사). 1991년 연세대학교 전기공학과(공학박사). 1993년~현재 경기대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 비선형 적응 제어, 지능 제어, 네트워크 제어 시스템,

카오스 이론 및 제어, 로봇틱스, 웨이블릿 변환 및 응용.



유 성 진

2003년 연세대학교 전기전자공학과(공학사). 2005년 동 대학원 공학석사. 2009년 동 대학원 공학박사. 관심분야는 비선형 적응 제어, 분산 제어, 신경망 회로 이론, 로봇틱스, 시간 지연 시스템.