

계수조건부 LMI를 이용한 다목적 제어기 설계

Multi-Objective Controller Design using a Rank-Constrained Linear Matrix Inequality Method

김 석 주*, 김 종 문, 천 종 민, 권 순 만

(Seog-Joo Kim, Jong-Moon Kim, Jong-Min Cheon, and Soonmam Kwon)

Abstract : This paper presents a rank-constrained linear matrix inequality (LMI) approach to the design of a multi-objective controller such as H_2/H_∞ control. Multi-objective control is formulated as an LMI optimization problem with a nonconvex rank condition, which is imposed on the controller gain matrix not Lyapunov matrices. With this rank-constrained formulation, we can expect to reduce conservatism because we can use separate Lyapunov matrices for different control objectives. An iterative penalty method is applied to solve this rank-constrained LMI optimization problem. Numerical experiments are performed to illustrate the proposed method.

Keywords : Linear matrix inequality (LMI), PID control, penalty function method

I. 서론

선형 시스템에 대한 강인 제어 이론에서 가장 많은 주목을 받는 부분은 아마도 다목적 제어일 것이다. 강인성과 여러 성능을 동시에 만족시키는 하나의 제어기를 설계하기 위하여 많은 연구가 이루어졌다. 대표적인 예가 혼합 H_2/H_∞ 제어로 H_∞ 성능을 만족시킴으로써 강인성을 유지하고 H_2 최적 제어기를 이용하여 얻고자 하는 성능을 달성하는 것이다[1,2]. 하지만 다목적 제어기 설계 문제는 비볼록(nonconvex) 문제로 현재까지 해석적인 해가 없는 상태이며 제어 분야에서는 대표적인 난제에 속한다.

최근 선형행렬부등식(Linear Matrix Inequality: LMI)의 활발한 연구와 더불어 다목적 제어기의 수치적 해를 얻기 위한 연구가 진행되었다[3]. 하지만 혼합 H_2/H_∞ 제어기를 설계하는 방법으로 공통의 Lyapunov 행렬을 사용하고 소거정리를 이용하는 방법[4]은 보수적인(conservative) 해를 얻을 가능성이 있다. 따라서 보수성을 줄이기 위해서 H_2 및 H_∞ 성능을 위해서 서로 다른 Lyapunov 행렬을 사용하는 방법[5-7]이 제안되었지만 반드시 해를 찾는다는 보장이 없었다. 가장 최근에는 비평활(nonsmooth) 최적화 기법을 이용한 방법[8]이 제안되어 지역적 최적해를 구할 수 있음을 증명하고 대규모 시스템에 적용할 수 있음을 보였지만 알고리즘은 매우 복잡하여 구현하기가 쉽지 않다.

본 논문에서는 정적출력제한 동시안정화 제어기를 계수조건부 LMI로 변환하여 해를 구하는 방식을 제안한 [9]의 방법을 다목적 제어기 설계에 적용하고자 한다. 즉, 제어 목적마다 서로 다른 Lyapunov 행렬을 사용하여 보수성을 줄이고 제어기 형태는 PID 제어기와 같이 특정 제약 조건을 줄 수 있는 계수(rank) 조건부 LMI 정식화를 제안하고

계수조건부 LMI 문제는 페널티 함수법[10]을 이용하여 해를 구하고자 한다. 제안한 방법은 종래의 방법[11]보다 LMI 행렬의 크기가 작아지는 장점이 있다.

본 논문에서 사용하는 주요 표기법은 다음과 같다. $\mathbb{R}^{n \times m}$, \mathbb{S}^n 은 각각 $n \times m$ 행렬과 $n \times n$ 대칭행렬의 집합을 나타낸다. I 는 단위행렬을 나타내고 A^T 는 행렬 A 의 전치(transpose)행렬을, $\text{tr}(A)$ 와 $\text{rank}(A)$ 는 각각 행렬 A 의 대각합(trace)과 계수(rank)를 나타낸다. $A > 0$ (또는 $A \geq 0$)은 행렬 A 가 대칭이고 양한정(positive definite)(또는 양반한정: positive semidefinite)이라는 것을 표시한다. 또한 $(\star)^T A X$ 는 $X^T A X$ 를 나타낸다.

II. 계수조건부 LMI를 이용한 제어기 설계

연속 선형 시불변 일반화 시스템 (1)에 대해서 정적출력제한 제어기를 설계하는 문제를 생각해 보기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 은 상태벡터, $w(t) \in \mathbb{R}^m$ 은 외부입력 벡터, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어입력 벡터, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ 는 측정벡터이고 $z(t) \in \mathbb{R}^r$ 은 제어하고자 하는 출력벡터이다. 또한 행렬 $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}$ 은 주어지는 데이터 행렬이다.

시스템 (1)에서 외란이 없다고 가정하고($w=0$) $u = Ky$ 의 정적출력제한 제어기로 페루프 시스템을 안정화시키는 문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

보조정리 1: 시스템 (1)에서 외란이 없다고 할 때 페루프 시스템을 안정화시키는 제어기 $u = Ky$ 는 다음의 계수조건부 LMI를 만족하는 행렬 $P \in \mathbb{S}^n (P > 0)$ 와 $W \in \mathbb{S}^{m+p} (W \geq 0)$ 그리고 스칼라 $\mu > 0$ 를 찾는 문제가 된다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 8. 7., 채택확정 : 2008. 9. 26.
김석주, 김종문, 천종민, 권순만 : 한국전기연구원
({sjkim,jmkim,jmcheon,smkwon}@keri.re.kr)

$$\begin{bmatrix} PA+A^TP & PB_2 \\ B_2^TP & 0 \end{bmatrix} < (\star)^T W \begin{bmatrix} C_2 0 \\ 0 I \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{rank}(W) = m \quad (3)$$

여기서 W 는 다음과 같이 주어지고

$$W = \begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & \mu L_m \end{bmatrix} \quad (4)$$

제어기 이득 $K = -Y/\mu$ 와 같다.

증명 [9] 참조. ■

보조정리 1의 방법은 종래의 방법[11]보다 계수조건이 있는 LMI의 사이즈가 작아서 연산량 부담을 줄일 수 있는 장점이 있다.

이제 시스템 (1)에 대해서 다음과 같은 일반화된 이차형식(generalized quadratic) 성능조건을

$$\int_0^T [z]^T \begin{bmatrix} Q & R \\ R^T & S \end{bmatrix} [z] dt < 0 \quad (5)$$

만족시키는 $u = Ky$ 의 정적출력제한 제어기를 설계하는 문제를 생각해 보자. 이차형식 (5)에서 H_∞ 제어기인 경우 성능지표는 $Q = I, S = -\gamma^2 I, R = 0$ 이 된다. 다음 보조정리 2가 일반화된 이차형식의 성능조건을 만족하는 제어기에 관한 것이다.

보조정리 2: 선형 시불변시스템 (1)을 안정화키면서 이차형식 목적함수 (5)를 최소화시키는 제어기 $u = Ky$ 의 설계는 다음과 같은 계수조건부 LMI 문제가 된다. 즉, 다음 (6)과 (7)의 LMI와 계수조건을 만족하는 $W \in \mathbb{S}^{m+p}(W \geq 0)$, $P \in \mathbb{S}^n(P > 0)$, $\mu > 0$ 를 구하는 문제가 된다.

$$(\star)^T \begin{bmatrix} 0 & P & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q & R \\ 0 & 0 & R^T & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$< (\star)^T W \begin{bmatrix} C_2 & D_{21} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(W) = m \quad (7)$$

여기서도 W 는 (4)로 주어진다.

[증명] 잘 알려진 바와 같이 시스템 (1)의 페루프 시스템이 안정하면서 목적함수 (5)를 최소화시키는 조건은 Lyapunov 함수를 $x^T P x$ 로 놓으면 다음 (8)이

$$\frac{d}{dt}(x^T P x) + [z]^T \begin{bmatrix} Q & R \\ R^T & S \end{bmatrix} [z] < 0 \quad (8)$$

$u = Ky$ 를 만족하는 모든 x, w, u 에 대해서 성립해야 한다. (8)에 Finsler의 정리를 적용하면 (9)를 만족하는 $\mu > 0$ 가 존재하여야 하며

$$\frac{d}{dt}(x^T P x) + [z]^T \begin{bmatrix} Q & R \\ R^T & S \end{bmatrix} [z] < \mu (Ky - u)^T (Ky - u) \quad (9)$$

(9)에서 z, y 를 풀어쓰면 다음 (10)과 같이 한 개의 행렬부등식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} PA+A^TP & PB_1 & PB_2 \\ B_1^TP & 0 & 0 \\ B_2^TP & 0 & 0 \end{bmatrix} + (\star)^T \begin{bmatrix} Q & R \\ R^T & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & D_{11} & D_{12} \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} < \mu (\star)^T \begin{bmatrix} K^T K & -K \\ -K^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & D_{21} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (10)$$

이제 행렬 W 를 (4)와 같이 정의하면 (6), (7)과 제어기 이득을 얻을 수 있다. ■

여기서 $u = Ky$ 의 정적출력제한 문제만을 언급한 것은 일반적인 저장원 제어기 설계문제가 시스템 확장법(system augmentation)을 이용하면 정적출력제한 문제로 변환될 수 있기 때문이다.

계수조건부 LMI 정식화 (6)과 (7)의 장점은 계수조건이 Lyapunov 행렬이 아닌 이득 행렬 W 에 주어지기 때문에 다목적 제어기 설계시 각 제어 목적마다 다른 Lyapunov 행렬을 사용하여 해의 보수성을 줄일 수 있다는 것이다.

다음으로 H_2 최적제어기는 보조정리 3과 같이 표현할 수 있다.

보조정리 3: 선형 시불변시스템 (1)에서 $D_{11} = D_{21} = 0$ 이라고 할 때 $u = Ky$ 제어기로 페루프 시스템의 H_2 성능이 $\|T_{zw}\|_2 < \gamma_2$ 가 되는 조건은 다음을 만족하는 행렬 $W \in \mathbb{S}^{m+p}(W \geq 0)$, $P \in \mathbb{S}^n(P > 0)$, $\mu > 0$ 가 존재하는 것이다.

$$\text{tr}(B_1^T P_2 B_1) \leq \gamma_2^2$$

$$(\star)^T \begin{bmatrix} 0 & P_2 & 0 \\ P_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ A & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} < (\star)^T W \begin{bmatrix} C_2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\text{rank}(W) = m$$

여기서 W 는 (4)로 주어진다.

III. 다목적 제어기 설계

그림 1과 같이 성능 채널로 H_2 와 H_∞ 지표를 가지는 시스템에 대해서 $u = Ky$ 의 제어기를 설계하는 문제를 생각해 보기로 하고 다음 (12)와 같은 시스템 방정식을 고려하기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_0 w_\infty + B_1 w + B_2 u \\ z_\infty &= C_0 x + D_{00} w_\infty + D_{02} u \\ z_2 &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{20} w_\infty \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 모든 기호는 시스템 (1)과 거의 유사하며 (w_∞, z_∞) 채널이 강인성을 나타내는 ∞ -놈 조건이고 (w_2, z_2) 채널이 페루프 시스템의 성능을 나타내는 2-놈 최적제어기이다.

이제 다목적 제어기는 다음과 같은 최적화 또는 가능해 찾는 문제로 표현된다. 즉, 최적화 문제는 “주어진 강인성 조건 $\gamma_\infty > 0$ 을 만족하면서 페루프 시스템의 2-놈 $\|T_{z_2 w_2}\|_2$ 를 최소화시키는 $u = Ky$ 의 제어기를 설계한다.” 또한 가능해 문제는 “주어진 강인성 조건 $\gamma_\infty > 0$ 와 제어기 성능 조건 $\gamma_2 > 0$ 를 만족하는 $u = Ky$ 의 제어기를 설계한다.”

이 문제를 2장의 정식화를 이용하고 2개의 채널에 각각

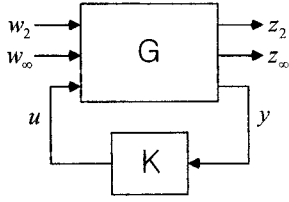


그림 1. 다목적 제어기.
Fig. 1. Multi-objective controller.

의 Lyapunov 행렬을 사용하면 최적화 문제는 다음과 같이 표현할 수 있다. 여기서도 W 는 (4)로 주어진다.

$$\min \text{tr}(B_1^T P_2 B_1) \text{ s. t.} \tag{11}$$

$$\text{LMI} \tag{12}$$

$$(\star)^T \begin{bmatrix} 0 & P_\infty & 0 & 0 \\ P_\infty & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ A & B_0 & B_2 \\ C_0 & D_{00} & D_{02} \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} < (\star)^T W \begin{bmatrix} C_2 & D_{20} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\text{rank}(W) = m$$

계수조건부 LMI 문제 (13)은 비볼록이기 때문에 반복법을 이용하여 해를 구하는 방법이 보통이다.

IV. 페널티 함수법과 계수조건부 LMI 문제

페널티 함수를 이용하여 계수조건이 있는 LMI 최적화 문제를 푸는 방법은 최근 제안되었으며[9,10] 다음과 같은 형태의 문제를 풀 수 있다.

$$\min \quad c^T x \tag{14}$$

$$\text{s. t} \quad x \in \Omega$$

$$\text{rank}(W) = r$$

여기서 x 는 구하고자 하는 변수(앞에서의 상태변수와는 다름)이고 $W(x)$ 는 x 에 관한 아핀(affine) 함수이며 Ω 는 LMI로 표현되는 볼록집합이다.

페널티 함수법 (Penalty Function Method; PFM)은 문제 (14)에서 계수조건을 만족할 때만 영이 되고 나머지 경우에는 영보다 큰 값이 나오는 페널티 함수를 이용하여 문제 (14)를 계수조건이 없는 LMI 최적화 문제로 바꾸고 기존의 LMI 패키지를 이용하여 계수조건이 없는 문제의 해를 순차적으로 구함으로써 문제 (14)의 해를 얻는 방법이다. 여기서 페널티 함수는 행렬 W 의 작은 순서로 $n-r$ 개의 고유치의 합으로 정의된다.

PFM은 전역적 수렴성이 보장되지 않지만 여러 경우에서 매우 실용적인 결과를 보였다[9-11]. 알고리즘에 관한 자세한 사항은 문헌 [9]를 참조하기 바란다.

V. 시뮬레이션

본 논문에서 제안하고 있는 제어기의 설계법의 효용성을 입증하기 위하여 MATLAB을 이용한 시뮬레이션을 수행하였다. LMI 최적화 문제는 SeDuMi 패키지[12]를 이용하였으며 사용자 인터페이스로는 YALMIP[13]를 사용하였다. 먼

저 제약조건이 있는 제어기의 설계 문제에 대한 효용성을 보이기 위하여 강인한 PID 제어기를 설계하는 예제에 대하여 시험하였다.

예제 1. 이 문제는 화학공장에서 흔히 사용하는 연속교반로 (continuous stirred tank reactor CSTR)이다. PID 제어기의 목적은 플랜트의 불확실성을 고려하여 적절한 외란 제거 능력을 가지는 제어기를 설계하는 것으로 시스템은 다음 (15)와 같은 비선형 상태 방정식을 가진다.

$$\dot{x}_1 = -x_1 + D_a(1-x_1)e^{\frac{x_2}{1+x_2/\gamma}} \tag{15}$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 + BD_a(1-x_1)e^{\frac{x_2}{1+x_2/\gamma}} - \beta x_2 + \beta u + d$$

여기서 x_1 은 정규화된 반응로의 농도, x_2 는 정규화된 반응로의 온도, u 는 정규화된 냉각수 온도이고 d 는 외란이며 상수는 다음과 같다.

$$D_a = 0.072, B = 1.0, \beta = 0.3, \gamma = 20.0$$

비선형 상태방정식 (15)를 평형점($x_1 = 0.3, x_2 = 1.96, u = 7.5$)에서 선형화하고 LFT (Linear Fractional Transformation) 형태의 불확실성을 고려하여 (16)과 같은 형태로 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z_\Delta \\ z_p \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_\Delta & B_w & B_u \\ C_\Delta & D_{\Delta\Delta} & D_{\Delta w} & D_{\Delta u} \\ C_p & D_{p\Delta} & D_{pw} & D_{pu} \\ C_y & D_{y\Delta} & D_{yw} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_\Delta \\ w_p \\ u \end{bmatrix}, w_\Delta = \Delta(t)z_\Delta \tag{16}$$

$$\Delta(t) = \begin{bmatrix} \delta_1(t) & 0 \\ 0 & \delta_2(t) \end{bmatrix}, |\delta_1| \leq \eta, |\delta_2| \leq \eta$$

이때 LFT 형태로 표현한 시스템 행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -1.9904 & 0.3280 \\ -0.9904 & -0.9720 \end{bmatrix}, B_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}, C_\Delta = \begin{bmatrix} 0.9184 & 0.0 \\ 0.0 & 0.7858 \end{bmatrix}, C_p = C_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 PID 제어기의 이득은 제어기의 전달함수를 다음 (18)과 같이 놓고

$$C(s) = k_p + k_i \frac{1}{s + \tau_i} + k_d \frac{s}{\tau_d s + 1} \tag{18}$$

전달함수 (18)을 상태공간으로 표현하면 (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$K = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau_i & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_d} & \frac{1}{\tau_d} \\ k_i & -\frac{k_d}{\tau_d} & k_p + \frac{k_d}{\tau_d} \end{bmatrix} \tag{19}$$

이제 다음을 만족하는 K 를 구하는 것이 목적이며

$$\|T_{z_\Delta, w_\Delta}\| \leq \eta^{-1}, \|T_{z_p, w_p}\| \leq \gamma_\infty$$

보조정리 2와 페널티 함수법을 이용하여 설계한 결과는 표 1과 같다.

표 1에서 강인성 변수인 η 를 증가시키면 ∞ -놈이 커지

표 1. CSTR에 대한 강인한 PID 제어기 설계 결과.

Table 1. Computation results of the PID control for the CSTR.

η	k_p	k_i	k_d	$\ T_{z_\Delta w_\Delta}\ _\infty$	$\ T_{zw}\ _\infty$
1.0	-3.58	-1.42	-0.09	0.90	0.12
0.5	-8.15	-5.97	1.18	1.95	0.11
0.1	-204.12	-141.7	30.2	9.36	0.053

고 η 를 감소시키면 ∞ -노드 작아지는 것을 알 수 있다. 이것은 플랜트의 불확실성을 작게 고려하면 외란 제거 성능도 좋아진다는 것을 의미한다.

이와 같이 본 논문에서 제안하고 있는 방법으로 강인한 PID 제어기를 설계할 수 있음을 알 수 있다.

예제 2. 다음은 VTOL 헬기의 종운동(longitudinal motion) 모델이고 이 시스템에서 다목적 제어기를 설계하였다.

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} -0.0366 & 0.0271 & 0.0188 & -0.4555 \\ 0.0482 & -1.0100 & 0.0024 & -4.0208 \\ 0.1002 & 0.3681 & -0.7070 & 1.4200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 B_1 = B_0 &= \begin{bmatrix} 0.0468 & 0 \\ 0.0457 & 0.0099 \\ 0.0437 & 0.0011 \\ -0.0218 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.4422 & 0.1761 \\ 3.5446 & -7.5922 \\ -5.4200 & 4.4900 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 C_1 = C_0 &= \begin{bmatrix} 1.4142 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7071 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \\
 D_{12} = D_{02} &= \begin{bmatrix} 0.7071 & 0 \\ 0 & 0.7071 \end{bmatrix}, \quad D_{00} = D_{11} = D_{21} = 0 \\
 D_{20} &= [0.00039 \ 0.00174]
 \end{aligned} \tag{20}$$

먼저 시스템 (20)에 대하여 플랜트의 불확실성을 고려하지 않고 (13)의 계수조건부 LMI를 구한 결과는 다음 표 2와 같다. 여기서 $\gamma_\infty < 0.42$ 로 [4]와 같이 하였으며 표 2에서 본 논문에서 제안하고 있는 방법이 공통 Lyapunov 행렬을 사용하는 방법[4]보다 덜 보수적인 것을 알 수 있다.

다음으로 본 연구와 비슷한 정식화를 이용한 방법[7]과 비교를 위해서 다음과 같은 불확실성을 고려하고 시뮬레이션을 수행하였으며

$$\begin{aligned}
 B_\Delta &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{\Delta u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{\Delta w} = D_{\Delta\Delta} = 0 \\
 \Delta &= \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix}, \quad |\delta_1| \leq 0.05\alpha, |\delta_2| \leq 0.01\alpha, |\delta_3| \leq 0.04\alpha \tag{21}
 \end{aligned}$$

표 3과 같은 결과를 얻었다. 참고로 표 3에서 PM은 제안한 방법을 의미한다.

표 2. 예제 2의 계산 결과 (강인성 미고려).

Table 2. Computation results for example 2 (without robustness consideration).

	γ_2	γ_∞
Leibfritz[4]	0.4687	0.2943
제안한 방법	0.1050	0.1778

표 3. 예제 2의 계산 결과 (불확실성 고려).

Table 3. Computation results of Example 2 (with robustness consideration).

번호	γ_∞	γ_2	α	K	반복횟수	
					PM	[7]
1	0.5	0.3	3	[0.31 9.89]	3	4
2	0.5	0.3	5	[0.47 13.38]	3	4
3	0.5	0.3	7	[0.58 15.47]	3	4
4	3	3	10	[-1.0 1.67]	9	65
5	10	10	13	[-1.59 3.35]	3	51
6	10	10	14	[-1.68 3.36]	3	65
7	3	3	14	[-2.07 2.82]	3	fail

표 3에서 반복횟수는 본 논문의 방법과 [7]의 방법 모두 같은 종류의 LMI 문제를 반복해서 풀면서 해를 얻는 방법을 사용하고 있기 때문에 총 계산 시간으로도 볼 수 있다. 표 3에서 [7]의 방법은 해를 얻는데 실패한 경우(번호 7)도 있다.

예제 2에서 본 논문에서 제안하고 있는 방법이 계산 시간과 관련된 반복 횟수 측면이나 해를 찾을 수 있는 보수성 측면 모두에서 우수한 성능을 보였음을 알 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 제약조건이 있는 다목적 제어기 설계에 대해서 연구하였다. 다목적 제어기 설계를 위해서 새로운 형태의 LMI 정식화를 제안하였고 이를 반복 페널티 함수법을 이용하여 해를 구하였다. 제안한 방법으로 시뮬레이션을 수행한 결과 양호한 결과를 얻었다.

향후에는 대형 시스템에 대한 적용 연구가 필요할 것으로 판단된다.

참고문헌

- [1] D. S. Bernstein and W. M. Haddad, "LQG control with an H_∞ performance bound: a Riccati equation approach," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 34, no. 3, pp. 291-305, 1989.
- [2] P. P. Khargonekar and M. A. Rotea, "Mixed H_2/H_∞ control: a convex optimization approach," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 36, no. 7, pp. 824-837, 1991.
- [3] C. W. Scherer, P. Gahinet and M. Chilali, "Multiobjective output-feedback control via LMI optimization," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 42, no. 7, pp. 896-911, 1997.
- [4] F. Leibfritz, "An LMI-based algorithm for designing sub-optimal static H_2/H_∞ output feedback controllers," *SIAM J. Control and Optimization*, vol. 39, no. 6, pp. 1711-1735, 2001.
- [5] D. Arzelier and D. Peaucelle, "An iterative method for mixed H_2/H_∞ synthesis via static output feedback," *Proc. IEEE Conf. Decision and Control*, pp. 3644-3649, 2002.
- [6] T. Shimomura and T. Fuji, "An iterative method for

- mixed H_2/H_∞ control design with uncommon LMI solutions," *Proc. American Control Conf.* pp. 3292-3296, 1999.
- [7] D. Peaucelle and D. Arzelier, "Ellipsoidal output-feedback sets for robust multi-performance synthesis," *Proc. European Control Conf.* 2003.
- [8] P. Apkarian, D. Noll, and A. Rondepierre, "Mixed H_2/H_∞ control via nonsmooth optimization," *SIAM J. Control and Optimization*, vol. 47, no. 3, pp. 1516-1546, 2008.
- [9] S. J. Kim, Young-Hyun Moon, and Soonman Kwon, "Simultaneous stabilization by static output feedback: a rank constrained LMI approach," *In Proc. Conf. Decision and Control*, pp. 5162-5167, 2006.
- [10] S. J. Kim and Y. H. Moon, "Structurally constrained H_2 and H_∞ control: A rank-constrained LMI approach," *Automatica*, vol. 42, no. 9, pp. 1583-1588, 2006.
- [11] 김석주, 권순만, 천종민, 문영현 "페널티화된 LMI를 이용한 구조적 제약이 있는 제어기 설계", 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제11권 제8호, pp. 656-661, 2005.
- [12] J. F. Sturm, "Using SEDUMI 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones," Available from <http://fewcal.kub.nl/~sturm>.
- [13] J. Lofberg, "YALMIP 3," Available from <http://control.ee.ethz.ch/~joloef>.

김 석 주



1984년 연세대학교 전기공학과 졸업(학사). 1986년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2007년 동 대학원 전기전자공학과 졸업(박사) 1987년~현재 한국전기연구원 전력시스템연구본부. 관심분야는 강인제어, 실시간 제어.

김 종 문



1988년 인하대학교 전기공학과 졸업(학사), 1990년 인하대학교 전기공학과 졸업(석사), 2005년 부산대학교 전기공학과 졸업(박사), 1991년~현재 한국전기연구원 산업전기연구본부. 관심분야는 강인제어, 자기부상 시스템 제어

천 종 민



1996년 부산대학교 전기공학과 졸업(학사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2007년 ~ 현재 동 대학원 전자전기공학과 박사 과정, 2001년 ~ 현재 한국전기연구원 전력시스템연구본부. 관심분야는 지능제어, 강인제어.

권 순 만



1982년 부산대 전기공학과 졸업(학사). 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 Washington University 졸업(박사). 1984년~현재 한국전기연구원 신재생에너지시스템연구센터장, 관심분야는 신호처리, 무선통신, 제어시스템.