

연구논문

# 1차원 이외의 배경 전기전도도 구조에서 근사 적분방정식을 이용한 3차원 전자탐사 모델링

이성곤<sup>1\*</sup> · Michael S. Zhdanov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>한국지질자원연구원 지하수지열연구부

<sup>2</sup>Department of Geology and Geophysics, University of Utah

## 3-D EM Modeling Using Approximate Integral Equation Method for the Models with Non 1-D Background Conductivity

Seong Kon Lee<sup>1\*</sup> and Michael S. Zhdanov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Groundwater and Geothermal Resources Division, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources

<sup>2</sup>Department of Geology and Geophysics, University of Utah

**요약 :** 이 연구에서는 배경 전기전도도 구조가 1차원 층서구조가 아닌 경우에도 적분방정식법을 이용하여 비교적 정확히 모델링 할 수 있는 근사적 방법에 대한 유도 과정을 제시하였으며, 이를 기반으로 전자탐사 수치 모델링을 구현하여 그 정확도 및 효율성에 대해 고찰하였다. 이 연구에서 제시된 방법은 통상적인 적분방정식법과 마찬가지로 1차원 층서구조에서의 Green 함수를 그대로 이용할 수 있어 계산 측면에서 매우 효율적이며, 대체적으로 적분방정식을 구성하기 위한 행렬의 크기를 줄일 수 있다. 본 연구에서 개발된 근사 적분방정식 알고리즘을 간단한 수치 모델에 대하여 적용한 결과 정확도는 반응을 구하고자 하는 이상체 부근에서는 거의 차이가 없었으며, 또한 계산 시간에 대한 분석을 통해 이 모델링 알고리즘을 이용하여 역산을 수행하고자 할 때 계산 시간을 대폭 감소시킬 수 있음을 확인하였다. 본 연구에서 제안된 방법은 1차원 층서구조가 아닌 이미 알려진 공통된 구조를 갖는 여러 지질 모델에 대한 전자탐사 반응을 매우 효율적으로 구할 수 있을 것으로 판단된다.

**주요어 :** 적분방정식, 3차원 전자탐사 모델링, 1차원 이외의 배경 전기전도도 구조

**Abstract :** We present a new approximate formulation of the integral equation (IE) method for models with variable background conductivity. This method overcomes the standard limitation of the conventional IE method related to the use of a horizontally layered background only. The new approximate IE method still employs the Green's functions for a horizontally layered 1-D model. However, the new method allows us to use an inhomogeneous background with the IE method. The method was carefully tested for modeling the EM field for complex structures with a known variable background conductivity. It can find wide application in modeling EM data for multiple geological models with some common geoelectrical features, like a known inhomogeneous overburden, or salt dome structures.

**Key words :** integral equation, 3-D EM modeling, non 1-D background conductivity

### 서 론

물리탐사 모델링에서 적분방정식법(integral equation method)은 유한요소법, 유한차분법과 함께 매우 중요한 방법으로 국내외에서 많은 연구가 발표되었다(Wannamaker, 1991; Dmitriev and Nesmeyanova, 1992; Xiong, 1992; Raiche, 1974;

2005년 7월 11일 접수; 2005년 8월 16일 채택

\*Corresponding author

E-mail: seongkon@kigam.re.kr

Address: Groundwater and Geothermal Resources Division,  
Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources,  
30 Gajeong-dong, Yuseong-gu, Daejeon, 305-350 Korea

Hohmann, 1975; Hursán and Zhdanov, 2002; Song *et al.*, 2002). 적분방정식을 이용한 모델링 방법은 지하 전기전도도 구조를 크게 배경 전기전도도(background conductivity)와 이상(異常) 전기전도도(anomalous conductivity)를 갖는 두 부분으로 나누어 이상 전기전도도 영역 내에서 전체 전기장을 구하고 이 영향에 의한 전기장 또는 자기장을 수신점 위치에서 구하는 방법이다. 계산 측면에서 적분방정식법은 오직 이상체(anomalous body)만을 격자로 나누고 이에 대한 행렬 연립방정식을 구성하기 때문에 경계조건을 성립시키기 위하여 모델링 대상 영역보다 매우 먼 곳까지 계산 격자에 포함시켜야 하는 유한요소법이나 유한차분법에 비하여 비교적 적은 기억 용

량과 짧은 계산 시간이 필요한 장점이 있다. 그러나, 적분방정식은 유한요소법에 비하여 다양한 모양을 갖는 모형(모델)을 구성하기가 매우 어려운 단점이 있는데, 이의 근본적인 이유는 적분방정식법의 원리상 효율적인 Green 함수 적분을 위하여 배경 전기전도도 구조의 Green 함수가 무한 매질 혹은 1차원 층서 구조의 Green 함수와 같이 매우 간단한 형태를 취하여야 하기 때문이다. 따라서 통상적인 적분방정식법을 이용한 모델링에서는 수평 층서구조에서 벗어나는 것은 모두 이상체로 취급되어야 한다.

그러나, 현실적으로 모델링을 이용하여 자료를 해석하는 경우 배경 전기전도도 구조를 무한 매질 혹은 1차원 수평 층서 구조로서만 표현하기는 매우 어렵다(Zhdanov and Wilson, 2004). 특히, 지하 층서구조가 수평이 아니고 심도 변화가 있는 경우 혹은 주위에 큰 수직 구조가 있는 경우 등과 같이 모델링에 영향을 줄 수 있는 모든 구조를 다 고려하려면 적분방정식의 계산 영역이 매우 커지게 된다. 이에 따라 모델링을 위해 풀어야 하는 행렬의 크기가 급격히 증가하게 되고 동시에 계산 시간도 매우 증가하게 된다. 또한, 이미 알려진 의미있는 구조가 있고 추가적인 탐사를 통하여 인접지역에 대한 정보를 얻고자 할 때 배경 전기전도도 구조를 1차원 층서구조로 지나치게 단순화할 경우 적분방정식법 모델링을 통하여 구한 전기장 혹은 자기장이 실제와 너무 많은 차이를 보일 가능성이 있다.

그러나, 만약 이미 알려진 임의의 전기전도도 구조를 배경 전기전도도 구조에 포함시킬 수 있다면, 적분방정식법을 이용하여 모델링을 효과적으로 수행할 수 있을 것이다. 이 연구에서는 이와 같은 적분방정식법의 제약을 극복하고 효율적으로 모델링을 수행하기 위하여, 층서구조 이외의 복잡한 배경 전기전도도 구조에서 이상체에 의한 전자탐사 반응을 구하는 근사적인 적분방정식 모델링 알고리즘을 개발하였다. 이를 위하여 적분방정식의 기본식으로부터 배경 전기전도도 구조가 간단한 1차원 층서구조가 아닌 일반적인 경우로 확장하는 방법을 제시하였다. 이 방법의 주된 개념은 배경 1차원 층서구조와의 전기전도도 차이에 의하여 발생하는 이차 전류밀도를 두 부분으로 분리하는데 있다. 즉, 층서구조 이외의 전기전도도 차이에 의하여 발생하는 전류밀도를 배경 매질 내의 불균질 전기전도도 구조(혹은 불균질체)에 의한 초과 전류밀도(excess current density)와 이상체에 의한 이상 전류밀도(anomalous current density)로 구분하여, 이에 따라 얻게 되는 두 개의 적분방정식의 해를 구하는 것이다. 이러한 기본 개념에 근거하여 수치 알고리즘을 구현하였으며, 개발된 모델링 알고리즘의 해의 정확성과 계산 측면에서의 효율성을 수치 모델링 실험을 통하여 고찰하였다.

### 1차원 이외의 배경 전기전도도 구조에서의 적분방정식

Fig. 1은 전자탐사 모델링에서 흔히 접할 수 있는 3차원 모델의 예를 개념적으로 나타내고 있다. 이 모델은 전체적으로 3층 수평 층서구조이나 2층과 3층 사이에는 지층 경계면의 고저 변화가 있고 지하 이상체가 존재한다. 여기서, 전체적인 3층 수평 층서구조의 전기전도도를  $\sigma_n$ 이라 하고, 고저변화로 인하여 수평 층서구조로부터 벗어난 부분  $D_b$ 의 전기전도도를  $\sigma_b = \sigma_n + \Delta\sigma_b$ , 지하 이상체가 존재하는 영역  $D_a$ 의 전기전도도를  $\sigma_a = \sigma_n + \Delta\sigma_a$ 라 하자.

이때 임의의 전자기 송신원으로부터 전자기장이 입사하고 시간의존성을  $e^{+i\omega t}$ 라고 가정하면 맥스웰(Maxwell) 방정식은 다음과 같이 식 (1), (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma_n \mathbf{E} + \mathbf{j} = \sigma_n \mathbf{E} + \mathbf{j}^{\Delta\sigma_b} + \mathbf{j}^{\Delta\sigma_a} + \mathbf{j}^e \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu_0 \mathbf{H} \quad (2)$$

여기서,  $\mathbf{j}^{\Delta\sigma_a}$ 는 이상체  $D_a$ 에서의 이상 전류밀도로서 식 (3)과 같으며,

$$\mathbf{j}^{\Delta\sigma_a} = \begin{cases} \Delta\sigma_a \mathbf{E}, & \mathbf{r} \in D_a \\ 0, & \mathbf{r} \notin D_a \end{cases} \quad (3)$$

$\mathbf{j}^{\Delta\sigma_b}$ 는 수평 층서구조에서 벗어난 불균질체  $D_b$ 에서의 초과 전류밀도로서 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{j}^{\Delta\sigma_b} = \begin{cases} \Delta\sigma_b \mathbf{E}, & \mathbf{r} \in D_b \\ 0, & \mathbf{r} \notin D_b \end{cases} \quad (4)$$

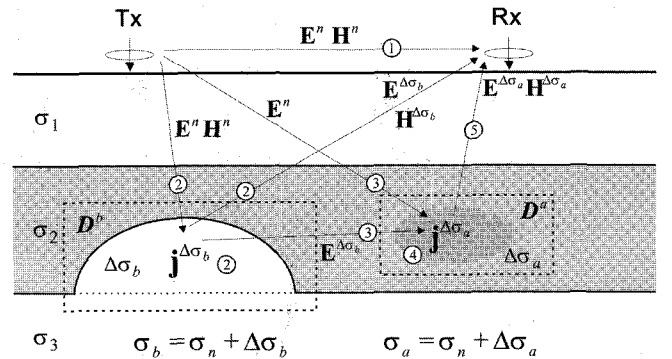


Fig. 1. A sketch of 3-D geoelectrical model with horizontally layered (normal) conductivity,  $\sigma_n$ , inhomogeneous background conductivity,  $\sigma_b = \sigma_n + \Delta\sigma_b$  within a domain  $D_b$ , and anomalous conductivity,  $\sigma_a = \sigma_n + \Delta\sigma_a$ , within a domain  $D_a$ . The EM field in this model is a sum of the normal fields,  $\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n$ , generated by the given source(s) in the model with normal distribution of conductivity,  $\sigma_n$ , a variable background effect,  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}$ , produced by the inhomogeneous background conductivity,  $\Delta\sigma_b$ , and the anomalous fields,  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}$  due to the anomalous conductivity distribution,  $\Delta\sigma_a$ .

식 (1)과 (2)는 모델 내의 임의의 지점에서의 전기/자기장은 층서구조  $\sigma_n$ 에 의한 영향( $\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n$ ), 불균질체  $\Delta\sigma_b$ 에 의한 영향( $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}$ ), 그리고 이상체  $\Delta\sigma_a$ 에 의한 영향( $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}$ )의 합으로 이는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b} + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a} \quad (5)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^n + \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b} + \mathbf{H}^{\Delta\sigma_a} \quad (6)$$

이때 배경 전기장, 자기장을 1차원 층서구조에 의한 전기/자기장과 불균질체에 의한 전기/자기장의 합으로 다음과 같이 정의하면

$$\mathbf{E}^b = \mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b} \quad (7)$$

$$\mathbf{H}^b = \mathbf{H}^n + \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b} \quad (8)$$

식 (5), (6)은 각각 식 (9), (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^b + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a} \quad (9)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^b + \mathbf{H}^{\Delta\sigma_a} \quad (10)$$

한편, 배경 1차원 전기전도도 구조  $\sigma_n$  이외의 영역  $D_a, D_b$ 에 의하여 유도되는 전류밀도 분포는 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}) + \mathbf{j}^{\Delta\sigma_a}(\mathbf{r}) = \Delta\sigma_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \Delta\sigma_a \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (11)$$

적분방정식의 일반적인 유도과정을 식 (1), (2)에 적용하면 식 (12), (13)과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}_j) &= \mathbf{E}^n(\mathbf{r}_j) + \int_{D_b} \hat{\mathbf{G}}_E(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \\ &+ \int_{D_a} \hat{\mathbf{G}}_E(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_a \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}_j) &= \mathbf{H}^n(\mathbf{r}_j) + \int_{D_b} \hat{\mathbf{G}}_H(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \\ &+ \int_{D_a} \hat{\mathbf{G}}_H(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_a \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \end{aligned} \quad (13)$$

식 (12), (13)의 우변 첫번째 적분 항은 배경 전기전도도 구조에 포함될 불균질체  $D_b$ 에서 유기된 초과 전류밀도에 의한 영향을 나타내며, 두번째 적분 항은 이상체  $D_a$ 에서 유기된 전류밀도의 영향을 나타낸다. 식 (5), (6)과 (12), (13)으로부터 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j) = \int_{D_b} \hat{\mathbf{G}}_E(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \quad (14)$$

$$\mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j) = \int_{D_b} \hat{\mathbf{G}}_H(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \quad (15)$$

$$\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_j) - \mathbf{E}^n(\mathbf{r}_j) - \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j)$$

$$= \int_{D_a} \hat{\mathbf{G}}_E(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_a \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}(\mathbf{r}_j) &= \mathbf{H}(\mathbf{r}_j) - \mathbf{H}^n(\mathbf{r}_j) - \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j) \\ &= \int_{D_a} \hat{\mathbf{G}}_H(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_a \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, 편의를 위하여 적분연산자  $\mathbf{G}_E^{D_b}, \mathbf{G}_H^{D_b}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\mathbf{G}_E^{D_b}(\Delta\sigma_b \mathbf{E}) = \int_{D_b} \hat{\mathbf{G}}_E(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \quad (18)$$

$$\mathbf{G}_H^{D_b}(\Delta\sigma_b \mathbf{E}) = \int_{D_b} \hat{\mathbf{G}}_H(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}) \cdot \Delta\sigma_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) dv \quad (19)$$

이와 식 (9), (10)을 이용하여 식 (16), (17)을 다시 쓰면

$$\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{G}_E^{D_a}(\Delta\sigma_a(\mathbf{E}^b + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a})) \quad (20)$$

$$\mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{G}_H^{D_a}(\Delta\sigma_a(\mathbf{E}^b + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a})) \quad (21)$$

이 된다. 식 (20)은  $\mathbf{r}_j \in D_a$  일 경우  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}$ 에 대한 적분방정식임을 알 수 있으며,  $\mathbf{E}^b$ 를 알면 일반적인 적분방정식 해법으로 해를 구할 수 있다. 같은 방법으로

$$\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{G}_E^{D_b}(\Delta\sigma_b(\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b} + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a})) \quad (22)$$

$$\mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{G}_H^{D_b}(\Delta\sigma_b(\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b} + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a})) \quad (23)$$

가 되는 데, 식 (22) 역시  $\mathbf{r}_j \in D_b$  일 경우  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$ 에 대한 적분방정식임을 알 수 있다. 그러나, 식 (20)과 (22)를 살펴보면 보면 두 개의 적분방정식이 서로 종속적임을 알 수 있다. 즉, 식 (20)의 해인  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}$ 를 구하기 위해서는  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$ 를 알아야 하고, 마찬가지로 식 (22)의 해인  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$ 를 구하기 위해서는  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}$ 를 알아야 하는 것이다. 통상적인 적분방정식을 이용하여 해를 구하기 위해서는 일반적으로 두 이상체 영역  $D_b$ 와  $D_a$ 를 하나의 계산 영역에 놓고 하나의 행렬식을 구성하여 해를 동시에 구하게 되는데 이에 따라 행렬식이 커지고 계산 시간이 급격히 증가될 것이다.

한편, 이에 대한 해를 구하기 위하여 Xiong (1992)에 의하여 제안된 반복적인 방법을 이용할 수도 있다. 즉,  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}, \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}$ 의 초기값을 정하고 반복적으로 식 (20)과 (22)의 해를 구하여  $D_b$ 와  $D_a$  영역에서의 전기장  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}, \mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}$ 를 구하여 모델링을 수행하는 방법이다. 그러나, 이 방법 또한 한번에 풀어야 할 행렬의 크기를 줄일 수 있을지 모르나 반복적으로 해를 구하여야 하기 때문에 오랜 계산 시간이 소요된다는 단점이 있다. 이 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

$$|\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}| \gg |\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}| \quad (24)$$

이 가정을 이용하면 식 (22)와 (23)은

$$\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j) \approx \mathbf{G}_E^{D_b}(\Delta\sigma_b \mathbf{E}^b) = \mathbf{G}_E^{D_b}(\Delta\sigma_b(\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b})) \quad (25)$$

$$\mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}(\mathbf{r}_j) \approx \mathbf{G}_H^{D_b}(\Delta\sigma_b \mathbf{E}^b) = \mathbf{G}_H^{D_b}(\Delta\sigma_b(\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{\Delta\sigma_b})) \quad (26)$$

가 되어, 이를 일반적인 적분방정식 해법을 이용하여  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$  를 구할 수 있게 되는데, 이를 다시 식 (20)의 적분방정식에 대입하여  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$  를 구하게 된다. 이 방법의 기본적인 개념은 이상 전기전도도 구조인  $D_a$ 에서는 배경 전기전도도 구조에 포함된 불균질체  $D_b$ 에서 유기된 전류밀도  $\mathbf{j}^{\Delta\sigma_b}$ 에 의한 영향을 고려하나, 이와 반대로  $D_b$ 에서는 이상체  $D_a$ 에서 유기된 전류밀도  $\mathbf{j}^{\Delta\sigma_b}$ 의 영향을 무시하는 것이다.

이 방법의 가정인 식 (24)는 배경 전기장에 비해 이상체에 의하여 발생한 이차 전기장이 매우 작아야 한다는 점에서 개념상 약산란(weak scattering)을 가정하는 일반적인 Born 근사(Zhdanov, 2002)와 유사하다고 볼 수 있다. 그러나, 일반적인 Born 근사는 이상체 내부에서의 모든 산란전류에 의한 영향을 무시하고 배경 전기장에 의한 영향만을 구하는 것이지만, 본 연구에서 개발된 알고리즘에서는 내부가 아닌 일정 정도 거리가 떨어져 있는 외부의 이상체  $D_a$ 에서의 유기되는 산란전류에 의한 영향( $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$ )만을 무시하는 것이다. 또한, 가장 크다고 볼 수 있는 자기 자신 셀에 의한 영향을 포함하여 불균질체  $D_b$  내부의 이차전기장  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$ 에 의한 영향은 무시하지 않고 이

를 포함한 내부의 전체 전기장을 적분방정식을 이용하여 구하게 된다. 따라서,  $D_b$  내부의 전체전기장을 구하는 데 있어 일반적인 Born 근사에 비하여 오차가 적을 것으로 예상할 수 있다.

이 연구에서는 위에서 언급한 식 (25)와 (26)을 이용하여 3차원 전자탐사 모델링 알고리즘(IBCEM3D)을 구현하였으며 전체 과정을 다음의 다섯 단계로 나누었다(Fig. 1). 1단계는 모델 매개변수 입력 및 수신점에서  $\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n$ 를 구하는 것이며, 2단계에서는 배경 구조에 포함되는 영역  $D_b$ 에서 정의되는 근사 적분방정식(식 (25))에 대한 해를 구하기 위한 과정이다. 3단계에서는 2단계에서 구한 전체 전기장 해를 이용하여  $D_a$  영역에서의 전체 배경 전기장을 구하는 과정이며, 4단계에서는  $D_a$ 에서 정의된 적분방정식(식 (20))의 해를 구하는 것으로, 5단계에서는 수신점에서 이상체에 의한  $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}$ 를 구함으로써 최종적으로 모델링을 수행하게 된다.

### 모델 실험을 통한 알고리즘의 타당성 검증 - 정확도 및 계산시간 비교

이 연구에서 개발된 불균질 배경 전기전도도 구조에서의 근사적 적분방정식 모델링 알고리즘에 대한 타당성을 검증하고

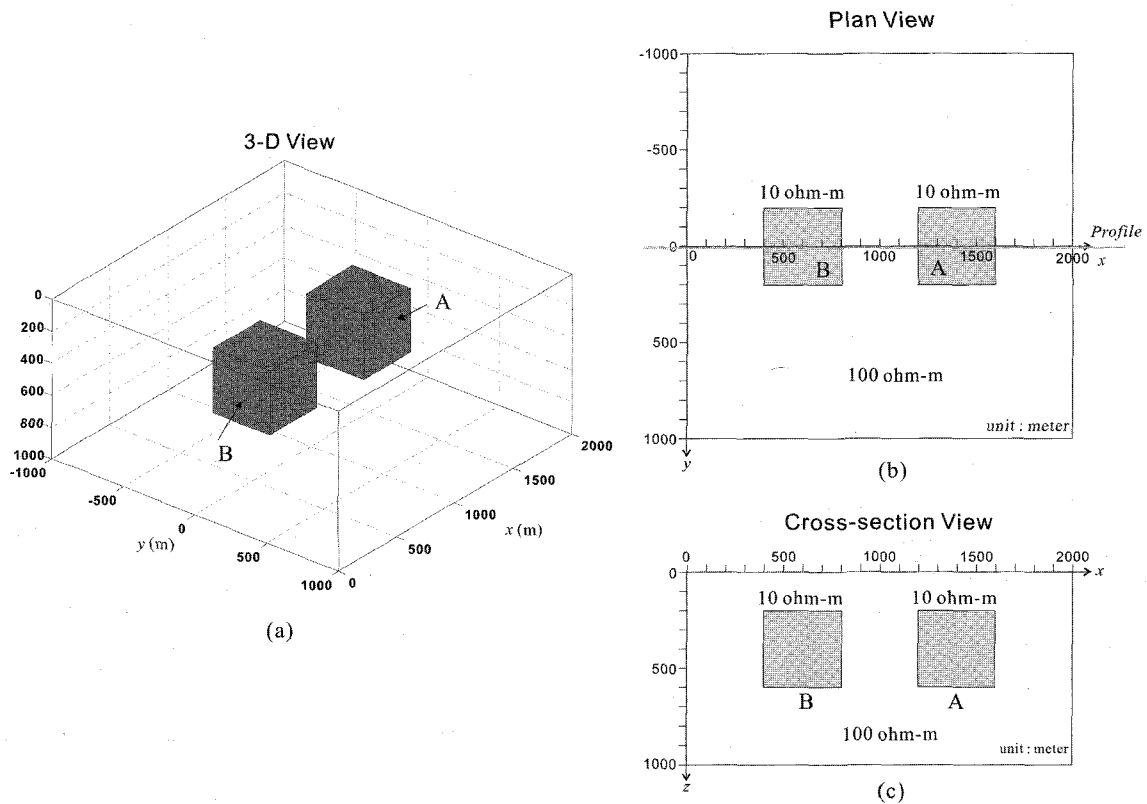


Fig. 2. A sketch of Model 1 used to test the validity of an inhomogeneous background algorithm. Two cubic conductors of the same size and conductivity are embedded in a homogeneous background. Panels (a), (b), and (c) present a 3-D view, a plan view, and the vertical cross section of Model 1, respectively.

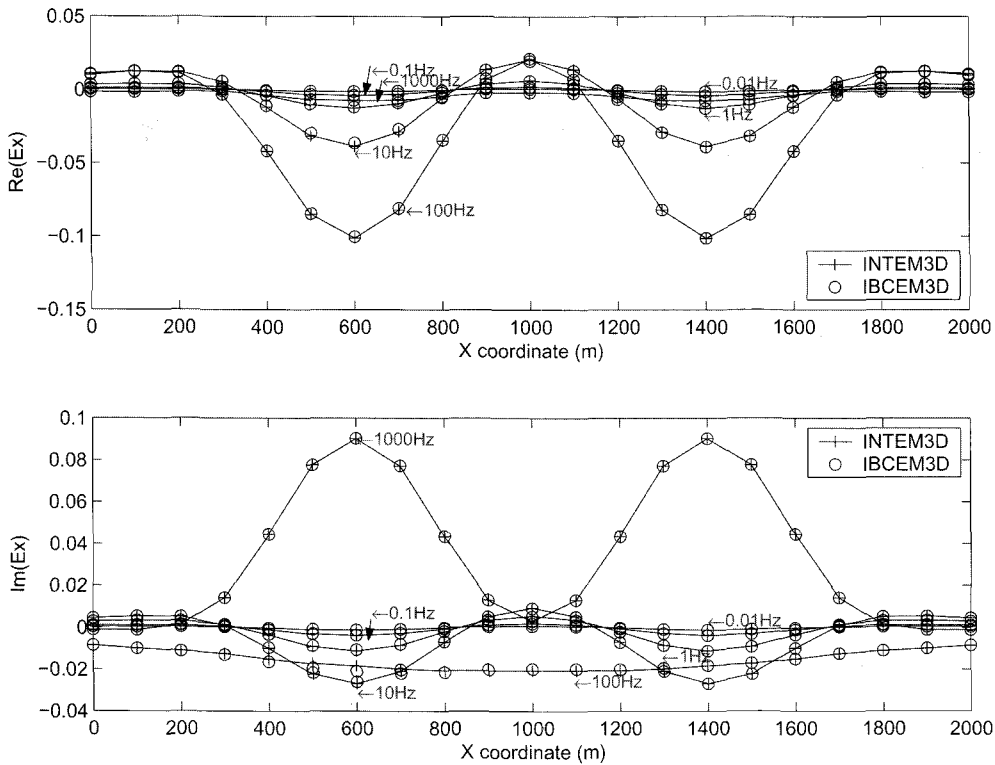
자 간단한 수치 모형에 대하여 적용한 결과를 일반적인 적분방정식법을 이용한 모델링 결과와 정확도와 계산 시간 측면에서 상호 비교하였다. 일반적인 적분방정식 알고리즘을 이용한 계산 프로그램으로는 미국 Utah 대학교의 산학 컨소시엄인 CEMI (Consortium of Electromagnetic Modeling and Inversion) 연구팀에서 개발된 INTEM3D (Hursán and Zhdanov, 2002) 코드를 이용하였다.

Fig. 2는 이를 위하여 설정된 모델(Model 1)이다. 반무한 지하공간에 같은 크기를 갖는 두 개의 전도체 A, B가 있다. 반무한 지하 공간의 전기비저항은 100 ohm-m이며, 두 전도체의 전기비저항은 10 ohm-m이다. 두 개의 전도체는 한 변의 길이가 400 m인 정육면체이며 지표면으로부터 상부까지의 거리는 200 m이고, 두 전도체는 서로 200 m 떨어져 있다. 이 모델에 대하여 다음과 같은 수치모형 실험을 하였으며 정확한 비교를 위하여 서로 같은 모델링 매개변수를 사용하였다. 송신원으로는 전류 양극자(current bipole), 자기장 루프 등 여러 가지를 사용할 수 있도록 구성되었으나, 이 수치 모형 실험에서는 MT 탐사를 가정하여  $xy$ ,  $yx$  분극을 갖는 평면파를 이용하였다. 주파수는 0.01 Hz에서 1,000 Hz까지 로그 등간격의 21개 주파수 성분을 설정하였다. 적분방정식의 행렬 방정식을 풀기 위한 방법으로는 BICGSTAB (bi-conjugate gradient stabilizer; Hursán and Zhdanov, 2002) 방법을 이용하였으며, 행렬 방정

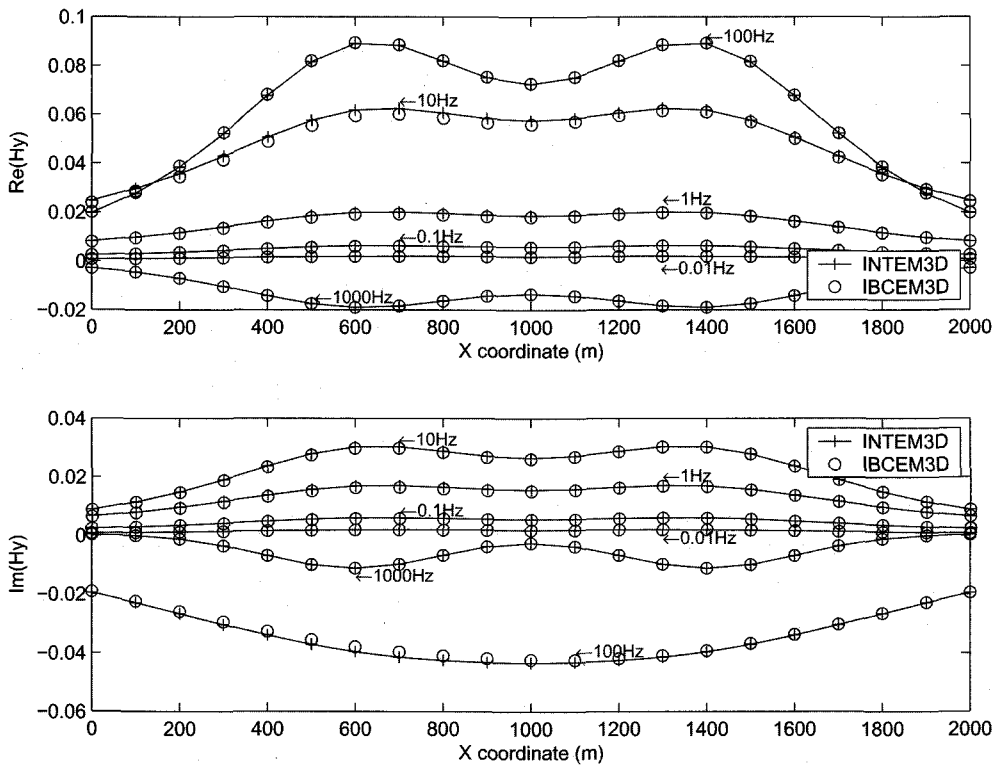
식을 반복적으로 풀기 위한 적합 오차는  $10^{-5}$ 로 설정하였다. 수신기는 100 m 간격으로 지표면 위의  $21 \times 21$  격자 상에 총 441개를 설치한 것으로 가정하였다. 또한, 통상적인 적분방정식법을 이용한 모델링에서는 전도체 A, B를 둘러싼 하나의 영역을 이상체 영역으로 간주하였고, 이 연구에서 개발된 모델링에서는 층서 구조와 전도체 B를 배경 전기전도도 구조로, 전도체 A를 이상체로 간주하였다.

Fig. 3과 4는 모델링을 통해 얻은 결과로 두가지 모델링 알고리즘으로 얻은  $xy$  분극에 대한 반응을 도시한 것으로서, 이차 전기장  $E_x^{\Delta\sigma_a}$  와  $E_x^{\Delta\sigma_b}$  의 합과, 이차 자기장  $H_y^{\Delta\sigma_a}$  과  $H_y^{\Delta\sigma_b}$  의 합을 나타내고 있다. 이 결과는  $y=0$ 인 지점에서  $x$  축을 따라 얻은 것으로, 실선(+)으로 표시된 것은 일반적인 적분방정식법(INTEM3D)의 결과이며 원으로 표시된 것은 이 연구에서 개발된 불균질 배경 매질에서의 적분방정식 알고리즘(IBCCEM3D)에 의한 결과이다. 그림에서 보듯이 모든 주파수 대역에서 두 결과가 매우 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

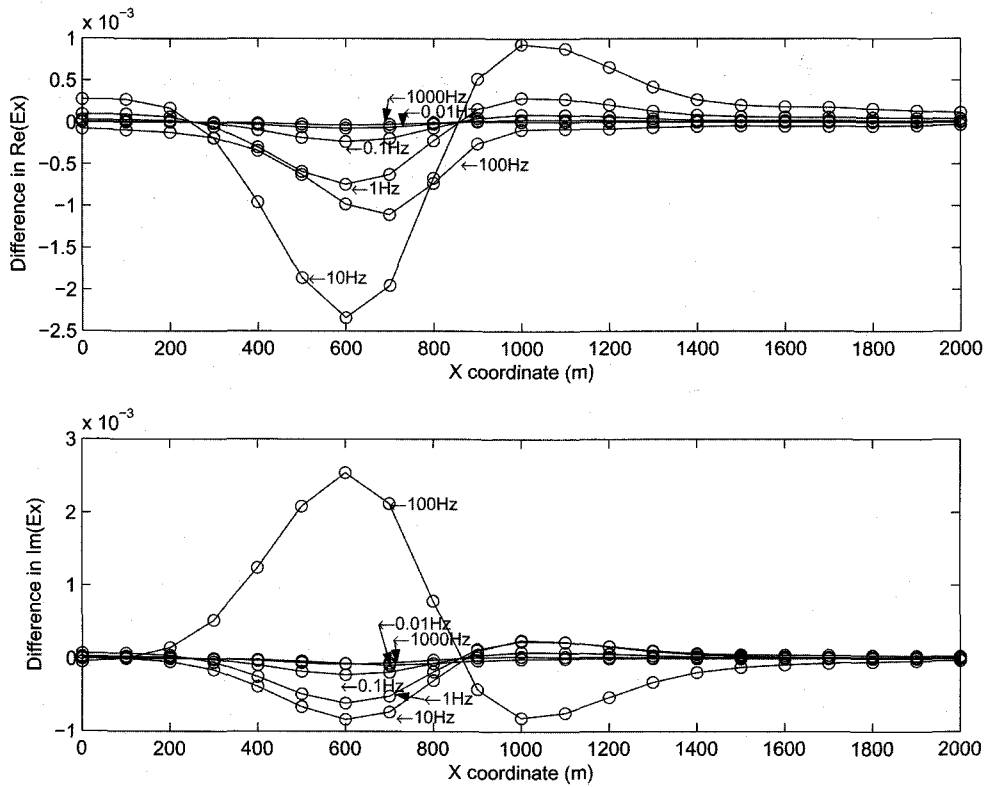
이를 보다 정량적으로 살펴보고자 Fig. 5와 6에 두 알고리즘으로 구한 해의 차이를 도시하였다. Fig. 5와 6에서 보듯이 두 값의 차이는 배경 전기전도도 구조로 가정한 B 부근에서는 약간 증가되나 이상체 A 부근에서는 거의 차이가 없음을 볼 수 있다. 이러한 이유는 이 연구에서 개발된 모델링 알고리즘은 그 원리상 이상체 A에서는 전도체 B에 의한 이차 전류밀도의



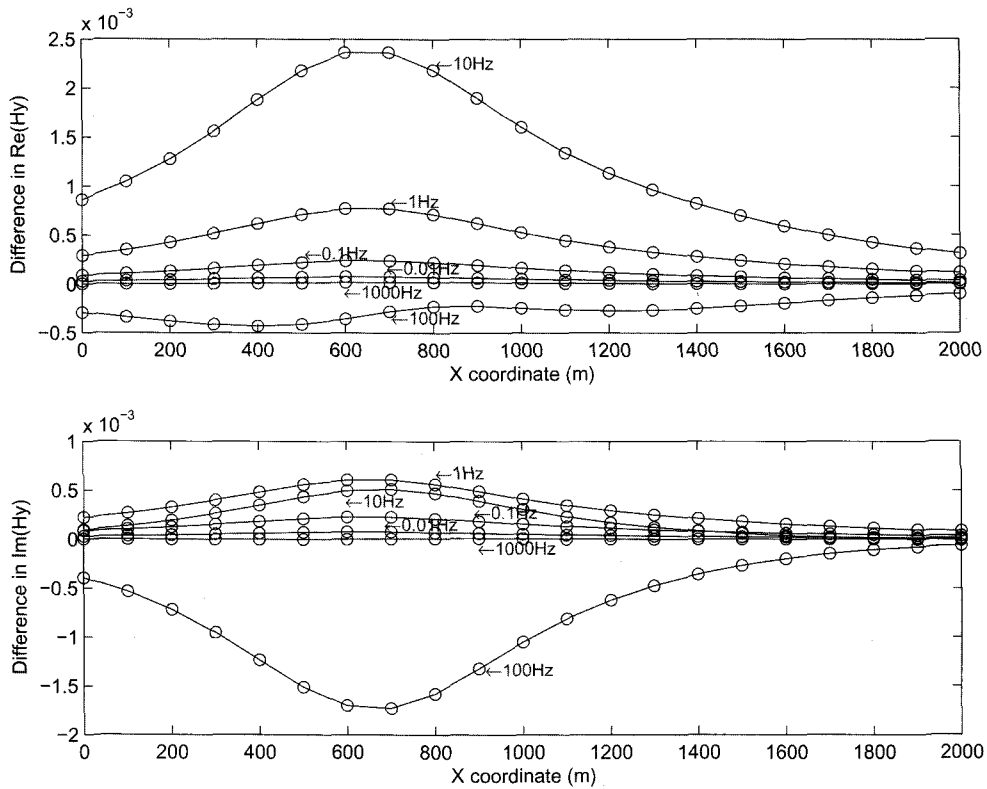
**Fig. 3.** Plots of the real and imaginary parts of the sum of electric fields  $E^{\Delta\sigma_b}$  and  $E^{\Delta\sigma_a}$  along the  $x$ -directed profile at  $y=0$  m. The solid lines with crosses represent the results obtained by the conventional IE method (INTEM3D), while the circles show the data computed using a new inhomogeneous background algorithm (IBCCEM3D). The unit is V/m.



**Fig. 4.** Plots of the real and imaginary parts of the sum of magnetic fields  $H^{\Delta\sigma_b}$  and  $H^{\Delta\sigma_a}$  along the  $x$ -directed profile at  $y=0$  m calculated for Model 1. The solid lines with crosses represent the results obtained by INTEM3D, the circles show the data computed by IBCEM3D. The unit is A/m.



**Fig. 5.** Model 1. Plots of the differences (errors) between the results obtained by two algorithms, INTEM3D and IBCEM3D, for the real and imaginary parts of the sum of electric fields  $E^{\Delta\sigma_b}$  and  $E^{\Delta\sigma_a}$  along an  $x$ -directed profile at  $y=0$  m. The unit is V/m.



**Fig. 6.** Model 1. Plots of the differences (errors) between the results obtained by two algorithms, INTEM3D and IBCEM3D, for the real and imaginary parts of magnetic fields  $\mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}$  and  $\mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}$  along an x-directed profile at  $y=0$  m. The unit is A/m.

영향을 고려하나, 그 반대로 전도체 B에서는 이상체 A에서의 이차 전류밀도의 영향을 고려하지 않기 때문이다. 수신기에서 측정된 이차 전기장 및 자기장의 합에 대한 차이를 분석하여 보면, 이 모델 실험의 경우 전기장의 경우 최대 3%, 자기장의 경우 최대 5% 이내의 정규 오차임을 알 수 있었다. 그러나, 이러한 오차는 배경전도도 구조인 전도체 B의 상부에서 최대이나 이상체 A와 가까운 곳에서는 거의 차이가 없음을 알 수 있는데, 배경 전기전도도 구조를 이미 파악하고 있다는 가정하에 이상체에 의한 반응을 구하는 것이 목적이므로 이 연구에서 개발된 적분방정식 알고리즘의 정확도는 충분하다고 할 수 있다.

계산 측면에서의 효율성을 일반적인 적분방정식 방법과 비교하기 위하여 Table 1에 이 연구에서 개발된 모델링 알고리즘으로 수행된 모델링 실험의 계산시간을 각 계산 단계별로 정리하였다. 512 MB의 메모리와 AMD CPU +2800을 장착한 PC 하에서 일반적인 적분방정식 알고리즘을 이용한 경우 1,623초가 소요되었으며, 본 연구에서 개발된 알고리즘은 2,509초가 소요되었다. 본 연구에서 개발된 알고리즘의 계산 시간이 오히려 더 긴 이유는 앞서서도 언급한 바와 같이 전도체 A와 B에 대하여 두 번의 적분방정식의 해를 구하기 때문이다. 그러나, Table 1에서와 같이 균질 반무한 공간과 이상체 B를 배경매질로 간주하고 이상체 영역의 배경 전기장을 미리

**Table 1.** Computational time of IBCEM3D for Model 1.

| Description |   | T(sec)  |
|-------------|---|---------|
| 1           | Preprocessing   |         |
|             | - reading input parameter file  | 1.7     |
|             | - setup of 1D layer conductivity  | 1.3     |
|             | - sorting receiver parameters   | 6.4     |
|             | - computing $\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n$ at receivers   | 525.3   |
| 2           | Solving IE for inhomogeneous background $D_b$   |         |
|             | - computing $\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n$ in $D_b$   | 0.27    |
|             | - solving system of IE for total electric fields inside $D_b$   | 765.7   |
|             | - computing background effect $\mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}$ at the receiver    | 118.2   |
| 3           | Preprocessing for anomalous field calculation in $D_a$  |         |
|             | - computing the inhomogeneous background effect inside $D_a$  | 198.4   |
|             | - computing the normal electric field $\mathbf{E}^n$ inside $D_a$   | 0.3     |
| 4           | Solving IE for anomalous domain $D_a$   |         |
|             | - solving system of IE for total electric fields inside $D_a$   | 767.8   |
| 5           | Postprocessing  |         |
|             | - computing the anomalous fields $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}$ at the receiver | 117.9   |
|             | - inverse receiver scattering   | 0.03    |
|             | - writing output  | 0.01    |
| Total       |   | 2,509.2 |

구하여 저장하고, 그 이후로는 이를 이용하여 이상체 A에 대한 적분방정식만을 풀게 된다면 계산 시간을 대폭 줄일 수 있음을 알 수 있다. 이러한 점은 특히 이 모델링 알고리즘을 이용하여 역산을 수행하는 경우 더욱 분명해지는데 역산에서는 반복적으로 주로 이상체 영역의 전기전도도를 변경하여 모델링을 하기 때문이며 만약 이상체 영역  $D_a$ 의 전기전도도만이 변하는 경우 4단계와 5단계만이 필요할 것이다. Table 1에 의하면 이 경우 4단계와 5단계의 계산 시간은 886초로 통상적인 적분방정식에 비하여 계산 시간이 대폭 감소할 것임을 예상할 수 있다. 다음에서는 이 알고리즘이 갖는 이와 같은 장점을 최대한 살릴 수 있는 모형인 암염돔-저류층 모델에 대한 응용에 대하여 논하기로 한다.

### 암염돔-저류층 형태의 석유탐사를 위한 해양 MT 탐사 모델링에의 응용

최근 석유탐사 분야에서는 탄성파탐사를 보완하고자 전자탐사를 이용한 예가 많이 보고되고 있으며(Key *et al.*, 2004) 이에 대한 해석 알고리즘에 대한 연구도 비교적 활발한 편이다(Zhdanov *et al.*, 2004). 특히, 탄성파탐사 결과 암염돔의 존재가 확인된 지역에서 추가적인 탐사를 통하여 저류층에 대한 정보를 보다 정확히 파악하기 위하여 전자탐사를 활용하는 경우가 증가하고 있다. 이러한 암염돔-저류층 모델은 본 연구에

서 개발된 알고리즘이 매우 효율적으로 적용될 수 있는데 본 절에서는 이에 대한 응용 예를 제시하고자 한다.

Fig. 7은 이를 위하여 설정된 모델(Model 2)이다. 이 모델은 Zhdanov *et al.* (2004)에 의하여 연구된 바 있는 모델로서 해양에서 수직적으로 발달된 암염돔과 매우 가까이 수평적으로 얇고 넓게 발달한 저류층을 간단하게 표현한 개념적 모델이다. Fig. 7의 수직 방향으로 긴 직육면체는 암염돔을 형상화한 것이며, 그 옆의 판상의 모델은 저류층을 나타내고 있다. 해저 저류층은  $5,000 \times 5,000 \times 100$  m 크기를 가지며 해저면으로부터 상부까지 거리는 700 m이다. 또한 암염돔은 그 크기를  $3,000 \times 3,000 \times 5,000$  m로 설정하였고, 해저면으로부터 상부까지 200 m로 설정되었다. 한편, 바닷물의 전기비저항은 0.3 ohm-m, 암염돔의 전기비저항은 30 ohm-m, 저류층의 전기비저항은 100 ohm-m로 설정하였으며, 0.0003, 0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1 Hz 등 총 8개의 주파수에 대하여 해저면 위의  $26 \times 22$ 의 균일한 격자망에 분포하는 총 572개의 수신점에서  $xy, yx$  분극 평면파에 의한 반응을 구하였다. 모델링 방법으로는 앞의 모델 실험에서와 같이 통상적인 적분방정식법을 이용한 모델링과 본 연구에서 개발된 모델링 방법을 적용하여 그 결과와 계산시간을 비교하였다. 또한, 적분방정식을 구성하기 위하여 이상체내의 분할된 요소의 수평 방향 격자의 크기는  $500 \times 500$  m이며, 수직방향의 격자 크기는 100, 100, 100, 100, 100, 100, 300, 1,000, 3,000 m이다. 따라서, 통

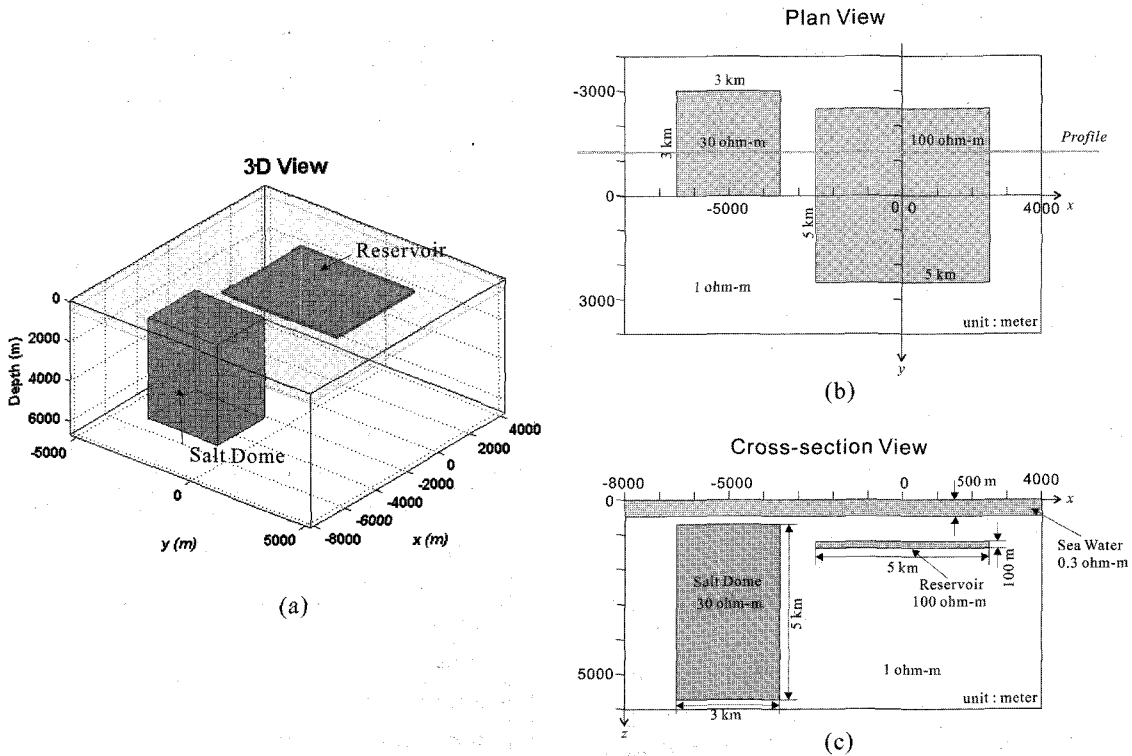
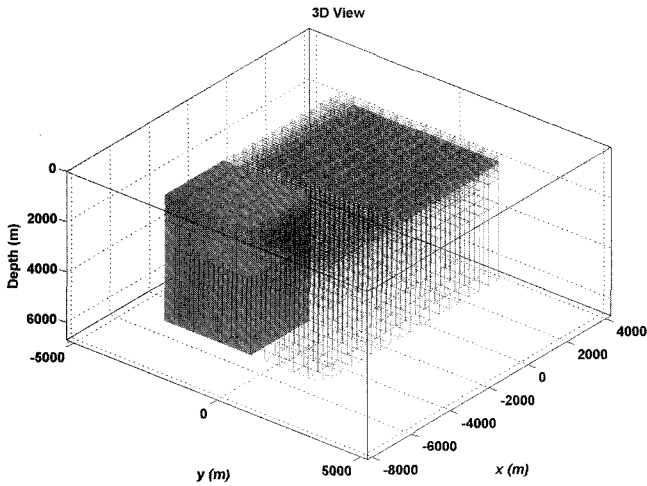


Fig. 7. A sketch of Model 2 of an offshore sea-bottom petroleum reservoir in the presence of a salt dome structure. Panels (a), (b), and (c) present a 3-D view, a plan view, and the vertical cross section of Model 2, respectively.





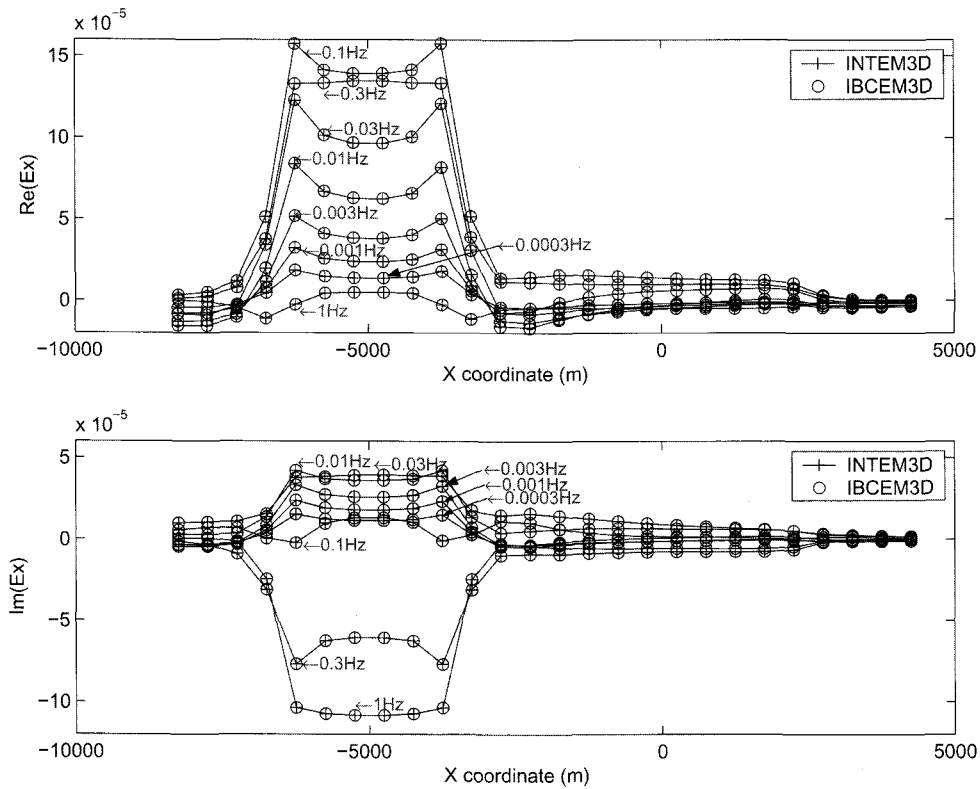
**Fig. 8.** The schematic view of a discretization grid used in the conventional IE method, which requires the discretization of the entire domain containing both the reservoir and the salt dome structure.

상적인 적분방정식을 이용하였을 경우 Fig. 8과 같이 암염돔과 저류층뿐만 아니라 이를 포함한 계산 전체 영역을 1,980개의 셀로 나누었으며, 본 연구에서 개발된 알고리즘의 경우에는 암염돔에 360개, 저류층에 100개 등 총 460개의 셀로 나누었다. 또한, 해양 및 해양 하저 구조를 포함하는 1차원 층서 구조와

암염돔은 배경 전기전도도 구조로 간주하여 모델링을 수행하였다.

Fig. 9와 10은 앞의 예와 같이 모델링 결과 얻은 이차 전기장  $E_x^{\Delta\sigma_b}$ 와  $E_x^{\Delta\sigma_a}$ 의 합과, 이차 자기장  $H_y^{\Delta\sigma_b}$ 과  $H_y^{\Delta\sigma_a}$ 의 합을  $y = -1,250$  m에서  $x$  방향으로 따라 도시한 것이다. 실선(+)은 통상적인 적분방정식법에 의한 결과를 나타내고 있으며, 원은 본 연구에서 개발된 알고리즘에 의한 결과를 나타내고 있다. 결과에서 보듯이 차이가 거의 없음을 알 수 있다. 이 모델과 같이 전도체 내에 있는 고비저항체인 저류층의 반응은 그 크기가 암염돔에 비해 매우 작아 실질적으로 오차의 크기도 상대적으로 더 적게 나타났다.

Table 2는 이에 대한 계산 시간을 요약 정리한 것으로, 이 역시 512 MB의 메모리와 AMD CPU +2800을 장착한 PC하에서의 계산 시간이다. 이 경우 통상적인 적분방정식의 경우 1,667초인 반면 본 연구에서 개발된 알고리즘은 1,001초의 계산 시간이 소요되었다. 앞의 모델과 달리 이 모델에서 계산 시간이 적게 소요된 이유는 통상적인 적분방정식보다 본 연구에서 개발된 알고리즘을 이용할 때 적분방정식 해를 구하기 위한 이상체 내의 격자의 수가 많이 줄었기 때문이다. 특히, 저류층의 기하학적인 구조는 변하지 않고 단지 저류층 영역의 전기전도도만이 변한다고 가정한다면, Table 2에서 확인할 수 있듯이 한번의 모델링당 약 20초 내외의 계산 시간 밖에 소요



**Fig. 9.** Model 2. Plots of the real and imaginary parts of the sum of electric fields  $E_x^{\Delta\sigma_b}$  and  $E_x^{\Delta\sigma_a}$  along an  $x$ -directed profile at  $y = -1,250$  m. The solid lines with crosses represent the results obtained by INTEM3D; the circles show the data computed by IBCEM3D. The unit is V/m

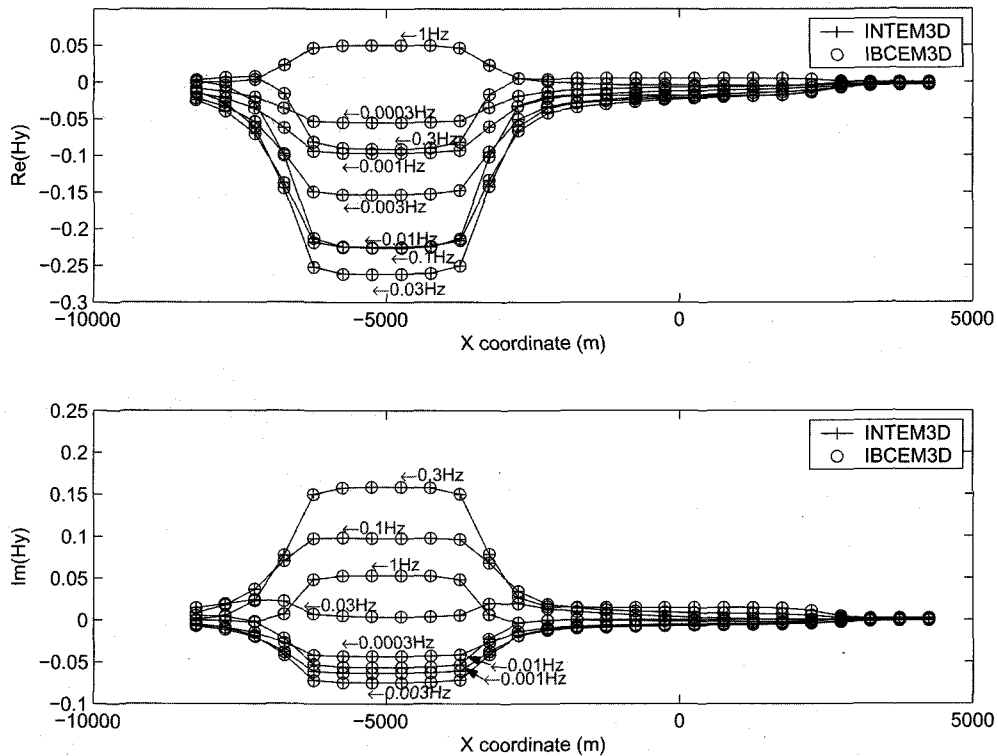


Fig. 10. Model 2. Plots of the real and imaginary parts of the sum of magnetic fields  $\mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}$  and  $\mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}$  along the x-directed profile at  $y = -1,250$  m. The solid lines represent the results obtained by INTEM3D, the circles shows the data computed by IBCEM3D. The unit is A/m.

Table 2. Computational time of IBCEM3D for Model 2.

| Description |   | T (sec) |
|-------------|---|---------|
| 1           | Preprocessing   |         |
|             | - reading input parameter file  | 0.03    |
|             | - setup of 1D layer conductivity  | 0.44    |
|             | - sorting receiver parameters   | 2.1     |
|             | - computing $\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n$ at receivers   | 51.3    |
| 2           | Solving IE for inhomogeneous background $D_b$   |         |
|             | - computing $\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n$ in $D_b$   | 0.07    |
|             | - solving system of IE for total electric fields inside $D_b$   | 873.3   |
|             | - computing background effect $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_b}$ at the receiver    | 31.1    |
| 3           | Preprocessing for anomalous field calculation in $D_a$  |         |
|             | - computing the inhomogeneous background effect $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_b}$ inside $D_a$                  | 19.9    |
|             | - computing the normal electric field $\mathbf{E}^n$ inside $D_a$   | 0.02    |
| 4           | Solving IE for anomalous domain $D_a$   |         |
|             | - solving system of IE for total electric fields inside $D_a$   | 15.8    |
| 5           | Postprocessing  |         |
|             | - computing the anomalous fields $\mathbf{E}^{\Delta\sigma_a}, \mathbf{H}^{\Delta\sigma_a}$ at the receiver | 5.0     |
|             | - inverse receiver scattering   | 0.01    |
|             | - writing output  | 0.01    |
| Total       |   | 1,001.3 |

되지 않음을 확인할 수 있는데, 이는 이 모델링 알고리즘을 이용하여 매우 효율적으로 역산 해석을 할 수 있음을 보여준다

고 할 수 있다.

### 결론

이 연구에서는 일반적인 적분방정식을 이용한 모델링 방법을 확장하여 배경 전기전도도 구조가 수평 층서 구조인 경우 뿐 아니라 임의의 전기전도도 구조인 경우로 확장하는 근사적인 방법을 제시하였으며, 수치 모형 실험을 통하여 그 정확성과 효율성을 고찰하였다. 이 방법은 그 예에서 보듯이 지형의 변화 혹은 암염 돔과 같은 이미 알려진 전기전도도 구조를 적분방정식 모델링에 반영시킬 수 있으며, 또한 일반적인 적분방정식에서와 같이 수평 층서 구조에서 정의된 Green 함수를 그대로 이용할 수 있기 때문에 계산 측면에서 매우 효율적이라 할 수 있다. 또한 통상적인 적분방정식보다 한번에 푸는 행렬의 크기를 줄일 수 있고, 이에 따라 계산 시간을 줄일 수 있는 장점이 있는데, 특히 본 연구에서 제안된 방법은 모델링 반응 계산이 매 반복마다 필요한 물리탐사 자료 역산에 매우 효율적일 것으로 기대된다.

### 사사

이 연구는 한국과학재단의 해외 Post-Doc. 연수 지원사업(현재 학술진흥재단으로 사업 이관)과 미국 Utah 대학교 산하 컨

소시움(CEMI)의 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- Dmitriev, V. I., and Nesmeyanova, N. I., 1992, Integral equation method in three-dimensional problems of low-frequency electrodynamics, *Computational Mathematics and Modeling*, **3**, 313-317.
- Hohmann, G. W., 1975, Three-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling, *Geophysics*, **40**, 309-324.
- Hursán G., and Zhdanov, M. S., 2002, Contraction integral equation method in three-dimensional electromagnetic modeling, *Radio Science*, **37**, 1089, doi: 10.1029/2001RS002513.
- Key, K., Constable, S., and Weiss, C., Mapping 3D salt using 2D marine MT: Case study from Gemini Prospect, Gulf of Mexico, *74th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 596-599.
- Raiche, A. P., 1974, An integral equation approach to three-dimensional modeling, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **36**, 363-376.
- Song Y., Kim H. J., and Lee, K. H., 2002, An integral equation representation of wide-band electromagnetic scattering by thin sheets, *Geophysics*, **67**, 746-754.
- Wannamaker, P. E., 1991, Advances in three-dimensional magnetotelluric modeling using integral equations, *Geophysics*, **56**, 1716-1728.
- Xiong, Z., 1992, Electromagnetic modeling of 3-D structures by the method of system iteration using integral equations, *Geophysics*, **57**, 1556-1561.
- Zhdanov, M. S., 2002, *Geophysical inverse theory and regularization problems*, Elsevier.
- Zhdanov, M. S., and Wilson, G. A., 2004, 3-D inversion of electromagnetic data based on the quasi-analytical approximation for inhomogeneous background conductivity, *74th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 692-695.
- Zhdanov, M. S., Wan, L., Constable, S., and Key, K., 2004, New development in 3-D marine MT modeling and inversion for off-shore petroleum exploration, *74th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 588-591.