

현금흐름을 포함하는 회분식 공정-저장조 망구조의 최적설계

Optimal Design Of Batch-Storage Network with Financial Transactions and Cash Flows

이 경 범*, 이 의 수, 이 인 범
(Gyeongbeom Yi, Euy Soo Lee, and In Beom Lee)

Abstract : This paper presents an integrated analysis of production and financing decisions. We assume that a cash storage unit is installed to manage the cash flows related with production activities such as raw material procurement, process operating setup, inventory holding cost and finished product sales. Temporarily financial investments are allowed for more profit. The production plant is modeled by the Batch-Storage Network with Recycle Streams in Yi and Reklaitis (2003). The objective function of the optimization is minimizing the opportunity costs of annualized capital investment and cash/material inventory while maximizing stockholder's benefit. No depletion of all the material and cash storage units is major constraints of the optimization. A novel production and inventory analysis formulation, the PSW(Periodic Square Wave) model, provides useful expressions for the upper/lower bounds and average level of the cash and material inventory holdups. The expressions for the Kuhn-Tucker conditions of the optimization problem can be reduced to two subproblems and analytical lot sizing equations under a mild assumption about the cash flow pattern of stockholder's dividend. The first subproblem is a separable concave minimization network flow problem whose solution yields the average material flow rates through the networks. The second subproblem determines the decisions about financial investment. Finally, production and financial transaction lot sizes and startup times can be determined by analytical expressions as far as the average flow rates are calculated. The optimal production lot and storage sizes considering financial factors are smaller than those without such consideration. An illustrative example is presented to demonstrate the results obtainable using this approach.

Keywords : optimal, lot-size, batch, storage, network, financial, cash flow

I. 서론

공정연구에서 지금까지 개발된 대부분의 생산계획 모형들은 생산용량과 수요제약을 만족하면서 총비용을 최소화하는 계획을 추구한다. 그러한 생산계획 작성에 있어서 드러나지 않은 가정 중의 하나는 현금 즉 즉시 지불할 수 있는 자산이 무한하다는 것이다. 그러나 현금이야말로 실제로 가장 부족한 자원에 속하는 경우가 많다. 현금 유용성은 작성된 생산계획의 실현 가능성에 영향을 미치는 중요한 요인이다. 생산비용을 뒷바침할 만한 현금의 부족으로 인해 계획된 생산이 이루어지지 못하고, 따라서 다른 자원도 당분간 활용되지 못하며, 현금이 유용해지면 그 동안의 밀린 주문을 보충하기 위해 과도한 생산을 추진해야하는 사태가 종종 일어난다. 이러한 비효율성은 심각한 손실을 초래할 수 있다. 사실 금전거래와 현금흐름은 모든 생산활동과 연관이 있다. 제조업자는 생산목적을 위해 원료물질을 구매한다. 원료의 구매는 공급자에 대한 외상매입 구좌를 생성한다. 대금의 실제 상환은 당좌수표와 같은 지불수단이 은행에 의해 추심되어야 성립된다. 원료물질들은 운전 유틸리티를 소모함으로써 최종제품으로 전환되는데, 이 유틸리티들도 비용을 지출하여 구매되거나 생산되어야한다. 최종제품의 재고는 소비자가 신용구매하면 외상매출 구좌로 바뀌게 된다. 외상매출 대금은 소비자가 제출한 수표와 같은 지불수단을 은행이 추심함으로써 입

금된다. 회사는 이외에도 세금, 임금, 이자 등을 지불해야 하며, 현금재고의 부족을 막기 위하여 은행으로부터 새로운 대출을 추진해야 한다. 만약 현금재고가 넘쳐나면 좀더 나은 수익을 위해 유가증권에 대한 단기투자를 고려해야 한다. 만약 운전자금의 흐름이 잘 관리되지 못하면 수익성 있어보이는 회사도 파산에 이를 수 있는 재정적 위험을 겪게 된다. 외상매출과 재고자산이 과도할 경우 수익성 있는 회사도 빚을 갚지 못하게 된다. 따라서 생산계획을 결정할 때 현금흐름을 고려하는 것은 매우 유용하다. 성공적인 회사는 수익성과 현금흐름의 두가지 관점에서 잘 관리되고 있다.

전통적인 공장설계에 있어서, 투자, 재무와 운전에 관한 의사결정에 있어서 복잡한 상호작용은 별로 고려하지 않고 순서적으로 분석되었다. 이러한 접근법은 의사결정 권한이 다른 부서간에 많은 자율성이 부여된 조직관리 체계와 부합되는 장점을 가지고 있으며, 설계문제의 최종안도 세 부분이 분리되면 매우 단순화된다. 그러나 이러한 세가지 의사결정의 상호작용은 전반적인 사업구조에 중요한 영향을 미치며, 무시하게되면 자금관리에 지속적인 부담을 주게될 수 있다. 재무적인 제약과 결합된 투자계획은 분리적인 접근법에 의해 생성된 계획과 매우 다를 것이다.

통합된 재무생산계획에 대한 다분기 선형 혼합정수계획 모형이 [3]에 발표되었다. 이 논문에는 제품수요, 기계의 생산용량, 원부자재 필요량 뿐만 아니라 노동비, 금융비용의 급상승, 외상매출대금의 회수기간, 현금흐름 등도 고려되었다. 이 논문의 접근법은 매우 보편적이지만 대형 제조회사에 적용될 때 계산량의 과다한 증가가 예상된다. 재무적 제약을 포함하는 발전설비 확장을 위한 공장설계문제가 [4]에 발표되었다. 재무적 활동과 현금흐름을 포함하는 전사적인 자원

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 10. 15., 채택확정 : 2005. 8. 25.

이경범 : 부경대학교 화학공학과(gbyi@pknu.ac.kr)

이의수 : 동국대학교 생명화학공학과(eslee@dgu.ac.kr)

이인범 : 포항공과대학교 화학공학과(iblee@postech.ac.kr)

※ 이 논문은 2005학년도 부경대학교 기성회 학술연구비에 의하여 연구되었음.

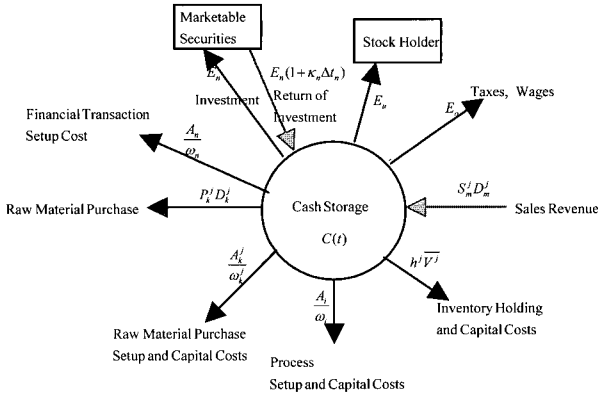


그림 1. 현금저장조와 재무거래.
Fig. 1. Cash storage and financial transactions.

관리를 위한 소프트웨어 설계기법에 관한 논문이 [5]에 발표되었다.

[6]은 사각과 모형이라고 불리는 새로운 생산 재고 해석 기법을 직렬 회분식 공정-저장조 시스템에 적용하였다. [7]에서 공장 구조는 순차적인 다단계 공정-저장조 망구조로 확장되었고, [1]에서 재순환 흐름을 포함하는 비 순차적 망구조로 일반화되었다. 본 연구는 [1]에서 제시된 공정-저장조 망구조에서 일어나는 생산활동을 지원하는 재무거래와 현금 저장조의 존재를 인정한다. 모든 생산활동은 그 비용을 지불하기 위해 현금 저장조로부터 적절한 양의 현금을 지출하는 재무거래가 수반된다. 최종제품이 소비자에게 배달되면 판매대금이 현금 저장조에 입금된다. 현금재고는 고갈되어서는 안된다. 최적화의 목적함수는 연간 자본투자 기회비용과 현금 및 물질재고의 기회비용을 최소화하면서 주주의 배당을 최대화하는 것이다.

- 본 연구의 주요한 가정은 다음과 같다.
- i) 모든 생산 및 재무활동은 주기적이다.
 - ii) 현금과 물질의 흐름은 장기적으로 균형을 유지한다.
 - iii) 현금 및 물질의 재고는 고갈되지 않도록 운전한다.
 - iv) 주주배당금은 일정액을 지불하되 지불주기는 가변적이다.
- 생산을 위한 공정-저장조 망구조에 대한 좀더 자세한 가정은 [1]에 나타나 있다.

II. 현금흐름과 재무거래에 관한 매개 변수와 변수 정의

화학공장을 운영하기 위해 필요한 재무거래를 위한 현금 저장조가 그림 1에 나타나 있다. 하첨자 $n \in N$ 은 유가증권에 대한 단기 재무투자를 나타낸다. 하첨자 $o \in O$ 는 주주를 나타낸다. 세금이나 임금과 같은 다른 지속적인 지출은 불필요한 논의를 피하기 위해 무시될 것이다. 현금 저장조로 유입되는 현금흐름을 정리해 보면;

- CF1) 최종제품 판매에 따른 외상매출금의 회수. 회수지연기간($\Delta t'_m$) 경과함.
- CF2) 이자율이 κ_n \$/\$/year, 투자기간이 Δt_n year 인 단기 투자자본 회수.
- 현금 저장조로부터 유출되는 현금흐름은;
- CF3) 원료구매후 외상매입금의 지불. 지불지연기간($\Delta t'_k$) 이 경과함.

- CF4) 이자율이 κ_n \$/\$/year, 투자기간이 Δt_n year인 단기 재무투자 집행.
- CF5) 구매 준비비 지출.
- CF6) 단기 재무투자 준비비 지출.
- CF7) 공정 준비비용 지출.
- CF8) 재고비용 지출.
- CF9) 주주 배당금 지급.

은행 대출은 초기의 현금부족을 매우기 위해 필요하나 지속적인 대출은 주주 이익을 감소시킬 뿐 최적의 경영과는 거리가 멀다. 따라서 본 연구에서는 은행 대출은 고려하지 않을 것이다. 단기 재무투자는 투자 건당 준비비용 A_n \$/transaction가 지출된다. 즉 단기 투자를 실행할 때마다 A_n \$ 가 현금 저장조에서 지출된다. 이것은 [8]에 나타나 있는 Baumol 의 현금관리 모형으로부터 유추되었으며 기본적으로 EOQ 모형과 유사하다. 그리고 현금흐름 CF5, CF6, CF7의 각종 준비비와 CF8 의 재고 운영비는 해당 물질의 흐름과 비례하여 지출된다고 가정한다. 다시 말하면, 이들의 현금흐름은 해당되는 물질흐름과 같은 주기, 시작시간, 저장조 운전시간 분율을 가지고 있고, 용량만 다르다. 재고운영비의 지불은 재고수준에 비례한다. 각각의 현금흐름은 사각과 모형에 의해 표현되는데 사각과 모형은 다음 식에서 나타나 있듯이 두 가지 형태가 있다.

$$PSW(t; D, \omega, t', x) = D\omega \left[\text{int} \left[\frac{t-t'}{\omega} \right] + \min \left\{ 1, \frac{1}{x} \text{res} \left[\frac{t-t'}{\omega} \right] \right\} \right] \quad (1)$$

또는

$$PSW'(t; B, \omega, t', x) = B \left[\text{int} \left[\frac{t-t'}{\omega} \right] + \min \left\{ 1, \frac{1}{x} \text{res} \left[\frac{t-t'}{\omega} \right] \right\} \right] \quad (2)$$

여기서 D=평균유속, B=용량, ω =주기, t' =시작시간, x=저장조 운전시간 분율, $D = \frac{B}{\omega}$. 우리는 (1)을 제1종 사각과 흐름, (2)을 제2종 사각과 흐름으로 칭할 것이다. 표 1은 제 1, 2종 사각과 흐름의 평균과 상하한 값을 요약하여 보여준다. CF4와 CF9에 대한 사각과 모형의 변수와 매개변수는 각각 E_n, ω_n, t_n, x_n 와 B_o, ω_o, t_o, x_o 으로 정의한다.

표 1. 사각과 모형의 수학적 성질.

Table 1. Mathematical properties of PSW model.

$\overline{PSW}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') + 0.5(1-x)D\omega$
$\overline{PSW}'(t; B, \omega, t', x) = \frac{B}{\omega}(t-t') + 0.5(1-x)B$
$\underline{\underline{PSW}}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') + (1-x)D\omega$
$\underline{\underline{PSW}}'(t; B, \omega, t', x) = \frac{B}{\omega}(t-t') + (1-x)B$
$\underline{PSW}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t')$
$\underline{PSW}'(t; B, \omega, t', x) = \frac{B}{\omega}(t-t')$

III. 비선형 최적화 모델

주주배당금은 보통 일년에 한번 동시에 지급된다. 그러나 본연구에서는 해석적인 해를 구하기 위하여 고정액수의 배당금이 가변적인 주기로 지불된다고 가정한다

$$B_o \equiv \text{constant} \quad \text{and } t_o = t_{o'} (\equiv t_{o'}) \quad \forall o \neq o' \in O \quad (3)$$

이 가정은 Kuhn-Tucker 조건의 해를 구하는 과정에서 간단한 Lagrange 승수를 얻는데 기여한다.

모든 다른 현금흐름은 이미 정의된 변수와 매개변수를 이용하여 나타낸다. 표 2는 (1)과 (2)를 이용하여 현금흐름 CF1~CF9 의 함수적 형태를 나타낸다. C(0)를 초기 현금재고량, C(t)를 시간 t 에서의 현금재고량이라고 정의한다. 그러면 현금재고량은 초기재고량에서 입력 현금흐름 CF1과 CF2를 더 하고 출력 현금흐름 CF3~CF9를 빼면 계산된다.

$$\begin{aligned} C(t) = & C(0) \\ & + \sum_{j=1}^{|M|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j PSW(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j) \\ & + \sum_{n=1}^{|N|} PSW(t; E_n(1 + \kappa_n \Delta t_n), \omega_n, t_n + \Delta t_n, x_n) \\ & - \sum_{j=1}^{|K|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j PSW(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j) \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} PSW(t; E_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & - \sum_{j=1}^{|K(j)|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} PSW'(t; A_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} PSW'(t; A_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} PSW'(t; A_i, \omega_i, t_i^{in}, x_i^{in}) \\ & - \sum_{j=1}^{|I|} h^j \int_0^t V^j(t) dt \\ & - \sum_{o=1}^{|O|} PSW'(t; B_o, \omega_o, t_o, x_o) \end{aligned} \quad (4)$$

현금재고의 평균값(\bar{C})과 하한값(\underline{C})은 표 1에 있는 수식을 이용하여 쉽게 계산된다.

$$\begin{aligned} \bar{C} = & C(0) \\ & + \sum_{j=1}^{|M|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j \overline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j) \\ & - \sum_{j=1}^{|K|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j \overline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j) \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; A_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}'(t; A_i, \omega_i, t_i^{in}, x_i^{in}) \\ & - \sum_{j=1}^{|K(j)|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \overline{PSW}'(t; A_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) - \sum_{j=1}^{|I|} h^j \overline{V}^j t \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & + \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n(1 + \kappa_n \Delta t_n), \omega_n, t_n + \Delta t_n, x_n) \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}'(t; A_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & - \sum_{o=1}^{|O|} \overline{PSW}'(t; B_o, \omega_o, t_o, x_o) \\ C = & C(0) \\ & + \sum_{j=1}^{|M|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j \overline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j) \\ & - \sum_{j=1}^{|K|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j \overline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j) \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}'(t; A_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & - \sum_{j=1}^{|K(j)|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \overline{PSW}'(t; A_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) - \sum_{j=1}^{|I|} h^j \overline{V}^j t \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & + \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}(t; E_n(1 + \kappa_n \Delta t_n), \omega_n, t_n + \Delta t_n, x_n) \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \overline{PSW}'(t; A_n, \omega_n, t_n, x_n) \\ & - \sum_{o=1}^{|O|} \overline{PSW}'(t; B_o, \omega_o, t_o, x_o) \end{aligned} \quad (6)$$

표 2. 현금흐름의 수학적 표현.

Table 2. Mathematical representation of cash flows.

	PSW flow
CF1	$\sum_{j=1}^{ M } \sum_{m=1}^{ M(j) } S_m^j PSW(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j + \Delta t_m^j, x_m^j)$
CF2	$\sum_{n=1}^{ N } PSW(t; E_n(1 + \kappa_n \Delta t_n), \omega_n, t_n + \Delta t_n, x_n)$
CF3	$\sum_{j=1}^{ K } \sum_{k=1}^{ K(j) } P_k^j PSW(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j + \Delta t_k^j, x_k^j)$
CF4	$\sum_{n=1}^{ N } PSW(t; E_n, \omega_n, t_n, x_n)$
CF5	$\sum_{j=1}^{ K(j) } \sum_{k=1}^{ K(j) } PSW'(t; A_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j)$
CF6	$\sum_{n=1}^{ N } PSW'(t; A_n, \omega_n, t_n, x_n)$
CF7	$\sum_{i=1}^{ I } PSW'(t; A_i, \omega_i, t_i^{in}, x_i^{in})$
CF8	$\sum_{j=1}^{ I } h^j \int_0^t V^j(t) dt$
CF9	$\sum_{o=1}^{ O } PSW'(t; B_o, \omega_o, t_o, x_o)$

우리는 현금의 유입과 유출은 장기적으로 균형을 이룬다고 가정한다. 현금 저장조를 둘러싼 각 현금흐름의 평균유속은 다음 균형식을 만족한다.

$$\sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j D_m^j + \sum_{n=1}^{|N|} \kappa_n \Delta t_n E_n = \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j D_k^j + \sum_{i=1}^{|I|} \frac{A_i}{\omega_i} + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \frac{A_k^j}{\omega_k^j} + \sum_{n=1}^{|N|} \frac{A_n}{\omega_n} + \sum_{j=1}^{|J|} h^j \overline{V^j} + \sum_{o=1}^{|O|} \frac{B_o}{\omega_o} \quad (7)$$

여기서 E_n \$/year 은 단기자본투자의 평균유속이다. (5)와 (6)은 표 1에 있는 식과 (7)을 이용하여 단순화된다.

$$\begin{aligned} \overline{C} = & C(0) \\ & + \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j \left[0.5(1-x_m^j) D_m^j \omega_m^j - D_m^j (t_m^j + \Delta t_m^j) \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j \left[0.5(1-x_k^j) D_k^j \omega_k^j - D_k^j (t_k^j + \Delta t_k^j) \right] \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} A_i \left[0.5(1-x_i^{in}) - \frac{t_i^{in}}{\omega_i} \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} A_k^j \left[0.5(1-x_k^j) - \frac{t_k^j}{\omega_k^j} \right] \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} A_n \left[0.5(1-x_n) - \frac{t_n}{\omega_n} \right] \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \left[\kappa_n \Delta t_n t_n + \kappa_n (\Delta t_n)^2 + \Delta t_n - 0.5(1-x_n) \kappa_n \Delta t_n \omega_n \right] E_n \\ & + \sum_{o=1}^{|O|} \left[\frac{t_o B_o}{\omega_o} - 0.5 B_o (1-x_o) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \underline{C} = & C(0) \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j \left[D_m^j (t_m^j + \Delta t_m^j) \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j \left[(1-x_k^j) D_k^j \omega_k^j - D_k^j (t_k^j + \Delta t_k^j) \right] \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} A_i \left[(1-x_i^{in}) - \frac{t_i^{in}}{\omega_i} \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} A_k^j \left[(1-x_k^j) - \frac{t_k^j}{\omega_k^j} \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|J|} h^j \left[\overline{V^j} - \underline{V^j} \right] \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \left[\kappa_n \Delta t_n t_n + \kappa_n (\Delta t_n)^2 + \Delta t_n + (1-x_n) \omega_n \right] E_n \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} A_n \left[(1-x_n) - \frac{t_n}{\omega_n} \right] \\ & + \sum_{o=1}^{|O|} \left[\frac{t_o B_o}{\omega_o} - B_o (1-x_o) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

(8)과 (9)에 있는 마지막 항 속의 $\sum_{o=1}^{|O|} \frac{B_o}{\omega_o}$ 는 (7)에 의해 더욱 전개될 수 있다. 현금이 부족하면 막대한 초과 금융비용이 발생하므로 현금 저장조가 고갈되지 않으려면 (9)는 영보다 크야 한다. 따라서 $\underline{V^j} \geq 0$ 와 $\underline{C} \geq 0$ 는 최적화의 제약식이 된다.

현금제고의 기회비용을 η (\$/\$/year) 라고 하자. 최적화의 목적함수는 공정/저장조에 대한 시설투자와 현금/물질제고에 대한 연간 기회비용을 최소화하면서 주주배당을 최대화하는 것이다.

$$\begin{aligned} TC = & \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \left[a_k^j D_k^j \omega_k^j \right] + \sum_{i=1}^{|I|} \left[a_i D_i \omega_i \right] \\ & + \sum_{n=1}^{|N|} \left[a_n E_n \omega_n \right] + \sum_{j=1}^{|J|} \left[b^j \overline{V^j} \right] \\ & + \eta \overline{C} + \sum_{j=1}^{|J|} \gamma^j \overline{V^j} - \sum_{o=1}^{|O|} \frac{B_o}{\omega_o} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 a_n (\$/\$/year) 은 단기 재무투자에 비례하는 연간 자본투자비용으로서 a_k^j 와 a_i 와 수학적으로 비슷한 역할을 한다. (7)을 이용하면 (10)은 다음과 같이 바뀐다.

$$\begin{aligned} TC = & \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \left[\frac{A_k^j}{\omega_k^j} + a_k^j D_k^j \omega_k^j + P_k^j D_k^j \right] \\ & + \sum_{i=1}^{|I|} \left[\frac{A_i}{\omega_i} + a_i D_i \omega_i \right] + \sum_{n=1}^{|N|} \left[\frac{A_n}{\omega_n} + a_n E_n \omega_n \right] \\ & + \sum_{j=1}^{|J|} \left[(h^j + \gamma^j) \overline{V^j} + b^j \overline{V^j} \right] \\ & - \sum_{n=1}^{|N|} \kappa_n \Delta t_n E_n - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j D_m^j + \eta \overline{C} \end{aligned} \quad (11)$$

독립변수는 주기 $\omega_k^j, \omega_i, \omega_n$, 시작시간 t_k^j, t_i^{in}, t_n 과 평균유속 D_k^j, D_i, E_n 로 결정된다. D_k^j, D_i, E_n 가 매개변수로 고려되면 변수 $\omega_k^j, \omega_i, \omega_n$ 와 t_k^j, t_i^{in}, t_n 에 대하여 목적함수 (11)은 볼록하고 제약식은 선형이다. 그러나 D_k^j, D_i, E_n 에 대해서는 확실하지 않다. D_k^j, D_i, E_n 가 매개변수일 때 먼저 $\omega_k^j, \omega_i, \omega_n$ 와 t_k^j, t_i^{in}, t_n 에 대한 Kuhn-Tucker 해를 구하고, 그 뒤 D_k^j, D_i, E_n 에 대해서는 수치해석적 방법으로 계속 답을 구할 것이다.

IV. Kuhn-Tucker 조건의 해

제약식 $\underline{V^j} \geq 0$ 와 $\underline{C} \geq 0$ 를 고려한 Lagrangian 은;

$$L = TC - \sum_{j=1}^{|J|} \underline{\lambda}^j \underline{V^j} - \underline{\lambda} C \quad (12)$$

여기서 $\underline{\lambda}^j$ 와 $\underline{\lambda}$ 는 음이 아닌 Lagrange 승수이다. 설계

변수가 음이 아니라는 제약조건은 문제가 복잡해지는 것을 피하기 위해 생략되었다. (12)에 대한 Kuhn-Tucker 조건의 해는;

$$\omega_k^j = \sqrt{\frac{A_k^j}{D_k^j \Psi_k^j}} \quad (13)$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{A_i}{D_i \Psi_i}} \quad (14)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{A_n}{E_n \Psi_n}} \quad (15)$$

여기서

$$\Psi_k^j = \left(\frac{h^j + \gamma^j + \eta h^j + \eta P_k^j}{2} + b^j \right) (1 - x_k^j) + a_k^j \quad (16)$$

$$\Psi_i = a_i + (1 - x_i^{in}) \sum_{j=1}^{|I|} \left(\frac{h^j + \gamma^j + \eta h^j}{2} + b^j \right) f_i^j + (1 - x_i^{out}) \sum_{j=1}^{|I|} \left(\frac{h^j + \gamma^j + \eta h^j}{2} + b^j \right) g_i^j \quad (17)$$

$$\Psi_n = a_n + \eta(1 - x_n)(1 + 0.5\kappa_n \Delta t_n) \quad (18)$$

(13)과 (14)로 계산되는 최적 생산주기값은 재무적 비용요소 때문에 지금까지 유도된 어떠한 EOQ 모형의 값보다 작다. 승수값이 모두 양수이므로 $\underline{V}^j = 0, \underline{C} = 0$ 이다. $\underline{V}^j = 0$ 로부터;

$$\sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j t_k^j + \sum_{i=1}^{|I|} (g_i^j - f_i^j) D_i t_i^{in} = V^j(0) - \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 - x_m^j) D_m^j \omega_m^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j \omega_m^j - \sum_{i=1}^{|I|} [(1 - x_i^{in}) f_i^j + (1 - x_i^{out}) g_i^j] D_i \omega_i \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{|M|} \left\{ (t_o - t_n) + \frac{(1 - x_n)}{\Psi_n} \right\} \sqrt{A_n \Psi_n E_n} \\ & + \sum_{n=1}^{|M|} [\Delta t_n (1 + \kappa_n \Delta t_n) - \kappa_n \Delta t_n (t_o - t_n)] E_n \\ & = C(0) + \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j D_m^j (t_o - t_m^j - \Delta t_m^j) \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} [A_i (1 - x_i^{in}) + \sqrt{A_i \Psi_i D_i} (t_o - t_i^{in})] \\ & - \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \left[P_k^j D_k^j \left\{ (1 - x_k^j) \omega_k^j + (t_o - t_k^j - \Delta t_k^j) \right\} \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \left[A_k^j (1 - x_k^j) + \sqrt{A_k^j \Psi_k^j D_k^j} (t_o - t_k^j) \right] \\ & - \sum_{j=1}^{|I|} (1 + t_o) h^j \bar{V}^j - \sum_{o=1}^{|O|} B_o (1 - x_o) - \sum_{n=1}^{|M|} A_n (1 - x_n) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서

$$\bar{V}^j = \sum_{k=1}^{|K(j)|} \frac{(1 - x_k^j)}{2} D_k^j \omega_k^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} \frac{(1 - x_m^j)}{2} D_m^j \omega_m^j \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1 - x_i^{out})}{2} g_i^j D_i \omega_i \\ & + \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1 - x_i^{in})}{2} f_i^j D_i \omega_i \end{aligned}$$

최적의 물질 저장조 크기는 $\bar{V}^j = 2 \bar{V}^j$ 이다. 최적상태에서 현금저장조의 평균재고 수준은 (8)와 (19)에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} \bar{C} &= \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j [0.5(1 - x_m^j) D_m^j \omega_m^j] \\ & + \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j [0.5(1 - x_k^j) D_k^j \omega_k^j] \\ & + \sum_{o=1}^{|O|} 0.5 B_o (1 - x_o) \\ & + \sum_{i=1}^{|I|} 0.5 A_i (1 - x_i^{in}) + \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} 0.5 A_k^j (1 - x_k^j) \\ & + \sum_{n=1}^{|M|} 0.5 A_n (1 - x_n) + \sum_{j=1}^{|I|} h^j \bar{V}^j \\ & + \sum_{n=1}^{|M|} (1 - x_n) (1 + 0.5\kappa_n \Delta t_n) \omega_n E_n \end{aligned} \quad (22)$$

최적 현금 저장조 크기는 $\bar{C} = 2 \bar{C}$ 이다. 최적의 목적함수 값은 (10), (13)~(18)과 (22)로부터 계산된다.

$$\begin{aligned} *TC(D_k^j, D_i, E_n) &= 2 \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \sqrt{A_k^j \Psi_k^j D_k^j} \\ & + \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j D_k^j + 2 \sum_{i=1}^{|I|} \sqrt{A_i \Psi_i D_i} \\ & + 2 \sum_{n=1}^{|M|} \sqrt{A_n \Psi_n E_n} - \sum_{n=1}^{|M|} \kappa_n \Delta t_n E_n \\ & + \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} \left[\left(\frac{h^j + \gamma^j + \eta h^j + \eta S_m^j}{2} + b^j \right) (1 - x_m^j) \omega_m^j \right] D_m^j \\ & - \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} [S_m^j] D_m^j \\ & + \eta \sum_{i=1}^{|I|} 0.5(1 - x_i^{in}) A_i + \eta \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} 0.5(1 - x_k^j) A_k^j \\ & + \eta \sum_{n=1}^{|M|} 0.5(1 - x_n) A_n + \eta \sum_{o=1}^{|O|} 0.5 B_o (1 - x_o) \end{aligned} \quad (23)$$

(7)은 (13)~(18)에 의해 다음과 같이 바뀐다.

$$\begin{aligned} \sum_{o=1}^{|O|} \frac{B_o}{\omega_o} &= \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} S_m^j D_m^j \\ & - \sum_{j=1}^{|I|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \left[\sqrt{A_k^j \Psi_k^j D_k^j} + P_k^j D_k^j \right] \\ & - \sum_{i=1}^{|I|} \sqrt{A_i \Psi_i D_i} - \sum_{n=1}^{|M|} \sqrt{A_n \Psi_n E_n} \\ & + \sum_{n=1}^{|M|} \kappa_n \Delta t_n E_n - \sum_{j=1}^{|I|} h^j \bar{V}^j \end{aligned} \quad (24)$$

표 3. 예제의 재무적 입력 출력자료.

Table 3. Financial input and output data of example.

(Input Data)

	h^j	γ^j	S_m^j	Δt_m^j	Δt_{k1}^j
J1	0.03	0.07			1/12
J2	0.2	0.3			1/12
J3	0.3	0.7			1/12
J4	2	3			1/12
J5	0.2	0.3			
J6	20	30			
J7	0.25	0.4	1006	1/12	
J8	0.3	0.4	1008	1/12	
J9	0.3	0.45	1010	1/12	

	Δt_{k2}^j	Δt_{k3}^j	P_{k1}^j	P_{k2}^j	P_{k3}^j
J1	1/12		1004	1005	
J2			1006		
J3	1/12	1/12	1002	1002	1002
J4			1003		

	κ_n	Δt_n	a_n, x_n	A_n
N1	0.1	0.5	0	10
N2	0.07	1/12	0	10

(Output Data)

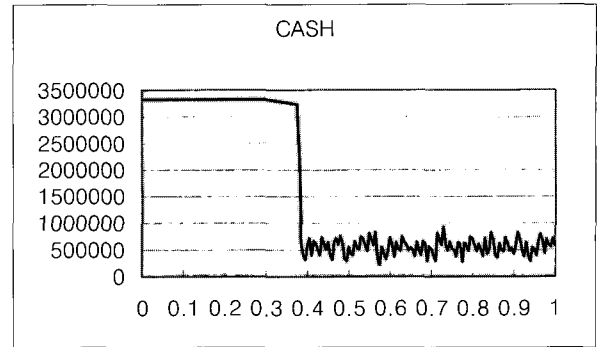
	E_n	B_n	ω_n	t_n
N1	82850	4021	0.04853	0.7
N2	0	0	0	0

V. 설계 예제

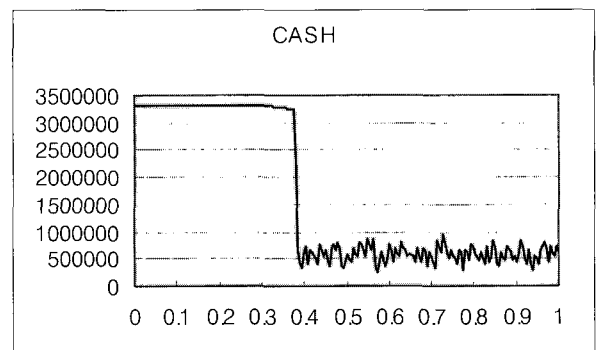
우리는 현금 유용성이 무한하다는 가정하에 계산된 [1]에 있는 같은 예제문제를 다루고자 한다. 본 연구에서는 현금흐름과 재무거래에 중점을 두고자 한다. 추가적인 입력자료는 표 3에 요약되어 있다. 초기 현금재고량은 \$3,332,087로 정해졌다. 주주배당의 흐름은 단순화하기 위해 연속흐름으로 가정되었다. 주주배당 시작시간은 0.4 year이다. 단기 재무투자를 고려하지 않았을 때, (22)와 $\bar{C} = 2 \cdot \bar{C}$ 에 의해 계산된 최대 현금 저장조 크기는 그림 2(a)에서도 확인되는 바와 같이 114,406이다. $\sum_{j=1}^{|J|} h^j \int_0^T V^j(t) dt$ 는 수치해석적으로 계산되었다.

그림 2에서 나타난 바와 같이 외상매출금의 회수 이전에 원료구매를 위해 막대한 초기 현금수요가 발생하므로 이를 매우기 위해 막대한 초기 현금재고가 필요하다. 은행 대부는 본 연구에서는 다루지 않았지만 이러한 초기 현금부족을 메우는 한가지 방법이다.

단기 재무투자의 예를 보이기 위하여, 위의 예에서 주주배당 시작시간이 0.4에서 0.5년으로 지연되었다. 그 결과 단기 재무투자를 할 수 있는 약간의 과다 현금 재고가 누적되었고, 표 3에 제시된 자료에 의해 N1과 N2 두개의 투자품목이 존재한다. 단기 재무투자 시작시간은 각각 0.7년으로 결정되었다. 제약식 (20)와 목적함수 (23)을 갖는 분리가능한 오목함수



(a) $\sum_{n=1}^{|M|} E_n = 0$ and $t_p = 0.4$



(b) $\sum_{n=1}^{|M|} E_n > 0$ and $t_p = 0.5$

그림 2. 최적설계로부터 계산된 현금 재고 변화.

Fig. 2. Cash inventory profile resulted from optimal design.

최소화 문제를 [9]에 제시된 구간별 선형화 방법으로 풀 결과 표 3의 출력자료에 나타나 있으며, 현금 재고 변화는 그림 2(b)에 나타나 있다. 목적함수와 제약식에 있는 분리가능한 비선형 항들은 5개의 구간으로 선형화되었으며, GAMS/CPLEX 7.0을 사용하여 완벽한 최적점을 찾는데 보통의 컴퓨터로 2초 이내에 수렴하였다. 주주배당의 평균 유량은 479,569 \$/year에서 481,738 \$/year로 증가하였다. 이러한 이익의 증대는 주주배당 시작시간이 0.1년 연기된 댓가이다. 현금 재고량의 최대크기도 \$1,114,406에서 \$1,133,495로 증가하였다.

VI. 결론

본 연구는 생산과 재무를 결합하여 최적의 의사결정을 지원하는 모형을 제시했다. 재무적 제약의 존재하에 수립된 최적의 생산계획은 현금 유용성이 무한하다는 가정하에 수립된 계획과 다르게 나타났다. 재무적 요소를 고려한 최적의 생산용량과 저장조 크기는 고려하지 않은 것에 비해 작게 나타났다. 최적화의 목적함수는 시설에 대한 자본투자와 현금 및 물질 재고의 기회비용을 최소화하면서, 주주 이익배당을 최대화하는 것이다. 현금과 물질의 주문미달 비용이나 순서의존적인 생산준비비용은 고려되지 않았다. 현금과 물질의

평균 유속은 분리가능한 오목함수 최소화 문제를 선형 혼합 정수 계획법으로 계산하였다. 최적 생산용량과 시작시간은 해석적인 해에 의해 계산되었다. 여유 자금이 있을 때 단기 재무투자의 최적수준은 기본적으로 비볼록 비선형 문제를 풀어야 하나 투자 시작시기만 정해지면 분리가능한 오목최소화 문제를 구간별 선형화 방법으로 쉽게 풀 수 있었다. 본 연구의 문제의 범위는 재무와 생산을 포괄하므로 방대하나 대부분 해석적인 해에 의해 결과가 산출되고 수치적인 부분도 풀기가 용이한 형태로 전환되므로 계산량에 관한 제약은 다른 수치적인 방법에 비해 극소화 되었다.

본 연구에서 사용된 공정-저장조 망구조는 생산과 재무거래 뿐만 아니라 수송과 구매 등을 포함하는 대부분의 공급 사슬망 활동을 포괄하여 해석할 수 있다. 본 연구는 비록 수익성이 높은 회사라 할지라도 유동자금의 운영미숙으로 파산하는 것을 막아서 진정한 기업 최적화를 이루는데 기여할 것이다.

참고문헌

[1] 이경범, 이의수 “비순차 회분식 공정-저장조 망구조 최적설계,” 제어 · 자동화 · 시스템 공학회 논문지, 제9권, 제 5호, pp. 407-412, 5, 2002.

[2] 이경범, “원료 및 제품 저장조를 포함하는 병렬 비연속 공정의 최적설계,” 제어 · 자동화 · 시스템 공학회 논문지, 제3권, 제5호, pp. 532-541, 10, 1997.

[3] O. Kirca and M. Koksalan, An Integrated Production and Financial Planning Model and an Application, *IIE Trans.*, vol. 28, p. 677, 1996.

[4] S. Majumdar and D. Chattopadhyay, A Model for Integrated Analysis of Generation Capacity Expansion and Financial Planning, *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 14, p. 466, 1999.

[5] M. Badell and L. Puigjaner, Advanced Enterprise Resource Management Systems for the Batch Industry, *Computers and Chemical Engineering*, vol. 25, p. 517, 2001.

[6] 이경범, “준비비와 재고비를 고려한 직렬 비연속 공정과 중간 저장조의 최적설계,” 제어 · 자동화 · 시스템 공학회 논문지, 제3권, 제4호, pp. 398-405, 8, 1997.

[7] 이경범, 이의수 “회분식 공정-저장조 그물망 구조의 최적설계,” 제어 자동화 시스템 공학회 논문지, 제4권, 제6호, pp. 802-810, 12, 1998.

[8] T. S. Maness and J. T. Zietlow, *Short-Term Financial management*, The Dryden Press, p. 498, 1998.

[9] P. N. Tsiakis, N. Shah and C. C. Pantelides, Design of Multi-echelon Supply Chain Networks under Demand



이 경 범

1961년 1월 3일생. 1983년 서울대학교 화학공학과 학사. 1985년 KAIST 화학공학과 석사. 1992년 PURDUE 대학 화학공학과 박사. 1985년~1988년 쌍용정유 공정기사. 1992년~1996년 호남정유 기술연구소 연구원. 1996년~현재 부경대학교

화학공학과 부교수. 관심분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등.



이 의 수

1955년 3월 30일생. 1978년 서울대학교 화학공학과 학사. 1980년 KAIST 화학공학과 석사. 1988년 PURDUE 대학 화학공학과 박사. 1980년~1994년 (주)포스코켄 중앙연구소에서 연구실장. 1994년~현재 동국대학교 화학공학과 교수. 관심

분야는 회분식공정 설계 및 합성, 공정 스케줄링 및 최적화, 공정자동화 등.



이 인 범

1955년 8월 25일생. 1977년에 연세대학교 화학공학과 학사. 1979년 KAIST 화학공학과 석사. 1987년 PURDUE 대학 화학공학과 박사. 1979년~1982년 KAIST 화공연구부 연구원. 1988년~현재 포항공과대학교 화학공학과/환경공학부 교수.

동 학교의 지능자동화 연구센터와 환경연구소 소장 역임. 관심분야는 화학공정 설계 및 합성, 공정 스케줄링 및 최적화, 공정자동화, 친환경 공정 개발 등.