

The Effects of the Statistical Uncertainties in Monte Carlo Photon Dose Calculation for the Radiation Therapy

Kwang-Ho Cheong · Tae-Suk Suh and Byung-Chul Cho*

Dept. of Biomedical Engineering, The Catholic University of Korea
Dept. of Radiation Oncology, Hallym University Sacred Heart Hospital*

방사선 치료를 위한 몬테칼로 광자선 선량계산 시 통계적 불확실성 영향 평가

정광호 · 서태석 · 조병철*

가톨릭의대 의공학교실, 한림성심병원 방사선종양학과*

(2003년 11월 20일 접수, 2004년 5월 28일 채택)

Abstract - The Monte Carlo simulation requires very much time to obtain a result of acceptable accuracy. Therefore we should know the optimum number of history not to sacrifice time as well as the accuracy. In this study, we have investigated the effects of statistical uncertainties of the photon dose calculation. BEAMnrc and DOSXYZnrc systems were used for the Monte Carlo dose calculation and the case of mediastinum was simulated. The several dose calculation result from various number of histories had been obtained and analyzed using the criteria of isodose curve comparison, dose volume histogram comparison(DVH) and root mean-square differences(RMSD). Statistical uncertainties were observed most evidently in isodose curve comparison and RMSD while DVHs were less sensitive. The acceptable uncertainties ($\overline{\Delta D}$) of the Monte Carlo photon dose calculation for the radiation therapy were estimated within total 9% error or 1% error for over than $D_{max}/2$ voxels or voxels at maximum dose.

Key words : Monte Carlo, statistical uncertainties, evaluation criteria

요약 - 몬테칼로 모의실험을 이용하여 방사선 선량을 계산할 경우 원하는 정확도를 얻기 위해서는 계산입자(histories) 수가 많아야 하므로 시간이 오래 걸리게 된다. 그러므로 정확성을 유지할 수 있으면서 시간을 최소화할 수 있는 최적의 계산입자 수를 결정해야 할 필요가 있다. 본 연구에서는 계산입자 수에 따른 통계적 불확실성의 영향을 평가한 후 최적의 계산입자 수 결정을 위한 불확실성의 한계를 제시하고자 하였다. 몬테칼로 코드로는 BEAMnrc와 DOSXYZnrc를 사용하였으며, 모의 흉부 팬텀에 대하여 계산입자 수를 달리하면서 광자선 선량을 계산한 후 통계적 오차가 적은 벤치마크와 비교하였다. 통계적 오차의 영향을 분석하기 위하여 임상적으로 널리 이용되는 등선량 곡선 비교, DVH, RMSD 방법을 이용하였다. 연구 결과 통계적 오차의 영향은 등선량 곡선 비교와 RMSD 비교에서 크게 나타났으나 DVH에서의 영향은 크지 않은 것으로 나타났다. 방사선 치료를 위한 광자선 선량계산을 할 경우 전체 통계적 불확실성 ($\overline{\Delta D}$) 9% 또는 $D_{max}/2$ 이상을 갖는 체적소에 대한 통계적 오차 1%, 또는 최대 선량지점에서의 통계적 불확실성 1% 정도가 적정 수준임을 확인할 수 있었다.

중심어 : 몬테칼로, 통계적 불확실성, 평가기준

서론

몬테칼로 모의실험을 이용하여 방사선 선량을 구하는 것은 현재까지의 선량계산 방법 중에서 가장 정확하며 궁극적인 선량계산 방법으로 여겨지고 있으나[1-3] 계산 시간이 오래 걸리기 때문에 아직 방사선 치료에서의 일상적인 치료계획을 위한 선량계산 방법으로는 이용되지 못하고 있다. 몬테칼로는 통계적인 방법으로 문제를 풀기 때문에 필연적으로 통계적 불확실성이 나타나게 된다[4-8]. 통계적 불확실성은 계산입자 수의 제곱근에 반비례하여 감소하기 때문에 만족할만한 정확도를 얻기 위해서는 계산입자 수가 커야 한다. 몬테칼로 계산시간은 계산입자 수에 비례한다.

각 체적소(voxel)에서 광자 및 전자에 의해 에너지가 전달되는 양은 통계적인 의미를 가지며 정규분포로 나타난다. 가령 n 개의 계산입자 수를 갖는 경우, 임의의 체적소 내에서의 평균선량은 식 (1)과 같이 정의된다[7,8].

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i \quad (1)$$

여기서 D_i 는 i 번째 계산입자에 의한 선량의 기여분이다. 계산입자 수가 증가하게 되면 D 의 분포는 \bar{D} 를 중심으로 정규분포를 따르고 이때의 분산 (σ^2)은 식 (2)와 같이 정의된다. 몬테칼로 모의실험에서의 통계적 불확실성 (s^2)은 식 (3)과 같이 분산을 n 으로 나눈 값이 된다[7,8]. 본 논문에서 통계적 불확실성은 기호 s 를 사용하여 통계의 분산과 구분하도록 하였다.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2 = \frac{\sum_{i=1}^n D_i^2}{n} - \bar{D}^2 \quad (2)$$

$$s^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{\sum_{i=1}^n D_i^2}{n} - \bar{D}^2 \right) \quad (3)$$

몬테칼로 모의실험으로 방사선 선량 계산 시 임의의 (i,j,k) 번째 체적소에 대한 상대적인 통계적 불확실성은 코드에 따라 다르게 정의하고 있으나 기본개념은 같다. EGS 코드의 최신버전인 EGSnrc에서는 "history by history statistics" 방식을 이용하여 식 (4)와 같은 방법으로 선량값의 통계적 불확실성을 나타내고 있다[9,10].

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \left(\frac{\sum_{i=1}^n D_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n} \right)^2 \right)} \quad (4)$$

여기서 n 은 계산입자 수이며, D_i 는 i 번째 계산입자에 의해 기여된 선량을 의미한다.

방사선 치료계획용 선량계산을 위해 최적화된 몬테칼로 코드 중의 하나인 MCDOSE에서는 계산입자 수 대신 에너지 전달의 이벤트 수에 대하여 식 (5)와 같이 통계적 불확실성을 평가하고 있는데 이는 체적소의 선량값에 대한 상대적인 값으로 나타난다[11]. 여기서 D_{ijk} 는 (i,j,k) 번째 체적소에서의 선량값, δD_{ijk} 는 통계적 불확실성 값으로 식 (4)와 같은 의미이다. e_i 는 체적소에 축적된 에너지의 양이며 n 은 에너지가 축적되는 횟수를 의미한다. 이 때의 계산입자 수와 에너지 전달의 이벤트 수가 일치하지는 않는다.

$$\frac{\delta D_{ijk}}{D_{ijk}} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2 - (\sum e_i)^2/n}{(n-1)(\sum e_i)^2/n}} \quad (5)$$

N 개의 체적소를 갖는 경우 통계적 불확실성의 평균은 오차의 평균을 구하는 일반적인 방법으로 다음 식과 같이 구할 수 있다[12].

$$\overline{\Delta D^2} = \frac{1}{N} \sum \left(\frac{\delta D_{ijk}}{D_{ijk}} \right)^2 \quad (6)$$

Rogers 등은 통계적 불확실성과 모의실험 시간을 고려하여 몬테칼로 모의실험의 효율을 식 (7)과 같이 정의하였는데[5,13] 이는 몬테칼로 모의실험 효율의 상대적인 비교를 위해 일반적으로 이용되고 있다.

$$\epsilon = \frac{1}{\overline{\Delta D^2} T} \quad (7)$$

그러나 체적소에 따라 선량의 분포차이가 크기 때문에 어느 선량값 이하에서의 통계적 불확실성은 의미가 약해진다. 이에 Rogers와 Mohan은 최대선량의 50% 이상을 갖는 체적소들에 대해서만 통계적 불확실성을 평가할 것을 제안한 바 있다[14]. 통계적 불확실성 즉 표준편차가 작아진다는 것은 선량값이 실제값(참값)에 근접함을 의미한다. 그러나 계산입자 수가 증가함에 따라 통계적 불확실성은 감소하지만 계산입자 수가 무한대가

되지 않는 한 통계적 불확실성은 없어지지 않는다. 그러므로 실제 몬테칼로 모의실험을 위해서는 통계적 불확실성의 적절한 한계를 설정해야 하며 이는 정확성을 유지할 수 있으면서 시간을 최소화할 수 있는 최적의 계산입자 수의 결정을 의미한다. 계산입자 수의 결정을 위해서는 여러 가지 평가기준을 설정할 수 있으나, 본 연구에서는 계산입자 수에 따른 통계적 불확실성의 영향을 임상적으로 사용하는 평가기준 및 계산의 효율성에 대하여 평가한 후 최적의 계산입자 수 결정을 위한 불확실성의 한계를 제안하고자 한다.

재료 및 방법

본 연구에서는 몬테칼로 코드로 BEAMnrc과 DOSXYZnrc를 사용하였다. 전자선 및 광자선 선량계산 몬테칼로 코드인 EGSnrc 코드 기반의 이들 시스템은 방사선 선량 계산 및 분석에 유용한 기능들을 제공하고 있다[15]. BEAMnrc 코드는 일련의 독립적인 컴포넌트 모듈을 구성하여 선형 가속기와 같은 방사선 치료 장치를 실제와 같이 모사할 수 있도록 하며 그 결과를 위상공간(phase space) 데이터로 저장한다. 본 연구에서는 Mevatron MX2 (Siemens Medical System, Germany) 선형가속기를 모델링 한 후 시준기(collimator)를 통과하여 나온 빔에 대하여 공기중에서의 위상공간 데이터를 구하였다. 이 위상공간 데이터에는 1×10^8 개의 광자의 정보가 들어 있다.

DOSXYZnrc 코드는 위상공간 데이터와 팬텀 정보를 이용하여 선량 계산을 수행한다. 이 코드로 특정한 모양과 물질로 구성된 가상의 팬텀을 구성할 수 있으며 전산화 단층영상(computerized tomographic images)으로부터 CT 팬텀을 구성할 수도 있다. 선량계산 시 각 체적소에서의 선량에 대한 상대적 통계적 불확실성은 .3ddose 파일에 체적소 별로 저장된다. 본 연구에서의 각 체적소에서의 통계적 불확실성은 이 파일의 데이터를 이용하여 구하였다.

계산입자 수에 따른 통계적 불확실성의 영향을 평가하기 위하여 모의 흉부팬텀에서의 광자선 선량계산을 수행하였다. 팬텀 내부에는 폐가 대칭으로 위치하고 있으며 표적은 두 폐 사이, 팬텀의 중심부에 위치하는 것으로 가정하였다. 팬텀의 크기는 $30 \times 20 \times 30$ cm 이고 각 체적소의 크기는 $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ cm로 하였다. 팬텀의 구성 및 물질은

Fig. 1과 같다. 빔 조사 조건으로는 6 MV, 10×10 cm, 선원-팬텀 중심간 거리 100 cm의 X선 빔이 상하 및 좌우 네 방향에서 조사되는 것으로 가정하였다. 선량계산 시 비교기준(벤치마크)으로 삼기 위해 충분한 계산입자 수라고 할 수 있는 3.6×10^9 의 계산입자 수에 대하여 선량계산을 수행하였으며, 벤치마크의 50%, 10%, 5%, 1%인 1.8×10^9 , 3.6×10^8 , 1.8×10^8 , 3.6×10^7 의 계산입자 수에 대하여 각각 선량계산을 수행하였다. DOSXYZnrc 코드를 사용한 선량계산 시 잡음 감소기법(noise reduction techniques)[17]과 분산 감소기법(variance reduction technique)[5,10,15]은 사용하지 않았으며, 10^8 이상의 계산입자 수에 대해서는 위상공간 데이터의 입자가 1회 이상 재사용되었다.

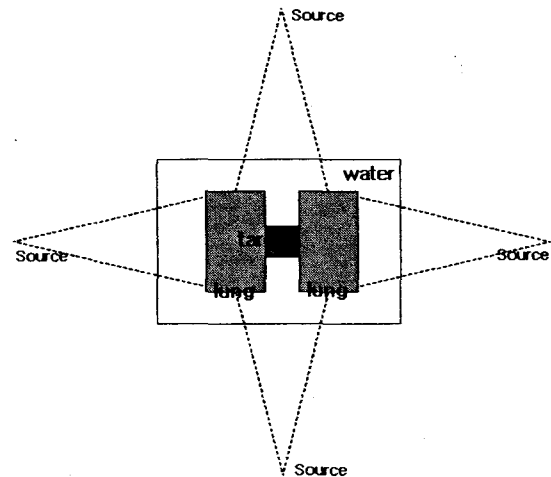


Fig. 1. A schematic of lung phantom and irradiations of photon beam from four directions. The phantom is made of water and ICRU lung material.

선량계산 결과로부터 계산입자 수에 따른 통계적 불확실성을 구하였으며 이로부터 몬테칼로 계산의 효율을 식 (7)을 이용하여 구하였다. 통계적 불확실성의 영향은 정성적 및 정량적 분석을 통하여 고찰되었다. 정성적 분석은 등선량 곡선 비교(isodose line comparison)과 선량-부피 히스토그램 비교(dose-volume histogram comparison; DVH) 방법을 이용하였으며 정량적 분석은 DVH 차와 제공근 평균 제공 차(root mean square differences; RMSD)를 이용하였다. 등선량 곡선 비교는 방사선 치료계획의 평가에 일반적으로 이

용되는 방법이지만 육안에 의한 비교 등 정성적인 평가 밖에 할 수 없다는 한계성을 갖고 있다 [4]. 이를 보완하기 위한 방법으로 DVH 개념이 도입되었으며 이 역시 방사선 치료계획 평가에 많이 이용되고 있다[16]. DVH에는 적분형과 미분형이 있는데 본 연구에서는 좌측 폐와 표적 각각에 대하여 상대선량에 대한 적분형 및 미분형 DVH를 구하였으며 각 선량계산 결과에 대하여 비교하였다. 또한 Kawrakow가 제안한 방법을 이용하여 계산입자 수의 변화에 따른 DVH의 차면적(difference area)을 구하였다[17]. 이는 식 (8)과 같이 정의된다.

$$A = \sum |h_i^{(1)} - h_i^{(2)}| \Delta D_i \quad (8)$$

여기서 ΔD_i 는 DVH에서 선량 간 간격(bin width)이며 $h_i^{(1)}$, $h_i^{(2)}$ 는 각 선량값에서의 두 히스토그램의 값이다. 차 면적 A 가 작을수록 두 히스토그램의 차이가 적다고 할 수 있다.

RMSD는 다른 분포를 갖는 두 개의 분포를 비교할 때 이용되는 일반적인 방법이다[17]. 본 연구에서는 팬텀 내 체적소 전체에 대하여 선량값을 플루언스값으로 나눈 값에 대하여 각각의 RMSD를 구하였으며 그 방법은 식 (9)와 같다.

$$RMSD = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{voxels} (D_{ijk}^{benchmark} - D_{ijk}^{history})^2} \quad (9)$$

여기서 N 은 전체 체적소의 수이며, $D_{ijk}^{benchmark}$, $D_{ijk}^{history}$ 는 각각 벤치마크와 계산입자 수를 달리 한 선량계산 결과에 대하여 (i,j,k) 번째 체적소에서의 선량값을 의미한다.

최종적으로 우리가 원하는 최적의 계산입자 수를 찾기 위하여 정량적 인자들을 이용하여 식 (10)과 같은 목적함수(objective function)를 만들었다. 이 목적함수의 값이 최소가 되는 값이 최적의 계산입자 수라고 할 수 있다. 이 식에서 A 는 식 (8)의 DVH의 차면적, RMSD는 식 (9)의 제곱근 평균 제곱 차 값이며 ϵ 은 식 (7)의 몬테칼로 모의실험의 효율, T 는 몬테칼로 계산 시간, n 은 계산입자 수이다. 여기서 DVH의 차면적은 표적의 미분형 DVH에 대한 것만을 고려하였다.

$$S = A \cdot RMSD \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot n = A \cdot RMSD \cdot T \Delta D^2 \cdot n \approx A \cdot RMSD \cdot T \quad (10)$$

결과 및 고찰

계산입자 수 별 통계적 불확실성

Table 1은 몬테칼로 선량계산 결과 각 계산입자 수에 대한 통계적 불확실성 및 계산 시간, 벤치마크에 대한 상대적 모의실험 효율을 나타낸다.

Table 1. A simulation result for history-varying simulations. The number of histories, the statistical uncertainties, simulation time and the relative simulation efficiencies are shown. Each simulation was implemented using P4 2.4GHz CPU.

No. of history		Statistical uncertainty			simulation time (P4 2.4GHz)	Relative simulation efficiency (%)	
number	% to benchmark	$\overline{\Delta D_{all}^2}$	$\overline{\Delta D_{50\%}^2}$	$\frac{\delta D}{D}$ at D_{max}		overall	Dmax/2
3.6×10^7	1%	4.44×10^{-2}	1.32×10^{-3}	3.68×10^{-2}	0.713hr	251.4	113.1
1.8×10^8	5%	1.47×10^{-2}	2.84×10^{-4}	1.58×10^{-2}	3.69hr	146.4	101.4
3.6×10^8	10%	8.70×10^{-3}	1.49×10^{-4}	1.10×10^{-2}	7.12hr	128.5	100.4
1.8×10^9	50%	2.21×10^{-3}	3.06×10^{-5}	4.86×10^{-3}	34.5hr	104.7	100.6
3.6×10^9	100% (benchmark)	1.15×10^{-3}	1.53×10^{-5}	3.44×10^{-3}	69.3hr	100.0	100.0

여기서의 통계적 불확실성 ($\overline{\Delta D^2}$)은 식 (6)을 이용하여 구한 결과이다. 본 논문에서는 이후 식 (6)로 구한 값의 제곱근 값 ($\overline{\Delta D}$)을 이용하여 통계적 불확실성을 나타내기로 하겠다. 이와 같이 표현함으로써 선량값에 대한 통계적 불확실성의 영향을 보다 분명하게 확인할 수 있다. Rogers 등이 제안한 방법[14]을 적용하여 최대 선량의 50% 이상의 선량값 ($D_{max}/2$)을 갖는 체적소에 대해서와 전체 체적소에 대해서 구한 불확실성을 비교한 결과는 Fig. 2에 나타나 있다. 이는 $\overline{\Delta D^2}$ 에 대한 것으로 계산입자 수에 반비례하는 경향을 보이고 있다. Fig. 3에서는 각 선량값에 대한 통계적 불확실성의 변화를 보여주고 있으며 이로부터 선량값이 증가할수록 불확실성은 감소함을 분명하게 알 수 있다.

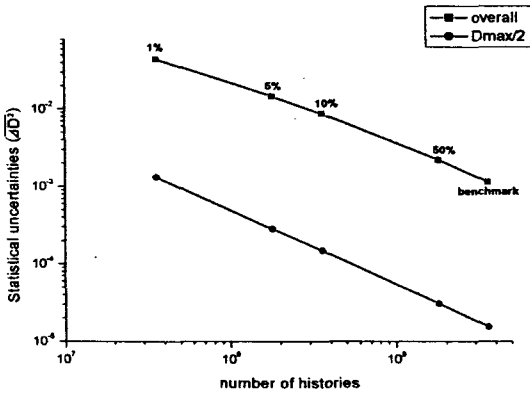


Fig. 2. Mean statistical uncertainties ($\overline{\Delta D^2}$) for overall voxels (squares) and over than $D_{max}/2$ voxels (circles) as a function of number of histories.

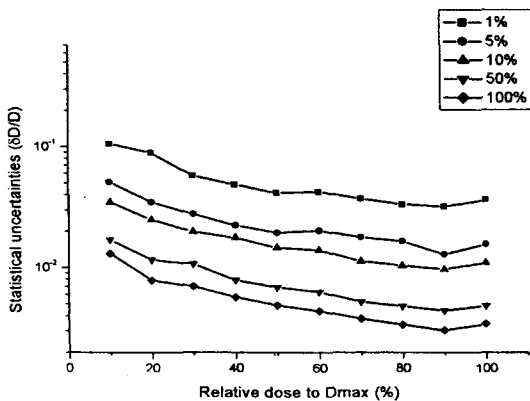


Fig. 3. The statistical uncertainties for each relative dose to dose maximum and number of histories.

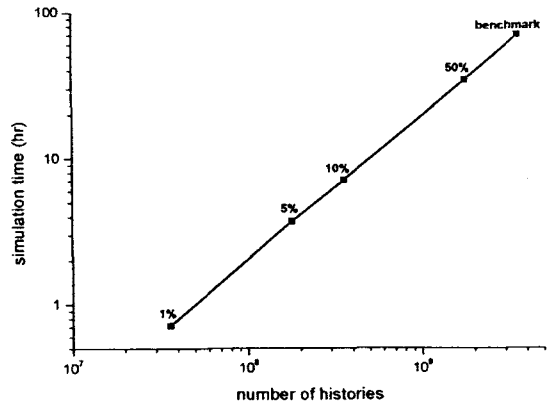


Fig. 4. Monte Carlo simulation time for photon dose calculation according to number of histories.

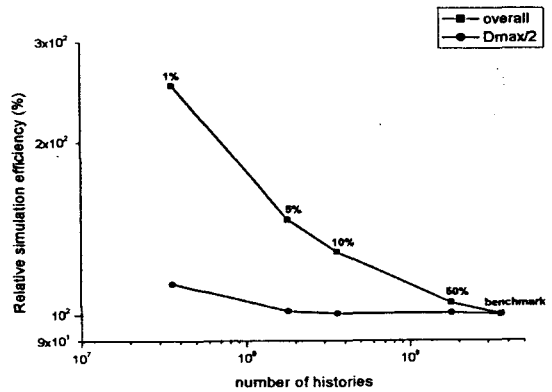


Fig. 5. Each relative Monte Carlo simulation efficiencies, calculated using eq (7), were normalized to benchmark. The statistical uncertainties were considered for overall voxels (squares) and over than $D_{max}/2$ voxels (circles). All efficiency values were normalized to the benchmark which efficiency value was set to 100%.

Fig. 4는 계산입자 수에 따른 계산 시간을 나타내며 Fig. 5는 식 (7)을 이용하여 구한 계산입자 수 별 모의실험 효율을 나타낸다. 이는 벤치마크에 대하여 상대적인 값으로 나타낸 것이며 벤치마크의 효율을 100%로 하여 정규화한 결과이다. 이로부터 계산입자 수가 증가함에 따라 효율이 낮아짐을 알 수 있다. 전체 체적소를 대상으로 한 결과와 선량이 $D_{max}/2$ 이상인 체적소만을 대상으로 한 결과를 비교해보면 후자의 경우가 계산입자 수에 대한 변화가 더 적음을 확인할 수 있는데 이는 전체 체적소를 대상으로 하는 경우 체

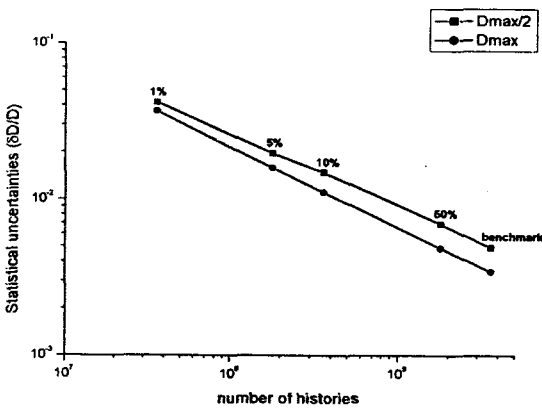


Fig. 6. Mean statistical uncertainties for voxels at dose maximum (circles) and $D_{max}/2$ (squares) each as a function of number of histories.

적소 내의 에너지 축적 시의 불확실성뿐만 아니라 체적소 간의 선량분포의 통계적 불확실성도 작용하여 통계적 의미가 작은 선량값이 큰 영향을 미치기 때문이라고 할 수 있다. 그러므로 통계적 불확실성을 평가할 경우 $D_{max}/2$ 이상의 선량값을 갖는 체적소에 대해서만 평가하는 것이 타당할 것으로 판단된다. 경우에 따라서는 최대선량값을 갖는 체적소에 대한 통계적 불확실성을 구하여 그것을 전체에 대한 불확실성으로 나타내는 경우도 있는데 이 값은 Table 1 및 Fig. 3에서 확인할 수 있다. Fig. 6에서는 계산입자 수 별 최대선량값 및 $D_{max}/2$ 인 체적소 각각에서의 통계적 불확실성을 나타내고 있다. 그러나 Fig. 3에서 보는 바와 같이 특정 선량값에 대한 통계적 불확실성을 구할 경우에는 값의 변화 추세가 일

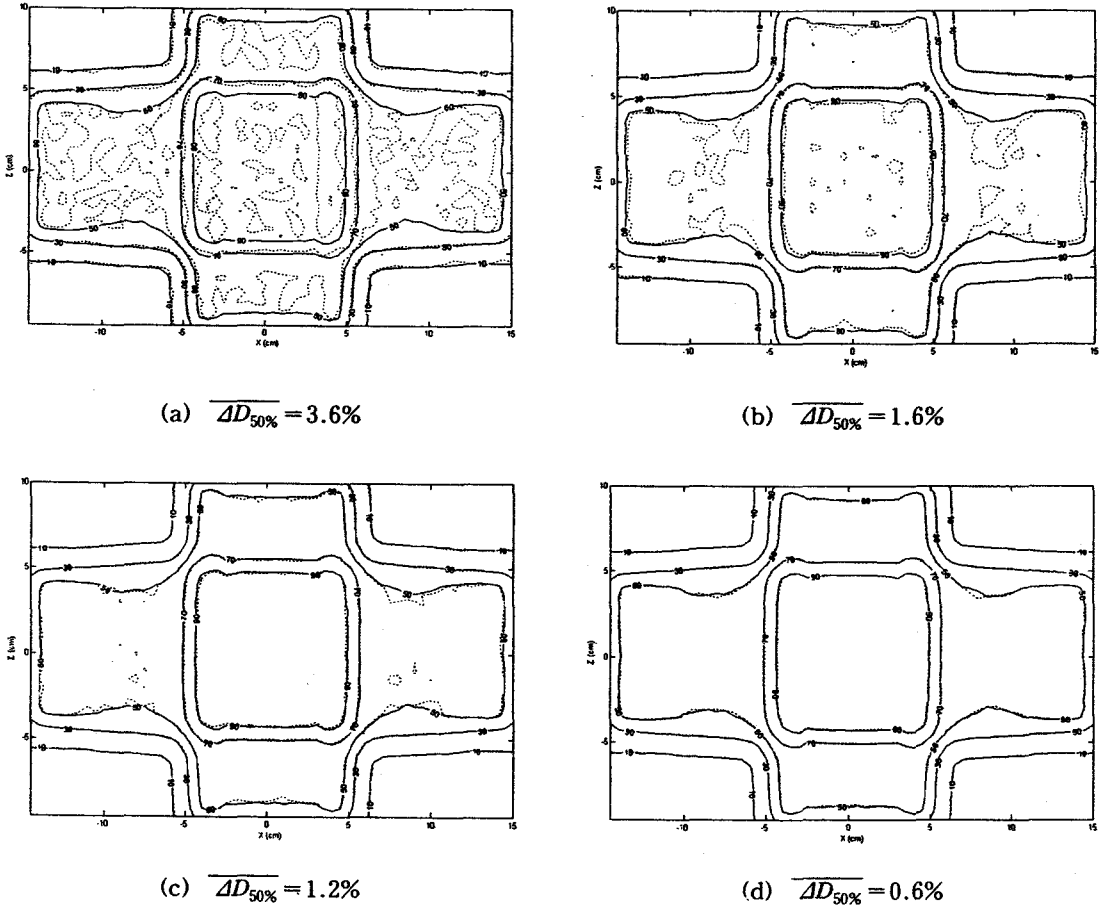


Fig. 7. Isodose line comparisons between benchmark(solid lines) and each simulation(dashed lines) varying number of histories. The number of histories are (a) 1% (b) 5% (c) 10% (d) 50% of the benchmark.

정하지 않으므로 이들 값을 이용하여 몬테카를로 선량계산 결과 전체에 대한 통계적 불확실성을 나타내게 되면 대표성이 약해질 수 있으며 불확실성도 작게 나타나게 된다. 그러므로 불확실성값을 나타낼 경우에는 어떤 값들을 기준으로 하였는지 분명히 명시해야 할 것이다.

등선량 곡선 비교

계산입자 수가 적은 몬테카를로 선량계산의 등선량 곡선은 매우 거칠고 잡음이 많은 영상과 유사하게 보이며 계산입자 수가 어느 이상이 될 때까지 이러한 양상은 계속되고 계산입자 수가 증가함에 따라 점차 분명한 선량분포의 경향을 보이게 된다. Fig. 7에서는 각 계산입자 수 별로 벤치마크 등선량 분포와 비교한 것을 정성적으로 나타내고 있다. Fig. 7의 (a)와 (b)는 각각 벤치마크 계산입자 수 대비 1%와 5% 계산입자 수에 대한 선량계산 결과이며, $D_{max}/2$ 이상의 체적소에 대한 상대적 통계적 불확실성 ($\overline{\Delta D}$)은 각각 3.6%와 1.6%이다. 이 두 경우에서도 선량분포의 양상은 벤치마크와 유사하지만 40~60%의 선량값과 80~100%의 선량값을 갖는 곳에서는 다른 곳보다 잡음이 많은 것으로 보이며 표적 및 폐 부위 경계면에서의 차이가 크게 나타나고 있는데 이는 팬텀 내부 비균질성의 영향을 받기 때문인 것으로 보인다. 이러한 영향은 Fig. 7 (c)에서도 나타나고 있으나 상당히 감소하였으며 벤치마크와 거의 일치함을 알 수 있다. Fig. 7 (c)의 경우 불확실성 ($\overline{\Delta D}$)은 1.2%이다. 벤치마크에 근접할수록 불확실성이 낮다고 할 수 있으나 등선량곡선의 유사함이 선량계산의 정확성을 의미하는 것은 아니다. 만약 등선량 곡선 비교만으로 선량계산 결과를 평가한다면 $D_{max}/2$ 이상의 체적소에 대한 상대적 통계적 불확실성 1% 이하를 한계값으로 설정할 수 있을 것으로 판단된다.

선량-부피 히스토그램 비교

DVH의 비교를 위하여 계산입자 수를 달리한 히스토그램을 표적의 경우는 부피의 50% 지점이 선량의 100% 지점이 되도록, 좌측 폐의 경우는 부피의 30% 지점이 선량의 25% 지점이 되도록 정규화 하였다. Fig. 8은 계산입자 수 별 좌측 폐에 대한 적분형 및 미분형 DVH를, Fig. 9는 표적에 대한 적분형 및 미분형 DVH를 나타낸다. 좌측 폐 및 표적의 적분형 DVH 비교 결과에서는 두 경우 모두 계산입자 수가 감소함에 따라, 즉

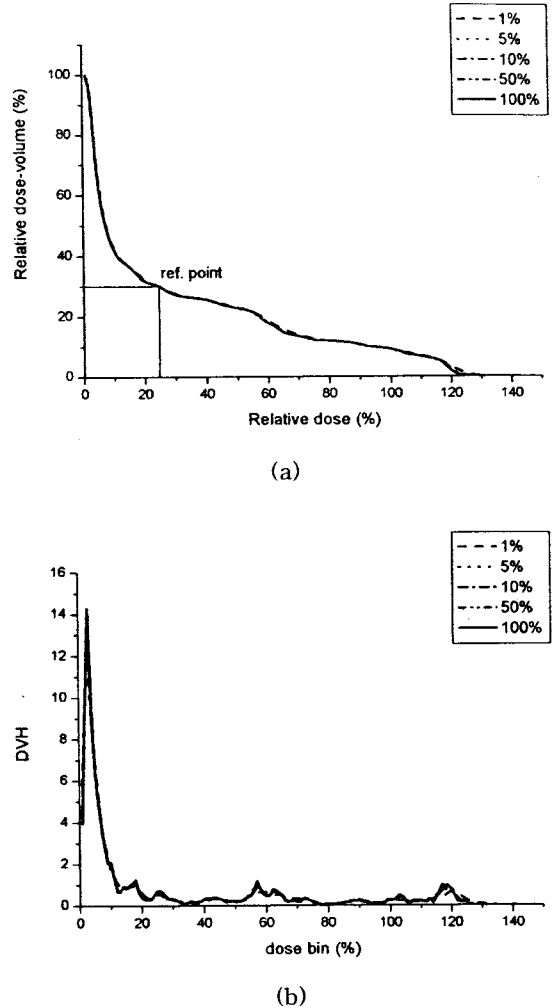
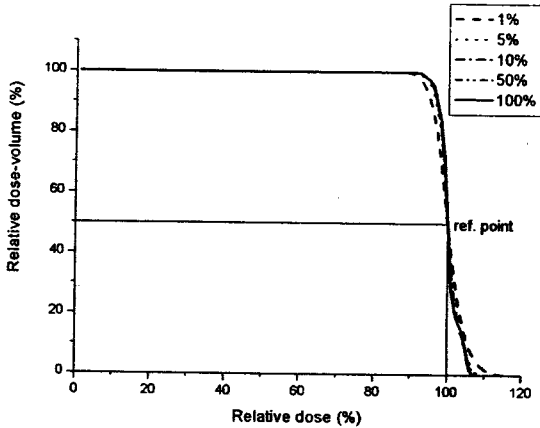
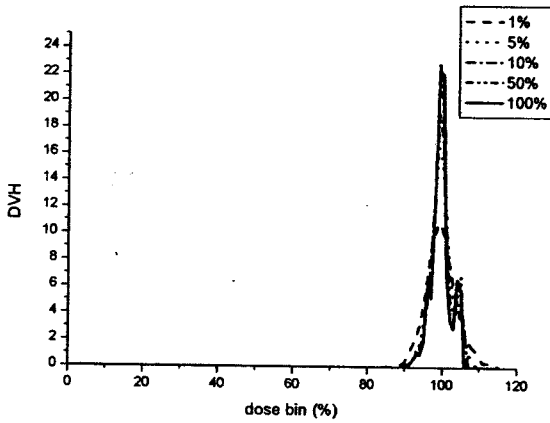


Fig. 8. (a) Cumulative and (b) differential dose-volume histograms for left lung.

통계적 불확실성이 증가함에 따라 히스토그램의 기울기가 완만해지는 것을 알 수 있다. 이로 인해 미분형 히스토그램 역시 변화가 적게 나타났다. 좌측 폐의 경우 표적에 비해 DVH가 통계적 불확실성의 영향을 크게 받지 않는 것으로 나타났다. 이는 DVH에서는 통계적 불확실성에 의해 원래의 히스토그램이 정규 분포 형태의 통계적 불확실성과의 합성곱(convolution)으로 나타나게 되는데 표적의 경우에는 계단함수(step function)의 경향을 가지므로 불확실성의 영향이 크게 나타나는 반면 정상기관의 경우에는 기울기가 완만하기 때문에 그 영향을 적게 받기 때문이다[4]. 표적에 대한 미분형 히스토그램에서는 합성곱 된 정규분



(a)



(b)

Fig. 9. (a) Cumulative and (b) differential dose-volume histograms for target.

포의 성질이 분명하게 나타남을 확인할 수 있으며 좌측 폐에 대한 미분형 히스토그램에서는 곳곳에서 정규분포의 성질이 나타남을 알 수 있다. 좌측 폐 및 표적의 히스토그램 비교에서 모두 벤치마크 계산입자 수 대비 5% 이상 ($\overline{AD}=1.6\%$)인 경우 벤치마크 히스토그램과 거의 같음을 알 수 있다. 그러므로 DVH를 이용하는 경우에는 통계적 불확실성 값이 크더라도 그 영향이 작음을 알 수 있다. DVH 분포에서 통계적 불확실성의 영향을 수학적으로 제거하는 연구도 Jiang 등에 의해 진행된 바 있다[16].

Fig. 10은 계산입자 수에 대한 히스토그램 차면적의 변화를 나타내는데 여기에서는 불확실성

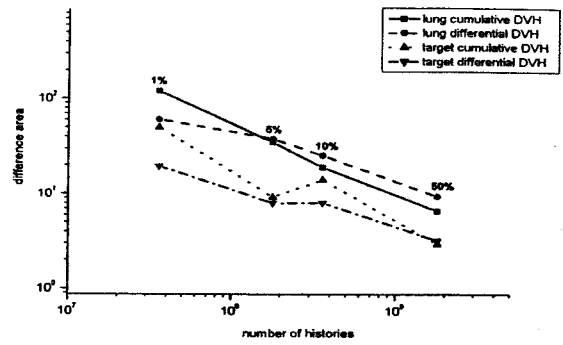


Fig. 10. DVH difference area for cumulative and differential DVH of left lung (squares and circles) and target (triangles and inverse-triangles) each, defined in eq. (8), as a function of the number of histories.

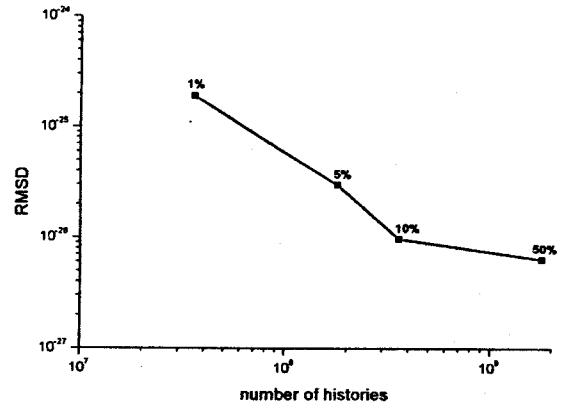


Fig. 11. The root mean square differences (RMSDs) to the benchmark for history-varying simulations as a function of number of histories.

에 따른 차이가 분명하게 나타났다. 좌측폐의 경우 벤치마크 계산입자 수 대비 10%의 차 면적 값이 튀는 모습을 보이는데 이는 전체적 경향으로 볼 때 무시할 수 있을 것으로 보인다. 등선량 곡선의 비교가 정성적이고 주관적인데 비하여 DVH 비교는 정량적 비교가 가능하나 불확실성의 영향을 분명하게 평가하기에는 한계가 있다.

제공된 평균 제공 차

Fig. 11로부터 RMSD는 계산입자 수에 따라 감소하는 양상을 확인할 수 있다. 벤치마크 계산입자 수 대비 10%까지는 급격하게 감소하였으며 그 이상에서는 보다 완만하게 감소하였다. 이 값

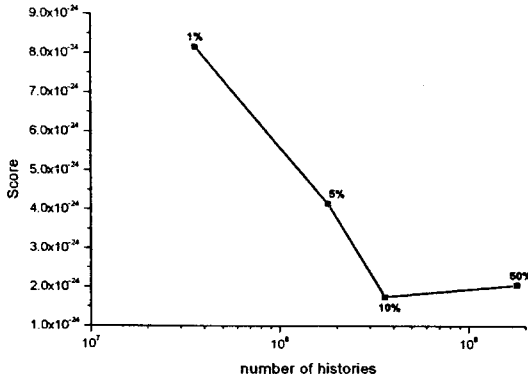


Fig. 12. The score value of proposed objective function (eq(10)) for history-varying simulations as a function of number of histories.

을 계산입자 수에 대하여 미분을 취하여 비교할 경우 벤치마크 대비 10%의 경우 ($\overline{AD}=1.2\%$)를 최적값으로 결정하는 것이 타당하다고 하겠다.

목적함수

식 (10)을 이용하여 각 계산입자 수에 대하여 목적함수 값을 구한 결과는 Fig. 12에 나타나 있다. 목적함수 값은 계산입자 수가 증가함에 따라 감소하지만 계산입자 수가 10%를 초과하면 다시 증가함을 알 수 있다. 이로부터 최적의 계산입자 수는 $D_{max}/2$ 이상의 체적소에 대한 상대적 통계적 불확실성 (\overline{AD}) 값이 1% 이하가 되도록 하는 값을 알 수 있다. 이 때의 전체 체적소에 대한 통계적 불확실성 값은 약 9% 정도가 되었다.

몬테칼로 모의실험을 이용하여 광자선에 대한 선량계산을 수행할 때 통계적 불확실성에 영향을 미치는 요소는 계산 알고리즘에 의한 통계적 불확실성 이외에도 많이 존재한다. 통계적인 의미를 갖기 위해서는 충분한 계산입자 수를 이용해야 하는데 본 연구에서는 DOSXYZnrc를 이용한 선량계산 시 계산입자 수가 BEAMnrc로부터 구해진 위상공간 데이터의 광자 수보다 많은 경우 1회 이상 재사용되었다. 이것이 통계적 불확실성을 증가시키는 원인이 될 수도 있다. Rogers 등은 재사용 횟수가 증가함에 따라 선량이 낮은 지역에서의 불확실성이 증가하며 최대 재사용 횟수는 3회로 제한해야 한다고 한 바 있다[9]. 이러한 불확실성의 원인은 Sempau 등이 언급한 "위상공간 데이터에 대한 잠재적 분산" 때문이다[8]. 이러한 불확실성을 감소시키기 위해서는 충분한 수

의 위상공간 광자수를 얻어야 하는데 그 수를 증가시키는 것은 한계성이 있다. 이러한 오차는 전자선의 경우 영향이 크게 나타나지만 광자선의 경우에는 그 영향을 거의 무시할 수 있다[9]. 본 연구에서는 이러한 재사용을 고려한 통계적 불확실성의 영향이 평가되었는데 이 통계적 불확실성에는 잠재적 분산의 영향이 포함되어 있으므로 재사용 횟수에 독립적이라고 할 수 있다. 또한 그러한 불확실성이 광자선 선량계산의 경우 $D_{max}/2$ 의 선량값을 갖는 체적소에서는 그 차이가 무시할 수 있을 정도로 작으므로 본 연구에서의 재사용 방법은 타당성을 갖는다고 할 수 있다. 이 외에도 난수발생기, 분산감소기법, 잡음감소기법 등에 의해서도 무작위 오차(random error)가 발생할 수 있다. 뿐만 아니라 모의실험에 이용한 빔과 팬텀 등의 세팅 문제에 의해서도 계통 오차(systematic error)가 발생할 수도 있다. 그러나 본 연구에서는 계통 오차의 영향은 없다고 가정하였으며, 선량 계산 알고리즘에 의한 통계적 불확실성 이외의 영향은 계산입자 수의 변화에 따라 차이가 없다고 가정하였다.

본 연구에서 이용된 DOSXYZnrc 코드는 범용 몬테칼로 코드로 방사선치료에 최적화된 것은 아니다. 만약 MCDOSE나 VMC++ 또는 DPM 등과 같은 방사선 치료에 최적화된 몬테칼로 코드를 사용한다면 그 시간을 대략 수 십분의 일까지 줄일 수 있을 것이다. 아울러 여러 대의 CPU를 병렬 연결하여 계산한다면 수 분 내로 계산이 가능해질 것이며 통계적 불확실성을 적절히 고려한다면 임상 적용도 가능할 것이다. 그러한 방사선 치료에 최적화된 코드를 사용한다고 하더라도 선량분포나 선량값은 본 연구에서 이용된 코드에서 나온 결과와 거의 같으며 통계적 불확실성을 구하는 개념도 유사하므로 본 연구에서 제안한 목적함수와 기준 값을 적용할 수 있으리라 판단된다.

결론

본 연구에서는 계산입자 수에 따른 통계적 불확실성의 영향을 임상적으로 널리 이용되는 등선량 곡선 비교, DVH 비교 및 RMSD를 이용하여 정성적 및 정량적으로 분석하였다. 통계적 불확실성의 영향은 등선량 곡선 비교와 RMSD에서 크게 나타난 반면 DVH에서는 영향을 덜 받는 것으로 나타났으며 이러한 기준을 이용할 경우에는 통계적 불확실성이 다소 높더라도 큰 차이가 나

지 않음을 알 수 있다. 본 연구에서 제안된 목적 함수를 통하여 최적의 계산입자 수를 결정하기 위한 통계적 불확실성 값을 구한 결과 전체 선량 영역 통계적 오차 ($\overline{\Delta D_{all}}$) 9% 또는 $D_{max}/2$ 이상을 갖는 체적소에 대한 통계적 오차 ($\overline{\Delta D_{50\%}}$) 1%, 또는 최대 선량지점에서의 통계적 불확실성 ($\overline{\Delta D_{D_{max}}}$) 1% 정도가 적정 수준임을 확인할 수 있었으며 경우에 따라 이보다 낮거나 높은 수준을 적용할 수 있을 것이다. 또한 통계적 불확실성의 허용값은 본 연구에서 이용한 방법 이외에도 최대선량값 차나 x %/y mm 검사 방법 등 다른 방법들을 이용해서도 평가할 수 있을 것이다[17]. 그러나 본 연구에서 이용한 방법으로도 통계적 불확실성의 영향을 고려할 수 있음을 확인할 수 있었다. 통계적 불확실성은 사용되는 빔의 종류, 계산입자 수, 난수 발생기, 체적소 수, 체적소 크기, 잡음 감소 기술 등에 영향을 받는데 이러한 인자들은 서로 연관되어 있으므로 각 인자간의 상관관계를 알아야 보다 합리적인 최적의 계산입자 수 결정을 할 수 있을 것이다. 차후 이에 대한 후속 연구를 진행할 계획이다. 몬테칼로 선량계산을 임상 의 일상적 치료계획에 이용하기 위해서는 통계적 불확실성의 영향을 평가하고 그 허용값 및 그에 따른 계산입자 수가 결정되어야 할 것이다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부 원자력중장기사업 (M20 334010001-03A-0927-00210) 연구비 지원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

1. P. Andero, "Monte Carlo techniques in medical radiation physics", *Phys. Med. Biol.*, 36, 861-920(1991)
2. C.M. MA, B.A. Faddegon, D.W.O. Rogers and T.R. Mackie, "Accurate characterization of Monte Carlo calculation electron beams for radiotherapy", *Med. Phys.*, 24 401-416 (1997)
3. J. Sempau, S.J. Wilderman and A.F. Bielajew, "DPM : a fast, accurate Monte Carlo code optimized for photon and electron radiotherapy treatment planning dose calculations", *Phys. Med. Biol.*, 45, 2263-2291(2000)
4. P.J. Keall, J.V. Siebers, R. Jeraj and R. Mohan, "The effect of dose calculation uncertainty on the evaluation of radiotherapy plans", *Med. Phys.*, 27(3) 478-484(2000)
5. I. Kawrakow and M. Fippel, "Investigation of variance reduction techniques for Monte Carlo photon dose calculation using XVMC", *Phys. Med. Biol.*, 45, 2163-2184 (2000)
6. F.M. Buffa and A.E. Nahum, "Monte Carlo dose calculations and radiobiological modelling : analysis of the effect of the statistical noise of the dose distribution on the probability of tumor control", *Phys. Med. Biol.*, 45, 3009-3023(2000)
7. F. Salvat, J.M. Fernandez-Varea, J. Sempau, "PENELOPE, a code system for Monte Carlo simulation of electron and photon transport", *PENELOPE user manual*, 4-33, Universitat de Baecelona, Barcelona, Spain (2003)
8. J. Sempau, A. Sanchez-Reyes, F. Salvat, H. O.B. Tahar, S.B. Jiang and J.M Fernandez-Verea, "Monte Carlo simulation of electron beams from an accelerator head using PENELOPE", *Phys. Med. Biol.*, 46, 1163-1186(2001)
9. B.R.B .Walters, I. Kawrakow and D.W.O. Rogers, "History by history statistical estimators in the BEAM code system", NRCC Report PIRS-0791, National Research Council of Canada, Ottawa, Canada(2002)
10. I. Kawrakow and D.W.O. Rogers, "The EGSnrc code system : Monte Carlo simulation of electron and photon transport", Technical report PIRS-701, National Research Council of Canada, Ottawa, Canada(2000)
11. C.M. Ma, J.S. Li, T. Pawlicki, S.B. Jiang, J. Deng, M.C.Lee, T. Koumrian, M. Luxton and S. Brain, "A Monte Carlo dose calculation tool for radiotherapy treatment planning" *Phys. Med. Biol.*, 47, 1671-1689 (2002)
12. I. Kawrakow and M. Fippel, "VMC++, a

- fast MC algorithm for radiation treatment planning”, Proceedings of The Use of Computers in Radiotherapy, XIIIth Int'l Conf., Heidelberg, 126-128, Springer-Verlag, Heidelberg(2000)
13. D.W.O. Rogers and A.F. Bielajew, “Monte Carlo techniques of electron and photon transport for radiation dosimetry”, in: *The dosimetry of ionizing radiation* vol.3, K.R. Kase, B.E. Barngard and F.H. Attix, 427-539, Academic Press, New York(1990)
 14. D.W.O. Rogers and R. Mohan, “Questions for comparison of clinical Monte Carlo codes”, Proceedings of The Use of Computers in Radiotherapy, XIIIth Int'l Conf., Heidelberg, 120-122, Springer-Verlag, Heidelberg(2000)
 15. D.W.O. Rogers, B.A.F. addegon, G.X. Ding, C.M. Ma and J.We, “BEAM:A Monte Carlo code to simulate radiotherapy treatment units”, *Med. Phys.*, 22, 503-524(1995)
 16. S.B. Jiang, T. Pawlicki and C.M. Ma, “Removing the effect of statistical uncertainty on dose-volume histogram from Monte Carlo dose calculations”, *Phys. Med. Biol.*, 45, 2151-2161(2000)
 17. I. Kawrakow, “On the de-noising of Monte Carlo calculated dose distributions”, *Phys. Med. Biol.*, 47, 3087-3103(2002)