

진동하는 원형주상체 주위의 와류 수치 모사

김광수*, 이승재*, 서정천†**

서울대학교 조선해양공학과*, 서울대학교 조선해양공학과/해양시스템공학연구소**

Numerical Simulation of the Vortical Flow around an Oscillating Circular Cylinder

Kwang Soo Kim*, Seung Jae Lee* and Jung-Chun Suh**

Department of Naval Architecture & Ocean Engineering*, Department of Naval Architecture & Ocean Engineering/Research Institute of Marine Systems Engineering, Seoul National University**

Abstract

The phenomena of vortex shedding around a cylinder oscillating harmonically in a fluid at rest are investigated by a two-dimensional numerical simulation of the Navier-Stokes equations. The simulation is based on a vorticity-velocity integro-differential formulation dealing with vorticity, velocity and pressure variables. Three combinations of Reynolds number (Re) and Keulegan-Carpenter number (KC) were taken to investigate the associated vortex development around the cylinder in the different flow regimes. Drag and lift forces are computed to describe their dominant frequency modulation which is related to the vortex shedding and to the harmonic motion of the cylinder.

*Keywords: vortex(보텍스), Reynolds number(레이놀즈수), Keulegan-Carpenter number(크리건-카핀터수), lift force(양력), drag force(항력), Fourier transform(푸리에변환)

1. 서언

진동하는 원형 주상체 주위의 유동문제는 기하학 형상은 단순하지만, 주상체의 거동에 따른 유동의 박리현상으로 복잡성을 띠게 되어, 심해저의 파이프라인 주위의 유동과 같은 해양공학분야에서 오랫동안 다루어져 왔다. 정지된 유체 중에서 주

상체가 주기적으로 진동하는 경우, 원형 주상체 주위의 유동은 크게 두가지 변수; Keulegan-Carpenter수 ($KC = U_0 T / D$) 와 Reynolds 수 ($Re = U_0 D / \nu$)에 좌우된다. 여기서 D 는 원형주상체의 직경이고, U_0 는 진동속도의 최대값이며, T 는 진동주기 ($= 1/f$)이다. 특히, 주상체 주위의 유동은 KC 수에 따라서 유동의 특성이 크게 달라진다. 진동으로 인해 주상체 주위의 유동은 불안정해지고, 박리현상이 생기면서 보텍스가 생성되어 떨어지는데, 보텍스가 1쌍, 2쌍, 3쌍 등으로 짝을 이루어 떨어져 나가기도 한다(Sumer and

접수일: 2002년 12월 27일, 승인일: 2003년 4월 3일

† 주저자, E-mail : jungsuh@plaza.snu.ac.kr

Tel: 02-880-7341

Fredsoe 1997). 생성된 보텍스가 떨어져 나가는 방향이나, 크기 및 속도는 KC수 뿐만 아니라 Re 에도 연관이 되어 있으므로, Re 와 KC수의 비인 Stokes 수($\beta = fD^2/\nu = Re/KC$)를 이용하여 유동특성을 보다 자세하게 규명하면서 KC와 β 를 주요 변수로 설정하였다(Dutsch 1998). 진동하는 원형 주상체 주위의 유동에 대해서 실험적인 연구와 수치적 해석이 활발히 진행되고 있고, 그 유동 특성이 KC와 β 값에 따라 영역별로 나누어져 설명되고 있는 바, 본 논문에서는 몇 가지 KC와 β 값에 따라, 와도를 기저로 한 방법으로 수치해석을 수행한 후, 떨어져 나가는 보텍스의 수와 방향과 같은 유동특성을 검증해 보았다. 또한 계산된 항력과 양력계수로부터 KC수에 따른 각 계수의 주기 특성을 살펴보았다.

2. 문제의 정식화

정지상태의 유동체 내에 실린더가 x -방향으로 진폭 A_0 , 진동수 f 로 주기운동을 한다고 하자. 실린더 중심에 위치한 이동좌표계의 위치와 속도, 가속도는 각각

$$\begin{aligned} x &= A_0 \sin ft \mathbf{i}, \\ \dot{x} &= q_F = A_0 f \cos ft \mathbf{i}, \\ \ddot{x} &= -A_0 f^2 \sin ft \mathbf{i}. \end{aligned} \tag{1}$$

으로 표시된다. 이동좌표계에서 관측되는 상대속도는 $q = -q_F + u$ 로 표현되고, 이동좌표계의 각속도는 0이므로, 위 (1)식을 이용하여 이동좌표계에서의 2차원 Navier-Stokes식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{Dq}{Dt} + \dot{q}_F = -\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right) - \nabla \times (\nu \omega) \tag{2}$$

(2)식에서 유도되는 와도전달방정식과 압력방정식은 이동좌표계의 경우에 그 형태가 유사하므로, 오직 Biot-Savart 적분항이 포함된 속도-와도 관계식에서 이동좌표계의 속도성분만을 추가시킴으로써 관성좌표계와 이동좌표계 사이의 속도 변환

이 가능하다. 또한 힘의 평형이 고려된 동적와도 경계조건과 동적압력경계조건 역시 이동좌표계의 속도와 가속도 성분이 포함되게 된다. 실린더의 최대 순간속도 U_0 와 실린더 직경 D , 진폭 A_0 로 표현된 무차원계수는

$$\begin{aligned} Re &= \frac{U_0 D}{\nu}, \quad t^* = \frac{U_0 t}{D}, \\ U_0 &= A_0 f, \quad KC = \frac{2\pi A_0}{D}, \end{aligned}$$

이고, 이들 무차원 계수를 이용하여 지배방정식을 무차원화하면 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (q\omega) = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega, \tag{3}$$

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{2} q^2 + \frac{p}{\rho} \right) = \nabla \cdot (q \times \omega k), \tag{4}$$

$$q = -U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{KC} t^*\right) \mathbf{i} + \int_s \omega \times \nabla G ds, \tag{5}$$

식(3)은 와도 전달방정식이고, 식(4)는 압력방정식, 그리고 식(5)는 Biot-Savart 적분항이 포함된 속도-와도 관계식이다. 무할조건과 더불어 와도와 압력에 대한 물체경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial n} &= k \cdot n \times \left[\left(\frac{Dq}{Dt} + \nabla p \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\pi}{KC} \sin\left(\frac{2\pi}{KC} t^*\right) \mathbf{i} \right] \tag{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial n} &= n \cdot \left[(q \times \omega k - \frac{1}{Re} \nabla \times \omega k) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\pi}{KC} \sin\left(\frac{2\pi}{KC} t^*\right) \mathbf{i} \right]. \tag{7} \end{aligned}$$

여기서, $H = p + 1/2\rho q^2$ 이다. 지배방정식과 경계조건에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌(김광수/서정천 1998, 김광수 1998, Suh/Kim 1999)을 참조하기 바란다.

3. 수치해석 결과 및 분석

Fig.1은 Re 가 1000일 때, KC수에 따라 주상체 뒤쪽에 생성되는 보텍스의 특성에 대한 분류이다. KC수가 작은 경우는 대칭적인 보텍스($KC < 4$)가 생기거나, 비대칭적인 보텍스($4 < KC < 7$)가 생기다가, KC수가 7보다 클 경우 보텍스가 떨어져 나가게 된다. 그런데, KC수가 7보다 큰 경우에는 약

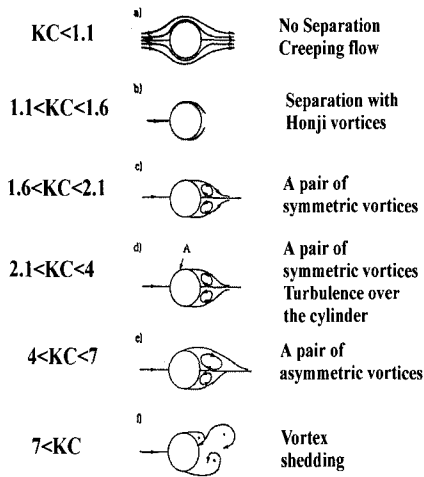


Fig. 1 Regimes of flow around an oscillating cylinder(Sumer and Fredsoe, 1997)

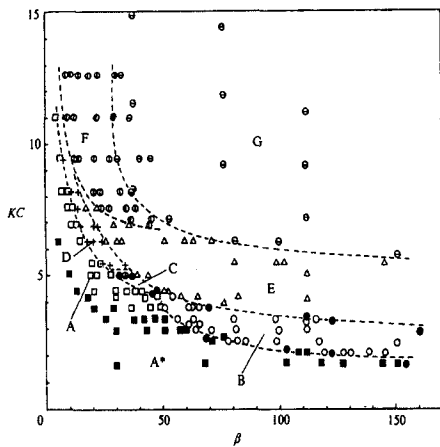


Fig. 2 A classification of flows by Tatsuno and Bearman (1990)

Table 1 Fundamental lift frequencies observed in experiments(Williamson, 1985)

KC regime	KC range	Reynolds	The number of oscillations in the lift per flow cycle
Single pair	$7 < KC < 15$	$1.8 - 3.8 \times 10^3$	2
Double pair	$15 < KC < 24$	$3.8 - 6.1 \times 10^3$	3
3-pairs	$24 < KC < 32$	$6.1 - 8.2 \times 10^3$	4
4-pairs	$32 < KC < 40$	$8.2 - 10 \times 10^3$	5

KC수 8 간격으로 보텍스가 1쌍, 2쌍, 3쌍 (vortex-pair) 등으로 짝을 이루어 떨어지게 된다 (Sumer and Fredsoe 1997, Justesen 1991). β 수를 함께 고려할 경우, 좀더 세분화된 유동영역으로 나누어질 수 있다. Fig. 2는 실험으로 제시된 유동영역의 분류표로서, x 축의 β 와 y 축의 KC수에 따라 A, A*, B, C, D, E, F, G 영역으로 나누어 질 수 있고, 각각의 영역은 보텍스의 생성 및 떨어져 나가는 형태에 따라 각기 다른 유동특성을 나타내고 있다(Tatsuno and Bearman 1990). 항력과 양력계수의 주기적 특성은 KC수에 따라 달라지고 있다. Table 1을 보면 KC수에 따라서 1주기 동안에 일어나는 양력주기의 최대값 지점의 개수가 2개, 3개 등으로 달라지게 된다 (Williamson 1985). 본 논문에서는 3가지의 KC수와 β 수 경우에 대해서 수치해석을 수행하고, 위에서 제시한 유동특성과, 항력과 양력계수의 주기적 특성을 검증하였다.

3.1 계산결과 ($KC=7, \beta=143, Re=1000$)

시간전진에 따른 시간영역에서의 수치결과를 살펴보면, 초기에 원형 주상체 주위로 안정적인 보텍스가 생성되다가, 시간이 흐를수록 유동이 불안정해지면서 주상체 뒤쪽에 생기는 아래위의 보텍스 크기가 서로 달라진다. 이런 비대칭적인 보텍스는 결국 한쪽으로 떨어지게 되고, 떨어져 나간 보텍스가 다시 되돌아오는 원형 주상체와 부딪치면서 새로운 보텍스를 유기하게 되고, 마침내 두 보텍스가 한 쌍을 이루어 진동하는 방향의 수직 방향으로 떨어지는 과정을 거친다. Fig. 2의 분류표에 의하면 이 경우는 G영역에 속하는데, 이 영역은 한 쌍의 보텍스가 진동하는 주상체에 수직 방향으로 떨어져 나가는 영역이다. Fig. 3을 보면, 한 쌍의 보텍스가 수직 방향으로 떨어져 나가는 계산결과를 나타내고 있고, G영역의 특성을 충분히 반영하고 있다. Fig. 4는 시간에 따른 항력과 양력계수의 변화를 보이고 있다. 주기적 특성을 살펴보기 위해, 각 계수에 대해 푸리에 변환을 Fig. 5에 나타난 바, 항력주기는 진동주기와 일치하고, 양력주기는 한 진동주기 동안 1번 또는 2번

의 주기특성을 가진다. 이것은 Table 1에 나타난 양력주기 특성과 일치한다.

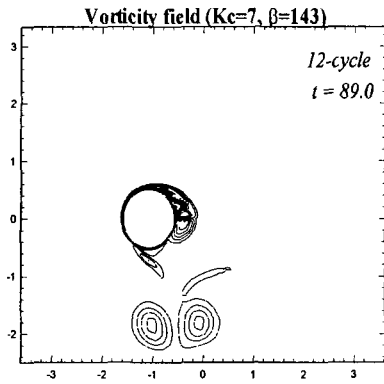


Fig. 3 Transverse vortex street pattern at $t=89$ ($KC=7, \beta=143$)

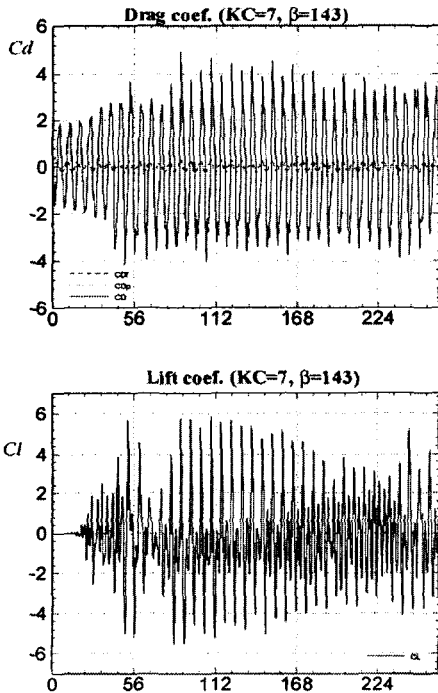


Fig. 4 Time history of drag and lift forces ($KC=7, \beta=143$)

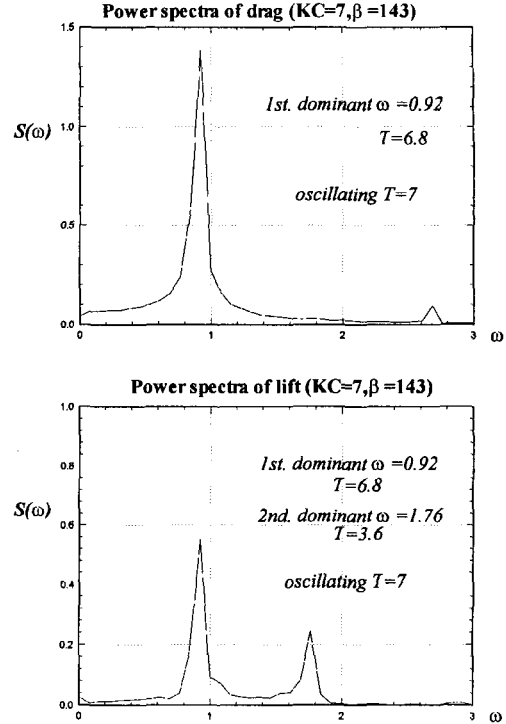


Fig. 5 Power spectra of drag and lift forces ($KC=7, \beta=143$)

3.2 계산결과 ($KC=10, \beta=20, Re=200$)

이 경우는 첫 번째 경우와 보텍스가 생성되는 과정이 거의 유사하지만, 다른 점은 생성된 보텍스가 진동방향에 수직인 방향이 아니라, 대각선 방향으로 떨어져 나간다는 점이다. Fig. 6은 대각선으로 떨어지는 보텍스 유동을 보여주고, 이 경우는 Fig. 2의 F 영역에 해당한다. 이 영역 역시 대각선 방향으로 한 쌍의 보텍스가 떨어지는 영역이며, 수치해석 결과와 일치하는 특성을 보이고 있다. Fig. 7은 항력과 양력계수의 시간에 대한 변화 특성을 보여주며, 푸리에 변환을 나타낸 Fig. 8을 보면, 항력계수는 진동주기와 같고, 양력계수는 진동주기의 절반으로, 한 진동주기동안 양력계수의 최대값이 2번 나타난다.

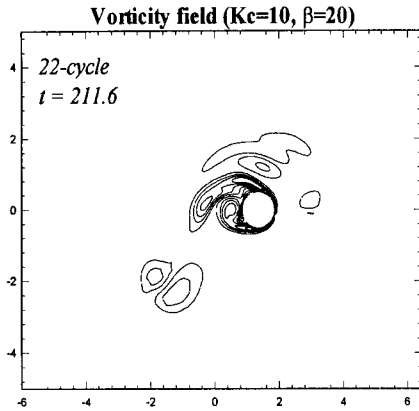


Fig. 6 Diagonally convected single-pair vortex pattern at $t=211.6$ ($KC=10, \beta=20$)

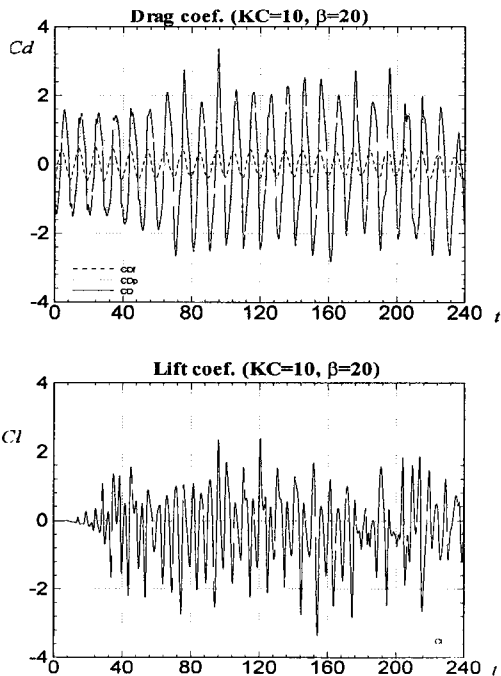


Fig. 7 Time history of drag and lift forces ($KC=10, \beta=20$)

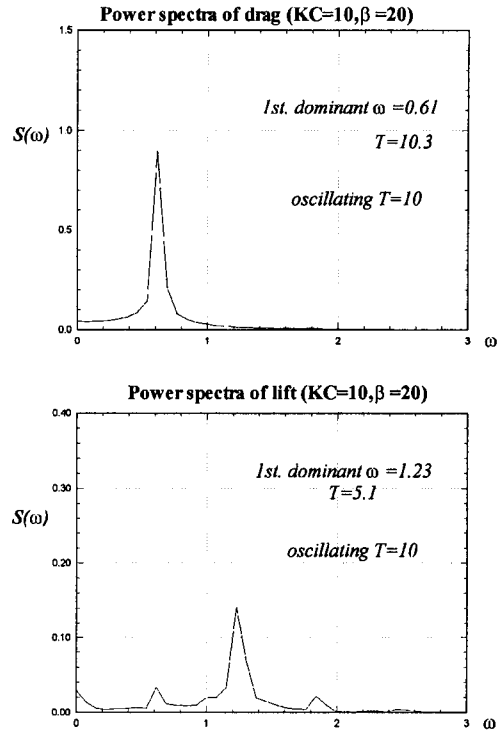


Fig. 8 Power spectra of drag and lift forces ($KC=10, \beta=20$)

3.3 계산결과($KC=16, \beta=62.5, Re=1000$)

이 경우 보텍스가 생성되고 떨어지는 과정은 앞서의 2가지 경우와 비슷하지만, KC 값이 위의 두 경우에 비해 큰 값을 가짐으로써, 진동하는 주상체 주위의 유동이 더욱 복잡하게 나타났다. Sumer/ Fredsoe(1997)에 의하면, KC 가 16인 경우 두 쌍의 보텍스가 떨어져 나가는데, Fig. 9에 두 쌍의 보텍스가 떨어져 나가는 모습을 잘 보여 주고 있다. Fig. 10은 항력과 양력계수가 시간에 따라 변하는 양상을 보이고 있다. Fig. 11에 따르면, 항력계수는 진동주기와 같고, 양력계수는 진동 주기의 1/3이 되는데, 이는 Table 1에 나타난 $KC=16$ 의 양력 주기 특성과 일치하는 특성을 보이고 있다.

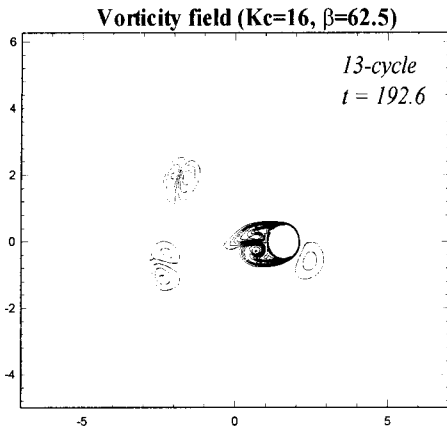


Fig. 9 Double-pair vortex convection pattern at $t=192.6$ ($KC=16$, $\beta=62.5$)

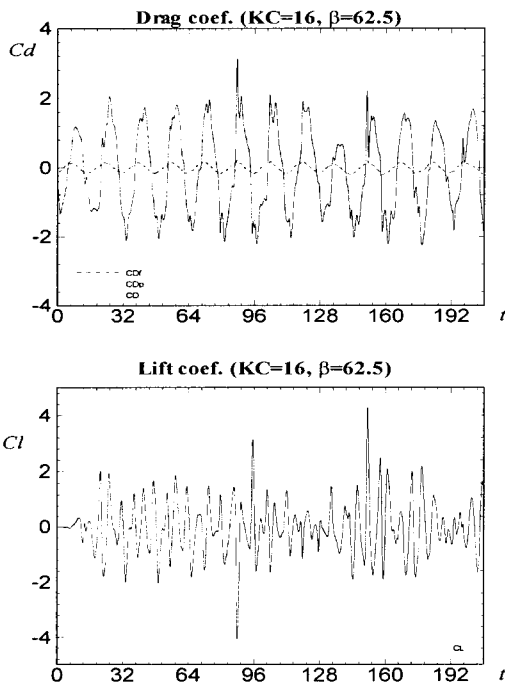


Fig. 10 Time history of drag and lift forces ($KC=16$, $\beta=62.5$)

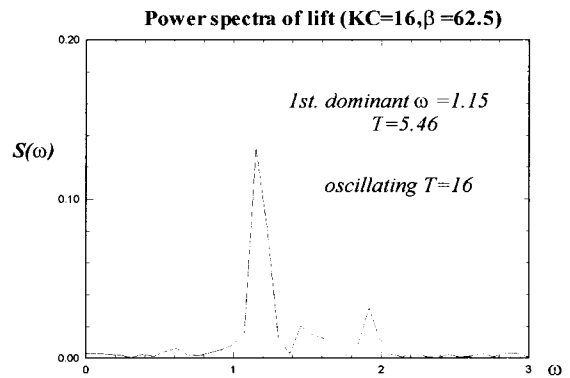
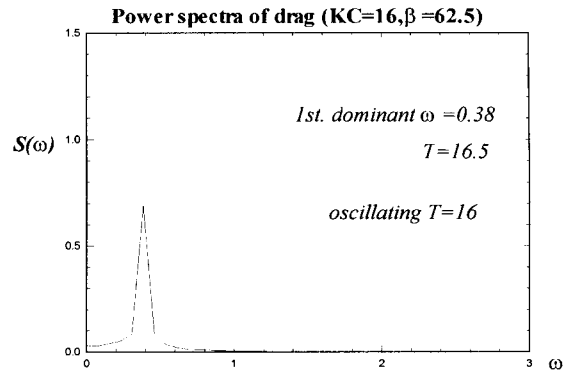


Fig. 11 Power spectra of drag and lift forces ($KC=16$, $\beta=62.5$)

4. 결론

진동하는 원형 주상체에 대해서, KC 수와 β 수에 따라 기존에 실험적으로 제시되었던 각 유동영역의 특성 중 보텍스가 떨어져 나가는 모습은, 몇 가지 KC 수와 β 수의 경우를 본 수치기법을 통해 계산된 결과와 유사함을 검증하였다. 또한 항력과 양력주기 특성 또한 실험적으로 제시된 특성을 확인할 수 있었다. 앞으로, 공학적인 응용을 위해, 진동하는 주상체 근처에 벽이 존재하는 경우, 자유수면이 존재하는 경우에 대하여 3차원 유동해석이 필요하겠다.

후 기

본 연구의 일부는 2002년도 (1)서울대 해양시

스텝공학연구소의 발전기금 연구과제 (2)학술진흥 재단의 중점연구소 지원과제 (3)한국과학재단의 첨단조선공학연구센터 연구과제의 지원으로 수행 되었음.

참 고 문 헌

- 김광수, 서정천, 1998, "와도를 기저로 한 초기 순간 출발하는 실린더 주위의 점성유동해석," 대한조선학회 논문집, 제35권 4호, 1998
- 김광수, 1998, "와도를 기저로 한 2차원 날개 주위의 점성유동해석," 서울대학교 조선해양공학과 석사학위논문, 1998
- 서정천, 1998, "와도를 기저로 한 비압축성 점성유동해석 방법", 한국전산유체공학회지, 제3권 제1호, pp. 11-21.
- Dutsch,H., Durst,F., Becker,F. and Lienhart, F., 1998, "Low Reynolds number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan Carpenter numbers," J. of Fluid Mechanics, vol. 360, pp. 249-271
- Justesen, P., 1991, "A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder, " J. of Fluid Mechanics, vol. 222, pp. 157-196
- Suh, J.-C. and Kim, K.-S., 1999, "A vorticity-velocity formulation for solving the two-dimensional Navier-Stokes equations", Fluid Dynamics Research, Vol. 25, No. 4, pp. 195-216.
- Sumer, B.M. and Fredsoe, J., 1997, Hydrodynamics around cylindrical structures, World Scientific Publishing
- Tatsuno, M. and Bearman, P. W., 1990, "A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and low Stokes numbers," J. of Fluid Mechanics, vol.211, pp. 157-182
- Williamson, C. H. K., 1985, "Sinusoidal flow relative to circular cylinders," J. of Fluid Mechanics, vol. 155, pp. 141-174



< 김 광 수 > < 이 승 재 > < 서 정 천 >