

초기 쇠파의 수치모사

김용직*, 김선기**

Numerical Simulation of Incipient Breaking Waves

Yong Jig Kim* and Sun Ki Kim**

요 약

초기쇠파의 수치모사에는 지금까지 경계적분법이 주로 쓰여왔고, 이 방법은 과도한 계산시간의 문제를 제외하고는 어느정도 성공적이라고 할 수 있다. 본 논문에서는 쇠파실험을 수치모사하기 위한 새로운 수치기법을 보였다. 이 수치기법은 고차 스펙트럴/경계요소법과 경계적분법을 순차적으로 사용하며, 계산시간을 현저히 줄여준다. 조파 및 파 에너지 집중과정은 고차 스펙트럴/경계요소법에 의해 효율적으로 수치모사되고, 파의 전복과정만이 경계적분법에 의해 계산된다. 계산에서 높은 입자속도와 가속도 등 쇠파의 두드러진 특성이 보여졌다.

※Keywords: Incipient Breaking Waves(초기쇠파), Numerical Simulation(수치모사), High-Order Spectral/Boundary Element Method(고차 스펙트럴/경계요소법), Boundary Integral Method(경계적분법)

Abstract

For the time-domain simulation of incipient breaking waves, usually the boundary integral method has been used so far, and it seems to be successful except a problem of too much computation time. The present paper shows a new computation technique for the simulation of breaking wave experiment. This technique uses the high-order spectral/boundary element method and the boundary integral method in sequence, and reduces the computation time remarkably. The wave generation and energy focusing process is efficiently simulated by the high-order spectral/boundary element method. Only the wave over-turning process is simulated by the boundary integral method. In the example calculation result, salient features of breaking waves such as high particle velocities and accelerations are shown.

접수일자 : 2002년 10월 8일, 승인일자 2002년 11월 7일

* 주저자, 정회원. 부경대학교 조선해양시스템공학과 정교수(E-mail: yjkim@pknu.ac.kr)

** 현대미포조선(주) (연구당시 부경대학교 대학원)

1. 서론

쇄파는 자유표면 유동중에서 극단적으로 비선형성이 강한 문제이며, 이 쇄파중의 높은 입자속도와 가속도, 큰 압력구배는 선박 및 해양구조물에 강한 충격압력과 충격력을 발생시키게 된다. 따라서, 이 쇄파현상에 대한 적절한 해석수단의 개발과 그 역학적 특성의 규명은 거친 해상에서의 선박 및 해양구조물의 안전을 위해서도 매우 중요한 일이다. 초기쇄파(쇄파의 초기 전복과정)에 대한 그간의 연구들은 주로 국외에서 활발히 수행되어 왔는데(Longuet-Higgins/Cokelet 1976, Greenhow et al. 1982, Greenhow 1983, New et al. 1985, Dommermuth et al. 1988, Perlin et al. 1995), 국내의 연구로는 조일형/최항순(1988)의 연구가 있다.

초기쇄파의 이론적 해석을 위해서는 그간 주로 경계적분법(Longuet-Higgins/Cokelet 1976, Dommermuth et al. 1988, 조일형/최항순 1988)에 기초한 시간영역 시뮬레이션법이 사용되어 왔고, 어느정도 성공적이라고 할 수 있다. 그러나 이 수치해법의 가장 큰 문제점은 (유한요소법이나 유한차분법보다는 효율적이지만) 역시 계산시간의 부담이라고 할 수 있다. 그 동안 이 방법에 의한 연구들이 주기성의 가정 하에 몇 개 파장내에서의 국부적인 현상해석에 주로 치중해 온 것도 이 때문이며, 파 에너지 집중과정까지를 포함하는 가장 전반적인 해석을 했던 Dommermuth et al.(1988)의 연구에서 수면에 500개정도의 요소를 사용했을 때 한 예의 계산에만 CRAY 슈퍼컴퓨터로 30시간이 소요된 것도 이 때문이다. 따라서, 보다 효율적이고 신뢰성 있는 수치해법의 개발은 매우 중요한 과제라고 할 수 있다.

본 논문에서는 시간영역 수치해법으로 고차 스펙트럴/경계요소법(Kim et al. 1994, 김용직 1994)과 경계적분법(황중출 등 1986)을 혼합 사용하는 수치기법을 개발하였다. 쇄파에 이르기까지 파 에너지의 집중과정 대부분에 극히 효율적인 고차 스펙트럴/경계요소법을 적용하고, 쇄파의 전복과정만 경계적분법을 적용한다. 이러한 혼합계산법을 적용함으로써 수조에서의 쇄파실험에 대응

하는 수치실험을 일반 전산기를 사용해서도 신뢰성있게 구현할 수 있게 되었고, 계산결과들로부터 쇄파중의 입자속도, 가속도등 유동특성들이 고찰되었다.

2. 시간영역 경계치 문제

실제수조에서 쇄파를 발생시키는 방법으로 조파기의 주파수 변조를 이용하여 파의 에너지를 한 곳에 집중시키는 방법이 많이 이용된다. 이를 시간영역에서 시뮬레이션 하기 위해 무한 깊이의 유체중에서 2차원 조파기가 초기 정지상태로부터 주어진 운동을 함으로써 발생하는 조파문제에 대한 정식화를 보인다.

유체는 비점성, 비압축성이고 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면장력은 무시한다.

좌표계는 x 축을 정수면에 두고 y 축은 상방향을 양으로 한다. 이 가정들에 의해 속도 포텐셜 $\Phi(x, y, t)$ 를 도입하면 유체의 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \\ \text{in the fluid region, } t \geq 0. \quad (1)$$

각 순간의 자유표면상에서 만족되어야 하는 운동학적 자유표면 경계조건과 동력학적 자유표면 경계조건을 나타내면 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \\ \text{on } y = \eta(x, t), \quad t \geq 0. \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi = 0, \\ \text{on } y = \eta(x, t), \quad t \geq 0. \quad (3)$$

여기에서 $\eta(x, t)$ 는 수면높이이며, g 는 중력 가속도이다. 각 순간의 물체(조파기)표면에서 만족되어야 하는 물체 표면 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \mathbf{V}(t) \cdot \mathbf{n},$$

on the body surface, $t \geq 0$. (4)

여기에서 \mathbf{n} 는 물체 밖으로 향한 단위 법선 벡터이고 $\mathbf{V}(t)$ 는 물체의 속도 벡터이다. 물체로부터 충분히 떨어진 곳에서의 무한원방 경계조건은 다음과 같고,

$$\left. \begin{array}{l} \nabla \Phi \rightarrow 0 \\ \Phi < \infty \end{array} \right\} \text{as } R \rightarrow \infty [R = (x^2 + y^2)^{1/2}] \quad (5)$$

물체의 운동이 항상 정지상태로부터 출발한다고 가정하면 초기조건은 다음과 같다.

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0, \text{ on } y = 0, t = 0. \quad (6)$$

3. 고차 스펙트럴/경계요소법

조파기의 작동에 의해 파가 발생하고, 또 이 파들의 에너지가 한 곳에 집중되는 과정을 효율적으로 시뮬레이션 하기 위해 고차 스펙트럴/경계요소법을 사용하였다.

자유표면 $y = \eta(x, t)$ 에서의 속도 포텐셜 값을 다음과 같이 표면 포텐셜(surface potential) $\phi^S(x, t)$ 로 나타내기로 한다.

$$\phi^S(x, t) = \Phi(x, \eta(x, t), t). \quad (7)$$

이를 이용하여, 식(2)와 식(3)의 운동학적 자유표면 경계조건과 동력학적 자유표면 경계조건을 변환하면 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi^S}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - [1 + (\frac{\partial \eta}{\partial x})^2] \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0,$$

on $y = \eta(x, t), t \geq 0$. (8)

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} (\frac{\partial \phi^S}{\partial x})^2$$

$$-\frac{1}{2} [1 + (\frac{\partial \eta}{\partial x})^2] (\frac{\partial \Phi}{\partial y})^2 = 0,$$

on $y = \eta(x, t), t \geq 0$. (9)

시간의 진행에 따른 수면변위 η 와 표면 포텐셜 ϕ^S 는 자유표면 경계조건 식(8)과 식(9)를 각각 시간에 따라 적분하여 얻을 수 있으므로, 각 순간에서의 공간상의 경계치 문제는 $y = \eta(x, t)$ 에서 Dirichlet 경계조건으로서 ϕ^S 가 주어졌을 때 식(1)의 Laplace 방정식과 식(4), 식(5)의 경계조건을 만족하는 속도 포텐셜 $\Phi(x, y, t)$ 를 구하는 문제가 된다.

속도 포텐셜 Φ 를 다음과 같이 M 항까지의 급수로 나타낸다.

$$\Phi(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}(x, y, t). \quad (10)$$

여기에서, 파 기울기 정도의 작은 양을 ϵ 이라 할 때 $\phi^{(m)}$ 은 $O(\epsilon^m)$ 이라 가정한다. 속도 포텐셜 $\phi^{(m)}$ 의 $y = 0$ 에 대한 Taylor 급수로 표면 포텐셜 ϕ^S 를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi^S(x, t) &= \Phi(x, \eta, t) \\ &= \sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} [\frac{\partial^k}{\partial y^k} \phi^{(m)}]_{y=0}. \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)을 차수별로 정리하면, $\phi^{(m)}$ 에 대한 $y = 0$ 에서의 경계조건을 얻는다.

$$\phi^{(m)}(x, 0, t) = \begin{cases} \Phi^S(x, t), & m=1 \\ - \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} [\frac{\partial^k}{\partial y^k} \phi^{(m-k)}]_{y=0}, & (M \geq m \geq 2) \end{cases} \quad (12)$$

임의의 물체운동을 포함하는 해를 구하기 위해 $\phi^{(m)}$ 을 다음과 같이 파 포텐셜 $\phi_w^{(m)}$ 과 물체 포텐셜 $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 나타낸다.

$$\phi^{(m)} = \phi_W^{(m)} + \phi_b^{(m)}. \quad (13)$$

$\phi_b^{(m)}$ 은 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 무한원방 경계조건외에 다음의 경계조건들을 만족하는 포텐셜이다.

$$\phi_b^{(m)} = 0, \quad \text{on } y=0. \quad (14)$$

$$\nabla \phi_b^{(m)} \cdot \mathbf{n} = \begin{cases} V(t) \cdot \mathbf{n} - \nabla \phi_W^{(m)} \cdot \mathbf{n}, & m=1 \\ -\nabla \phi_W^{(m)} \cdot \mathbf{n}, & M \geq m \geq 2, \end{cases} \quad \text{on the body surface} \quad (15)$$

$\phi_b^{(m)}$ 은 $y=0$ 에서 식(14)를 만족하므로, $\phi^{(m)}$ 이 식(12)의 경계조건을 만족하기 위해서는 $\phi_W^{(m)}$ 은 $y=0$ 에서 다음의 경계조건을 만족하여야 하며,

$$\phi_W^{(m)}(x, 0, t) = \begin{cases} \phi^S(x, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{m-1} \frac{y^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial y^k} (\phi_W^{(m-k)} + \phi_b^{(m-k)}) \right]_{y=0}, & M \geq m \geq 2 \end{cases} \quad (16)$$

$\phi_W^{(m)}$ 은 이외에 식(1)의 Laplace 방정식과 식(5)의 경계조건을 만족하여야 한다.

각각의 경계치 문제의 해 $\phi_W^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 얻어지는 속도 포텐셜 ϕ 는 식(10)의 급수가 유효한 범위내에서 자유표면에 주어진 Dirichlet 경계조건과 식(1), 식(4), 식(5)로 이루어진 각 순간의 경계치 문제의 해가 된다. 식(16)의 우변이 ϕ^S 와 $(m-1)$ 차까지의 해만을 포함하므로 각 순간에서 η 와 ϕ^S 가 주어지면 $\phi_W^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 은 m 의 오름차순으로 순차적으로 구해 갈 수 있다. 물체 포텐셜 $\phi_b^{(m)}$ 의 수치 계산은 각 요소별 소오스 강도를 균일하게 가정하는 균일 경계요소법을 이용한다. 즉, $\phi_b^{(m)}$ 을 다음과 같이 물체표면과 그 이미지에 단순 소오스를 분포시켜 나타내고,

$$\phi_b^{(m)}(p, t) =$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{S_b} \sigma^{(m)}(q, t) \log [R(p; q)/R(p; q')] ds \quad (17)$$

where, S_b : body surface,

$\sigma^{(m)}$: source strength,

$p(x, y)$: field point,

$q(\xi, \eta)$: source point on body surface,

$q'(\xi, -\eta)$: source point on image surface,

$$R(p; q) = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]^{1/2}$$

$$R(p; q') = [(x - \xi)^2 + (y + \eta)^2]^{1/2}$$

이를 식(15)의 물체표면 경계조건에 대해 변환하여 얻어지는 제2종 Fredholm 적분방정식을 이산화과정을 통해 수치적으로 풀어 해를 얻는다.

파 포텐셜 $\phi_W^{(m)}$ 의 수치해는 $\phi_W^{(m)}$ 을 다음과 같이 복소 Fourier 급수에 의해 표현하고,

$$\phi_W^{(m)}(x, y, t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} A_n^{(m)}(t) \Psi_n(x, y), \quad (18)$$

where, $\Psi_n(x, y) = \exp(|k_n|y + ik_nx)$,

식(16)의 Dirichlet 경계조건을 만족하도록 복소 값 $A_n^{(m)}(t)$ 를 구하여 계산한다. 이를 위해 계산영역의 x 축을 N 개로 균등분할하고, 식(16)으로부터 주어지는 각 분할점에서의 $\phi_W^{(m)}$ 값을 잘 알려진 Fast-Fourier 변환법을 써서 변환한다. η 와 $\phi^{(m)}$ 의 시간에 따른 변화는 식(8)과 식(9)를 시간적분하여 계산하며, 시간적분법으로는 4차 Runge-Kutta 적분법을 사용하였고, x 에 대한 미분은 중앙차분법에 따라 계산하였다.

4. 경계적분법

고차 스펙트럴/경계요소법은 비선형 조파현상을 극히 효율적으로 수치모사 할 수 있으나, 수평좌표의 한 점에서 수면 높이가 다중함수가 되는 수

면 전복과정의 수치계산에는 적용할 수 없다. 따라서 쇠파의 수면 전복과정은 경계적분법을 이용하여 계산하였다.

Green의 제2정리로부터 관측점 p 가 경계면에 위치할 때의 적분방정식은 다음과 같다.

$$\phi(p, t) = -\frac{1}{\pi} \int_{S_f + S_b} \left[\phi(q, t) \frac{\partial}{\partial n_q} \log R(p; q) - \frac{\partial \phi(q, t)}{\partial n_q} \log R(p; q) \right] ds \quad (19)$$

여기에서 S_f 는 자유표면을 S_b 는 물체표면을 나타낸다. 각 순간의 수면위치와 수면에서의 포텐셜 값은 자유표면 경계조건인 시간적분에 의해 구해지고, 물체표면에서의 법선속도는 물체표면 경계조건으로부터 주어지므로 식(19)의 적분방정식에서의 미지수는 S_f 상의 법선속도와 S_b 상의 포텐셜 값 ϕ 이다. 이의 수치해는 식(19)의 이산화를 통해 균일 적분요소를 갖는 경계적분법으로 구하였다. 각 요소에서의 접선속도들은 구해진 포텐셜 값들을 수치미분하여 계산하며, 이를 위해 중앙차분법을 사용하였다.

시간진행에 따른 수면의 변형은 수면에서의 입자를 추적하여 계산하며, 포텐셜값의 변화도 입자를 추적하며 그 변화를 계산한다. 이를 위해 자유표면 경계조건 식(2)와 식(3)을 다음과 같은 형태로 변환한다.

$$\frac{Dx_F}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \frac{Dy_F}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{on } y = \eta(x, t), \quad t \geq 0. \quad (20)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = -g\eta + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi \quad \text{on } y = \eta(x, t), \quad t \geq 0. \quad (21)$$

여기에서, x_F 와 y_F 는 각각 자유표면 유체입자의 x 좌표와 y 좌표를 나타낸다. 이 식들의 시간적분을 통해 수면높이 η 와 자유표면에서의 포텐셜 값 ϕ 를 시간의 진행에 따라 순차적으로 구해가며, 시간적분법으로는 4차 Runge-Kutta적분법을 사용하였다. 식(20)우변의 x , y 방향 유속

은 법선속도와 접선속도를 변환하여 계산된다.

이 경계적분법은 수평좌표 하나에 수면높이가 2개 이상이 되는 수면전복과정에도 적용할 수 있으므로 그 적용성이 고차 스펙트럴/경계요소법보다 넓다. 그러나 같은 요소수에서의 계산 소요시간은 고차 스펙트럴/경계요소법보다 매우 길다.

5. 계산에 및 고찰

실제 조파수조에서의 쇠파실험은 주로 에너지 집중법에 의해 특정위치에서 쇠파가 발생할 만큼 높은 파고가 형성되도록 하여 수행된다. 이를 수치모사하기 위해서는 우선 많은 시간이 소요되는 파 에너지 집중과정을 시뮬레이션하여야 하므로, 본 연구에서는 이를 위해 고차 스펙트럴/경계요소법을 적용하였다. 조파기구로는 정수면으로부터 중심까지의 잠수깊이가 d 이고 반경이 L 인 원형추상체의 원궤도 동요법을 사용하였고 파 에너지가 수조의 한 위치에 집중되도록 하기 위해 조파기의 작동 주파수를 적절히 조정하는 주파수 변조법을 사용하였다. 선형이론에 의하면 파 에너지를 조파기 작동시작으로부터 t_{BK} 시간 후에, 조파기로부터 L_{BK} 거리 떨어진 지점에 집중시키기 위해서는 조파기의 주파수를 선형적으로 감소시킬 필요가 있으며, 본 계산에 사용한 조파기의 x , y 방향 변위는 각각 다음과 같다.

$$x_{dis} = A(t) \sin \theta(t). \quad (22)$$

$$y_{dis} = A(t) \cos \theta(t). \quad (23)$$

where, $A(t) = A_{\max} [1 - \cos(2\pi t / T_{wm})] / 2$,

$$\theta(t) = c_1 t - \frac{1}{2} c_2 t^2, \\ c_1 = \frac{1}{2} g t_{BK} / L_{BK}, \quad c_2 = \frac{1}{2} g / L_{BK}.$$

여기에서, A_{\max} 는 조파기 변위의 최대진폭, T_{wm} 은 조파기의 작동 지속시간이며, 조파기가 초기에 갑자기 작동을 시작할 때 크게 발생하는 불필요한 과도파를 줄이기 위해 조파기의 진폭을 0으로부터 점진적으로 증가시켜 0.5 T_{wm} 시간에

서 최대진폭을 갖도록 하였고, 이후 점진적으로 진폭을 감소시켜 T_{wm} 시간에서 작동을 멈추도록 하였다.

수조양끝의 일부구간 $|x| > x_1$ 범위에는 다음과 같이 식(9)의 동역학적 자유표면 경계조건식에 감쇠계수 $\mu\phi^s$ 를 도입한 소파기구를 적용시켰다.

$$\frac{\partial\phi^s}{\partial t} + g\eta + \mu\phi^s + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi^s}{\partial x}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2\right]\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2 = 0,$$

$$\text{on } |x| > x_1, \quad y = \eta(x, t), \quad t \geq 0. \quad (24)$$

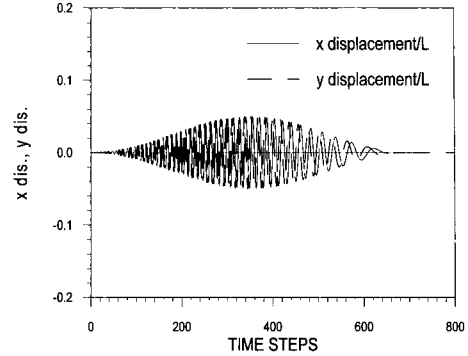
감쇠계수 μ 는 비감쇠 영역과의 점진적인 천이를 위해 다음과 같이 x 의 함수로 주었다.

$$\mu = \begin{cases} 0, & |x| \leq x_1 \\ \mu_{\max} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{|x| - x_1}{x_2 - x_1}\right)\right], & x_1 < |x| < x_2 \\ \mu_{\max}, & x_2 \leq |x| \end{cases} \quad (25)$$

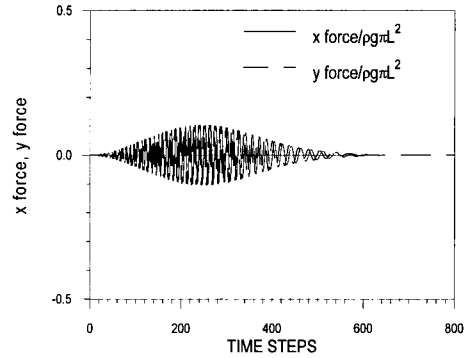
자유표면에 약 1000개의 계산요소를 두어 수면 분할의 정확성을 유지하면서도 시뮬레이션에 충분한 수조길이를 확보하였다. 이후 계산결과에서 무차원화 되지 않은 값들은 조파기 반경 $L = 1m$ 로 했을 때에 해당하는 값이며, 이 경우 수조길이는 약 150m에 해당한다.

Fig.1에는 수치실험시 사용된 조파기 작동변위의 한 예와 이때 조파기가 작동중 받는 동유체력을 함께 보였다. 조파기의 작동 주파수가 선형적으로 감소하고 있고, 이의 영향으로 동유체력의 최대값이 조파기 진폭이 최대가 되기 전에 나타날 수도 있다.

Fig.2에는 $A_{\max}/L = 0.05$ 와 $A_{\max}/L = 0.1$ 인 두 경우에 대한 발생 파형들을 함께 보였다. 여기에서 조파기의 위치는 $x/L = -40$ (즉, $x = -40m$)이며, 조파기 작동후 70sec 후에



(a)displacements

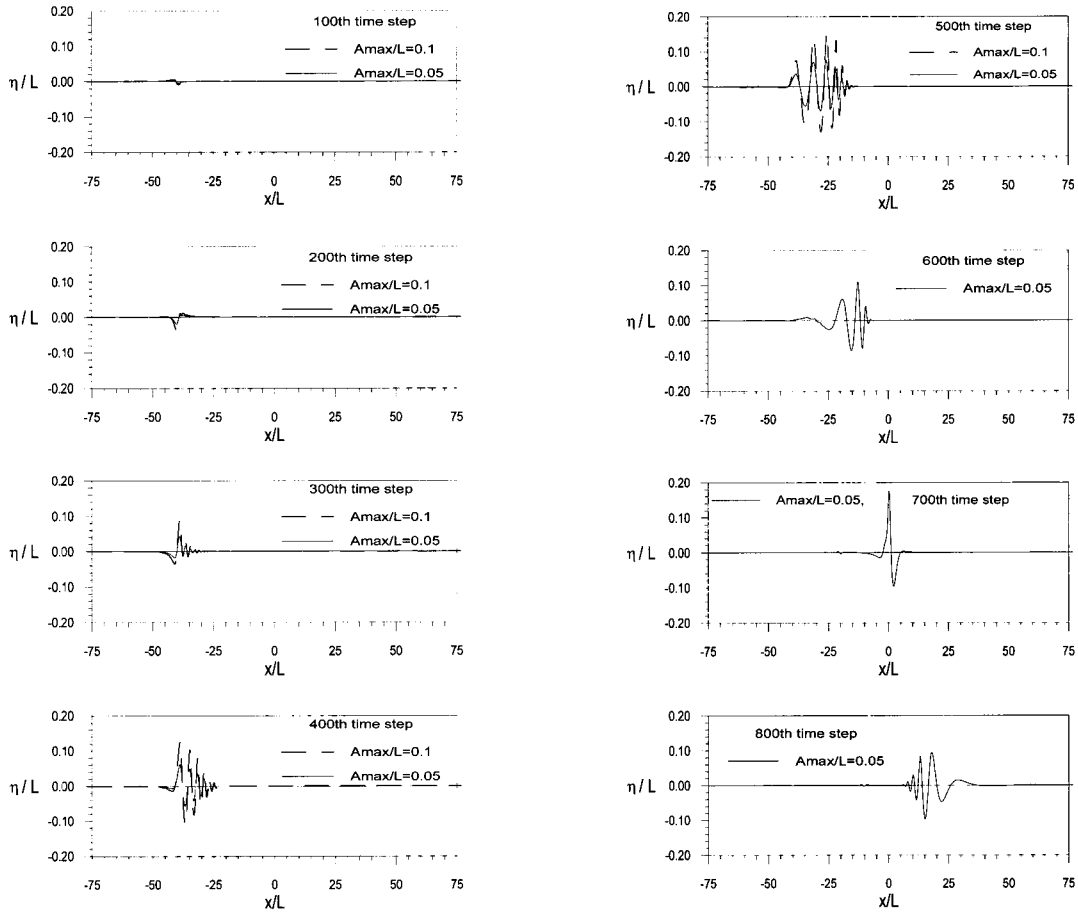


(b) hydrodynamic forces

Fig.1 Displacements of wave maker and hydrodynamic forces acting on wave maker vs. time steps ($A_{\max}/L = 0.05$, $d/L = 2$, $t_{BK} = 70 \text{ sec}$, $L_{BK}/L = 40$, $T_{wm} = 70 \text{ sec}$, $N = 1024$, $M = 5$, $\Delta x/L = 0.15$, $\Delta t = 0.1 \text{ sec}$)

40m 떨어진 위치(즉, $x/L = 0$)에 에너지가 집중 되도록 $t_{BK} = 70 \text{ sec}$, $L_{BK} = 40m$ 로 주었다. 양끝 부분의 소파기구에는 $x_1/L = 58.8$, $x_2/L = 70.8$, $\mu_{\max} = 8.86 \text{ rad/sec}$ 로 주었다.

우선 진폭이 작은 $A_{\max}/L = 0.05$ 인 경우에서 과도과정을 거쳐 700번째 시간스텝(즉, $t = 70 \text{ sec}$)에서 $x/L = 0$ 인 위치에 파 에너지가 잘 집중되고 있음을 볼 수 있고, 이후 다시 파의 에너지가 분산되어 여러 개의 파로 나누어짐을 볼 수 있다. $A_{\max}/L = 0.1$ 인 경우는 유사한 과정을 거쳐 파 에너지가 집중되지만 600스텝에 이르



(a) 100th, 200th, 300th, 400th time steps

(b) 500th, 600th, 700th, 800th time steps

Fig.2 Wave profiles generated by wave maker which is located at $x/L=-40$ ($d/L=2$, $t_{BK}=70$ sec, $L_{BK}/L=40$, $T_{wm}=70$ sec, $N=1024$, $M=5$, $\Delta x/L=0.15$, $\Delta t=0.1$ sec)

기 직전에 과도한 파고로 인해 불안정성이 발생하고 계산이 중단되었다.

본 계산시 수면 요소수를 1000개 정도로 하여 800스텝을 계산할 경우 586 PC에서 대략 1시간 정도가 소요된다. 이를 기존의 경계적분법으로 계산하면 (연립방정식의 해법으로 Gauss-Jordan법 사용시) 약 700배의 시간 즉, 29일 정도가 소요됨을 별도의 계산을 통해 알 수 있었고, 본 고차 스펙트럴/경계요소법의 우수한 효율성을 확인 할 수 있었다.

앞의 고차 스펙트럴/경계요소법은 수면높이가

다중항수가 되는 쇄파의 전복과정 계산에는 적용할 수 없고, 또 파 에너지가 어느 정도 집중되어 파면 기울기가 가파라지면 불안정성이 나타나 계산이 중단된다. 따라서 어느 정도 파 에너지가 집중된 후의 계산에는 경계적분법에 기초한 시간 영역 수치해법을 적용하였다. 경계적분법으로의 전환은 고차 스펙트럴/경계요소법에서 Δx 간격마다 계산되어 있는 η 값과 ϕ^s 값을 경계적분법의 수면 경계요소 위치와 포텐셜값으로 변환함으로써 이루어진다.

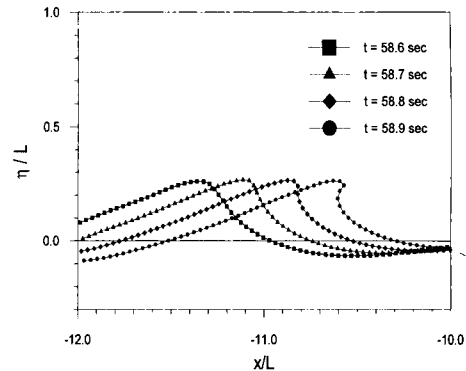
경계적분법을 이용할 때는 Lagrangian 관점에

서 수면상 유체입자를 추적하므로 더 이상 수면요소 길이가 일정하지 않고 변화한다. 특히 쇄파시 파정부분으로 유체입자가 몰리므로 이 부분의 요소길이가 급격히 짧아지고 이는 계산시 시간증분 Δt 를 적절히 축소시키지 않으면 수치 불안정성의 원인이 된다. 본 연구에서는 이를 위해 쇄파부근(특히 파정부분)을 필요에 따라 다른 부분보다 더 조밀하게 요소분할을 하되, 일정부분에서 요소길이가 등간격으로 유지되도록 하는 재분할법(regridding technique)을 적용하였다.

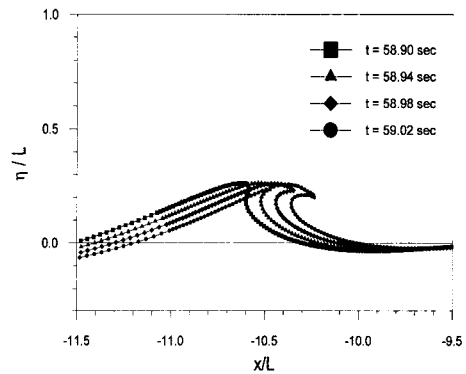
Fig.3에는 $A_{max}/L = 0.1$ 일 때 발생하는 쇄파 과정의 시뮬레이션 결과를 보였다. (a)에는 파면이 가파르게 되는 과정이 보여지고 있고 (b)에는 전복과정이 보여지고 있다. 각 그림에서의 점들은 요소 분할점이다.

이들 계산결과가 얻어지기까지의 과정은 우선 $t = 58.0 \text{ sec}$ ($\Delta t = 0.1 \text{ sec}$ 이었으므로 580번째 시간스텝)까지는 Fig.2에 보인 바와 같이 고차 스펙트럴/경계요소법으로 $\Delta x = 0.15L$ 로 하여 계산하였고, $t = 58.0 \text{ sec}$ 에서 $t = 58.4 \text{ sec}$ 까지는 경계적분법으로 $\Delta t = 0.1 \text{ sec}$, Δx 는 $0.15L$ 에서 출발하여 입자를 그대로 추적하면서 계산하였다. 시간 $t = 58.4 \text{ sec}$ 에서 $t = 58.9 \text{ sec}$ 까지는 $t = 58.4 \text{ sec}$ 에서 계산된 파형을 쇄파주위 일정부분에서 수면요소를 4배로 조밀하게 재배열하고 Δt 를 5배로 세분하여 ($\Delta t = 0.02 \text{ sec}$ 로 하여) 계산하였으며, 이 부분에서 요소길이는 등간격이 되도록 매 스텝 재분할법(regridding technique)을 적용하였다. Fig.3의 (a)에 보이고 있는 이 과정에서 파형은 파앞면이 점점 가파라지면서 결국에는 $t = 58.9 \text{ sec}$ 에서 파정부분에 돌출부가 형성되는 것을 볼 수 있다.

Fig.3의 (b)에 보여지고 있는 $t = 58.90 \text{ sec}$ 에서 $t = 58.98 \text{ sec}$ 까지의 결과는 $t = 58.90 \text{ sec}$ 부터 쇄파부근 요소길이를 2배로 다시 세분하고 Δt 도 2배로 다시 세분하여 ($\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ 로 하여) 계산된 결과이며, 이 경우에도 등간격 유지를 위한 재분할법을 적용하였다. 시간 $t = 58.98 \text{ sec}$ 에서 $t = 59.02 \text{ sec}$ 사이는 요소길이를 인위적으로 다시 세분하지는 않고, Δt 만 다시 2배로 세분하고 ($\Delta t = 0.005 \text{ sec}$ 로 하고) 재분할법을 적용하여 계



(a) steepening steps



(b) over-turning steps

Fig.3 Wave profiles during the wave breaking process ($A_{max}/L = 0.1$)

산한 결과이다. 이 과정에서 파정에 형성된 돌출부가 워터제트로 발달하여 뿜어 나오는 모양을 잘 볼 수 있다.

또한, Fig.3의 전과정 즉, 파형 앞면이 가파라질 때부터 제트 형성까지의 경과 시간은 0.42 sec 에 불과하므로 쇄파 발생은 매우 짧은 시간에 일어나는 급격한 과정임을 알 수 있다.

Fig.4에는 쇄파중 수면에서의 유속벡터가 보여지고 있다. (a)는 $t = 58.90 \text{ sec}$ 일 때이며, 파정에 형성된 돌출부 부분의 유속이 주위의 유속보다 큼(최대 2.83 m/sec)을 볼 수 있다. 이후 이 돌출부는 점점 더 돌출하여 워터제트로 발달하게 된다. (b)에는 $t = 59.02 \text{ sec}$ 에서의 전복과정 쇄파가 보

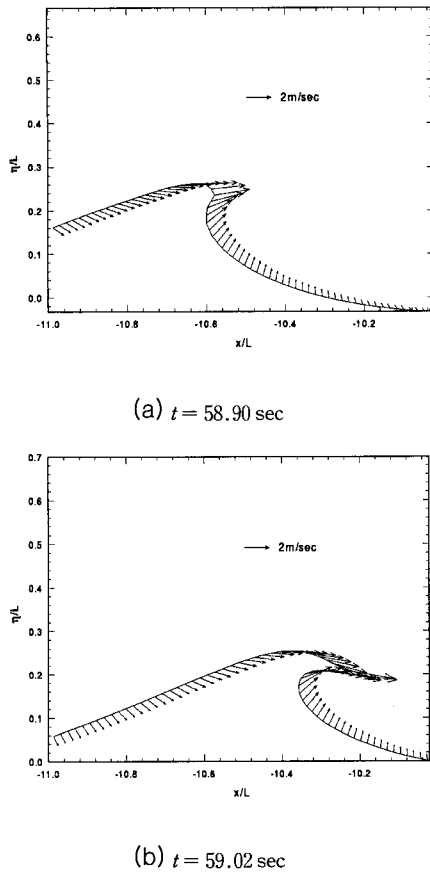


Fig.4 Velocity vectors on the free surface during the wave breaking process ($A_{max}/L=0.1$)

여지고 있고, 발달한 제트부분에서 매우 큰 유속 (최대 4.15 m/sec)이 유발됨을 볼 수 있다. 두 그림 사이의 시간간격이 0.12 sec 이므로 이 경우 제트부분에서의 가속도는 대략 11 m/sec²(약 1.1 g) 정도이다. 이와 같이 쇄파 파정부분에의 큰 유속과 가속도등은 큰 압력구배와 함께 쇄파중에 놓인 구조물에 작용하는 큰 충격력의 원인이 될 수 있다.

6. 결론

본 논문에서 쇄파현상을 효율적으로 다룰 수 있는 2차원 시간영역 수치해법으로 고차 스펙트럴/경계요소법과 경계적분법을 혼용 사용하는 수치기법을 개발하였고, 이를 이용하여 수면전복에 의한 초기 쇄파과정을 실제 수조 스케일에서 효율적으로 신뢰성 있게 재현할 수 있었다. 주요내용을 요약하면 다음과 같다.

수면전복 전까지의 파 에너지 집중과정은 고차 스펙트럴/경계요소법에 기초한 수치코드를 개발하여 수치모사하였다. 고차 스펙트럴/경계요소법에 의한 수치해법은 FFT를 사용하므로, 자유표면 요소수가 N 이라 할 때 그 계산량은 $N \log N$ 에 비례하여 증가하는 매우 효율적인 수치해법이다. 따라서, 이 방법은 지금까지 주로 사용되어 온 경계적분법보다 매우 효율적이며, 수면 요소수가 1000 개 정도일 때 계산시간을 대략 1/700로 줄일 수 있었다(즉, 기존의 계산법으로 29일 정도 걸리는 비선형 조파문제 계산을 1시간에 수행할 수 있음).

수면높이가 다중항수가 되는 수면전복과정에는 고차 스펙트럴/경계요소법을 적용할 수 없으므로 파 에너지가 충분히 집중되어 쇄파로 발달하는 시점부터는 경계적분법을 이용한 수치코드를 개발하여 수치모사하였다. 계산된 결과로부터 쇄파중 파정에서의 유속과 가속도가 주위에 비해 매우 큼을 알 수 있었고 이들은 큰 압력구배와 함께 쇄파중에 놓인 구조물에 큰 충격력을 유발시키는 원인이 될 수 있다.

후 기

본 논문은 한국과학재단의 1996년 특정 연구과제 연구비에 의해 수행된 연구결과의 일부임을 밝히며, 지원에 감사 드린다.

참 고 문 헌

- 김용직 1994 “2차원 수중익주위 비선형 자유 표면 유동의 시간영역 시뮬레이션”, 대한조선학회 논문집, 제31권 제2호, pp.45-56.
- 조일형, 최항순 1988 “2차원 쇄파의 수치해석”, 대한조선학회지, 제25권 제4호, pp.1-6.
- 황중흠, 김용직, 김선영 1986 “대진폭강제동요

- 시의 비선형유체력에 관한 연구”, 대한조선학회 지, 제23권 제2호, pp.1-13.
- Dommermuth, D.G., Yue, D.K., Lin, W.M., Rapp, R.J., Chan, E.S. and Melville, W.K. 1988 "Deep-Water Plunging Breakers : a Comparison between Potential Theory and Experiments", J. Fluid Mech., Vol.189, pp.423-442.
 - Greenhow, M. 1983 "Free-Surface Flows Related to BreakingWaves", J. Fluid Mech., Vol.134, pp.259-275.
 - Greenhow, M., Vinje, T., Brevig, P. and Taylor, J.1982 "A Theoretical and Experimental Study of the Capsize of Salter's Duck in Extreme Waves", J. Fluid Mech. Vol.118, pp.221-239.
 - Kim, Y.J., Kim, D.J. and Hwang, J.H. 1994 "Calculation of Nonlinear Free-Surface Flows Using Two-Dimensional Numerical Wave Tank", Proc. 4th ISOPE Conf., Osaka, Japan, pp.25-31.
 - Longuet-Higgins, M.S. and Cokelet, E.D. 1976 "The Deformation of Steep Surface Waves on Water. I. a Numerical Method of Computation", Proc. R. Soc. London A350, pp.1-26.
 - New, A.L., McIver, P. and Peregrine, D.H. 1985 "Computations of Overturning Waves", J. Fluid Mech., Vol.150, pp.233-251.
 - Perlin, M., Bernal, L. and He, J. 1995 "Vorticity Generation & Energy Dissipation in Transient Breaking Waves and Progress toward a Deep-Water Breaking-Wave Criterion", ONR Workshop on Free-Surface Turbulent Flows, Pasadena, USA.



< 김 용 직 >



< 김 선 기 >