

불출기의 여유자유도와 역기구학 해

The Inverse Kinematics and Redundancy of Reclaimers

신기태, 최진태, 이관희, 안현식

(Ki Tae Shin, Chin Thoi Choi, Kwan Hee Lee and Hyun Sik Ahn)

Abstract : A method for solving the inverse kinematic problem of reclaimer is presented in this paper. The reclaimers in the raw yard are being used to dig raws and transfer them to the blast furnaces. The kinematic configuration of the reclaimer is different from that of commercially available robots, because it has a rotating disk with several buckets at the end of the boom to dig raws. The reclaimer has a redundancy due to the rotating disk : the degrees of freedom are greater than the number of forward kinematic equations. A plane equation in the 3-dimensional space is determined by using several points adjacent to the reclaiming point of the raw ores pile. A constraint is obtained from the relation ship of the plane equation and trajectories of the bucket of the reclaimer. Finally, a solution of the inverse kinematics of the reclaimer is determined by a numerical method.

Keywords : inverse kinematics, reclaimer, reclaiming point, raw material pile, redundancy

I. 서론

제철소의 원료공장에는 수입한 철강석, 석탄 등을 쌓아놓고 용광로에서 필요한 양만큼 파내어 공급할 수 있도록 적절한 재고량을 확보하고 있는 원료야적장이 있다. 원료야적장은 길이 약 1.5 km, 폭이 약 50m정도 크기의 야드(yard)들로 구성되고 야드마다 여러종류의 강종이 쌓여져 있다. 그리고 원료야적장에는 쌓아놓은 원료를 파내어 용광로로 진송하는 작업을 수행하는 원료불출기(reclaimer)가 있다. 불출기는 길이가 약 50m인 대형크레인 형태로써 레일위를 구동하는 직진 주행축과, 선회, 부앙의 두개의 회전축을 가지고 있다. 불출기의 선단에는 원료를 파내는 버킷(bucket)이 회전원통에 달려 이것으로 원료를 파낸다. 작업자는 필요로하는 강종을 용광로로 공급하기 위하여 불출기를 운전하여 그 강종에 접근한 다음 수동운전으로 필요한 양만큼 불출한다. 현재 원료야적장에서 수행되고 있는 불출방법은 불출해야될 강종과 불출량 및 그 강종이 쌓여져 있는 위치를 불출기 운전자에게 전달하고, 운전자의 수동운전에 의해 불출해야될 원료더미(pile)까지 불출기를 이동시켜서 원료를 불출하고 있다. 그런데 숙련된 운전자가 아닌 경우에는 불출기를 이동시켜 원료를 불출하기 까지 상당한 시간이 요구되고 특히 야간이나 우천시에 운전자의 시야가 어두워져 불출기의 버킷을 정확히 원료더미에 접근시키기가 어렵다. 따라서 조업지연에 의한 생산성이 저하된다. 또한 원료야드에서 근무하는 불출기 운전자에게는 호흡기장애 및 여러 가지 직업병을 앓기 쉽다. 그리고 운전자의 부주의에 따른 원료더미와 불출기의 충돌문제 또한 생산공정에 심한 차질의 불려일으킬 수 있다. 따라서 수동운전에 따르는 충돌과 같은 위험성의 제거와 성력화를 통한 생산성 향상 및 작업환경개선을 위해서 불출기의 자동화가 절실히 요구되고 있는 실정이다.

자동화를 위해서는 먼저 그 작업대상이 되는 원료더미에 대한 정보가 주어져야하므로 3차원 형상검출기로 원료더미에 대한 형상 정보를 검출한다. 그 후에 불출점 결정알고리즘에 의해 불출점을 결정한다. 그 다음 원료더미의 표면에 존재하는 불출점에 안착할 수 있는 불출기의 이동 목표값을

구해야 한다. 따라서 불출기의 기구학 해석은 반드시 필요하다. 그런데 불출기는 버킷이 디스크 드럼(disk drum)에 로봇의 팔처럼 부착된 형태로 여유자유도를 가지므로써 그 기구학적 해석을 어렵게하고 있다. 여유자유도를 갖는 로봇의 역기구학 문제는 통상 단말효과기(end effector)의 위치나 속도의 변화에 따른 관절변수의 속도가 너무 과도하게 나타나는 작업영역에서도 로봇의 움직임이 원활하도록 여유자유도 링크를 추가하고 단말효과기의 위치나 속도의 변화에 따른 최적의 관절변수 속도 및 가속도가 실현 되도록 한 후 다양한 방법의 역기구학해를 제시하고 있다[1][2]. 그런데 불출기의 경우는 작업도구와 작업대상인 원료더미의 형상 자체에서 여유자유도가 발생하고 그 관심대상도 단말효과기의 속도나 관절의 속도에 관심이 있는 것이 아니라 단지 각 관절의 목표위치에 관심이 있으므로 이에 적합한 해석법이 요구된다.

본 연구에서는 불출기의 자동운전을 위하여 불출기의 각 관절의 이동목표치를 계산할 수 있는 역기구학해를 도출하고자 한다. 우선 Denavit-Hartenberg법에 의해서 불출기의 기준좌표계(base coordinate)와 국부 또는 관절좌표계(local or joint coordinate)를 설정하고, 이 좌표계를 바탕으로 불출기의 순기구학을 유도한다[3][4]. 또 불출기의 기구학이 그 형상에서 기인한 여유자유도를 가짐을 보인다. 그리고 정의된 기구학해석을 위한 알고리즘을 제시한다. 먼저 3차원 형상인식시스템을 이용하여 인식한 원료더미의 3차원형상정보를 이용하여 불출점결정 알고리즘에 의해서 불출점을 결정한다[5]. 또 불출점과 불출점주변의 점들에 대한 3차원형상정보를 이용하여 불출점주변의 국소평면에대한 평면방정식을 최소자승법으로 유도한다. 그리고 유도된 평면방정식과 불출점에서 버킷의 기구학적 관계로부터 문제를 해결하기 위한 구속조건을 유도한다. 마지막으로 순기구학방정식과 구속조건을 이용하여 역기구학해를 수치해석적인 방법으로 구한다. 본 연구에서는 해의 수렴성 및 안정성을 고려하여 적절한 수치해석법을 선정하고, 이를 이용한 불출기의 기구학해석 알고리즘을 제시하고자 한다.

II. 불출기의 시뮬레이터의 역기구학해

1. 불출기의 기구학 해석

불출기는 그림 1에서 보는 바와 같이 레일위를 달릴 수 있도록 되어 있는 주행축과 선회, 부앙의 2, 3축 그리고 일

반적인 로봇과는 달리 붐의 선단에 원형의 디스크에 버킷이 부착된 형상을 가진다.

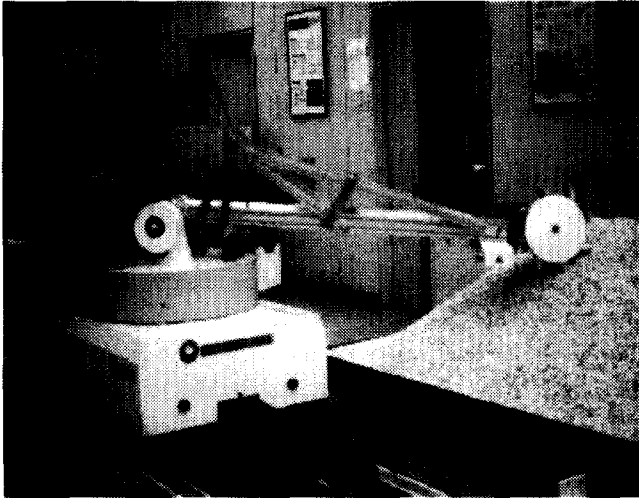


그림 1. 불출기의 모형 사진.
Fig. 1. Photograph of model reclaimer.

불출기의 기구학적 형상을 좌표변환행렬로 기술하기 위하여 선의 형태로 불출기의 형태를 간략화한 다음 Denavit-Hartenberg 표시법에 의해 좌표를 설정하면 그림 2와 같이 나타낼 수 있다[3][4]. x_0, y_0, z_0 로 표시되는 기준좌표계와 x_i, y_i, z_i ($i: 1-6$)의 국부좌표계의 관계를 좌표변환행렬로 기술하기 위한 기구학적 파라미터를 정리하면 표 1과 같다. 그리고 그 체원은 표 2와 같다. 기준좌표계의 원점은 이동 레일(rail)의 맨 끝단에 설정한다. 즉 y_0, z_0 의 2개의 벡터로 정의되는 평면이 원료야드와 같은 높이를 가지고 그 위치는 이동레일의 끝단이라는 것이다. z_0 축은 이동 레일과 평행한 축이다. 국부좌표계는 모두 불출기 위에 설정되어 불출기와 함께 움직이는 이동좌표계로서 첫번째 좌표계 x_1, y_1, z_1 의 θ_2 는 z_1 축, 즉 선회중심축을 중심으로 회전하는 선회각을 나타내고, 두번째 좌표계 x_2, y_2, z_2 의 θ_3 은 z_2 축, 즉 상하 요동축을 중심으로 회전하는 상하 요동각을 나타낸다. h_2 는 원료야드표면에서 상하 요동축까지의 높이를 나타내고 l_2 는 불출기 붐(boom)의 길이를 나타낸다. d_1 는 붐의 중심에서 버킷의 회전중심까지의 거리를 나타내고 l_3 는 버킷의 반지름을 각각 나타낸다. a_1 는 버킷의 회전중심축이 붐에서 조금 위로 편차를 가진다는 것을 보여주고 있다. ϕ, ψ 는 붐과 버킷이 이루는 각도를 나타낸 것으로서, ϕ 의 각도를 음의 값을 가지고 ψ 는 양의 값을 가진다. ψ 가 음의값을 가지도록 설계된 이유는 버킷의 원판(disk)가 붐의 상단에서 붐 쪽으로 기울어져 있으므로 불출된 원료가 버킷을 타고 올라와 붐의 컨베이어벨트(conveyor belt)에 잘 쏟아지도록 하기 위한 것이다. ϕ 또한 원활한 버킷 원판의 회전과 불출된 원료가 쏟아지기 쉽게 설계된 것이다. θ_1 은 국부좌표계 x_5, y_5, z_5 에 대하여 불출점과 버킷의 끝날이 접하는 지점까지 회전한 각도를 나타내는 것으로 불출점의 위치와 원료더미의 형상에 따라서 다양한 값을 가진다. 이 상에서 정의된 좌표계들 사이의 관계를 정의하는 행렬 즉 좌표변환 행렬식은 아래와 같다.

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

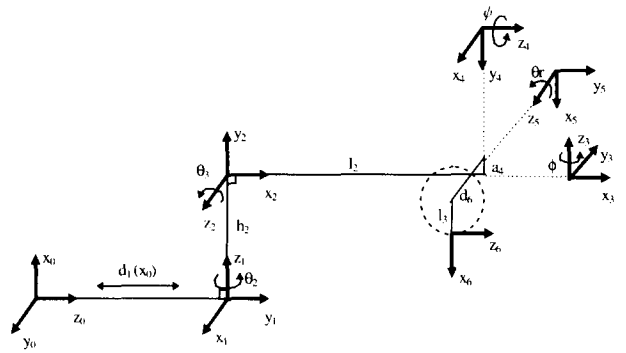


그림 2. 불출기의 기구학적 좌표계.
Fig. 2. Kinematic coordinate of reclaimer.

표 1. 기구학적 파라미터.
Table 1. Kinematic parameters of reclaimer.

	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	d_1	$\pi/2$
2	0	$\pi/2$	h_2	$\pi/2 + \theta_2$
3	l_2	$-\pi/2$	0	θ_3
4	0	$-\pi/2$	a_1	$-\pi/2 + \phi$
5	0	$\pi/2$	0	$\pi/2 + \psi$
6	l_3	$-\pi/2$	d_6	θ_4

표 2. 실제 불출기의 기구학 파라미터 값.
Table 2. Kinematic parameters of real reclaimer.

기호	값(단위)	기호	값(단위)
h_2	9.5 m	d_6	1.227 m
l_2	48.0 m	ϕ	2(deg)
a_1	1.1 m	ψ	-12(deg)
l_3	2.8 m		

표 1의 값을 (1)에 대입하면 각 관절좌표계 사이의 좌표 변환행렬(${}^0A_1 \sim {}^5A_6$)을 구할 수 있다. 기준좌표계에 대하여 좌표값이 (x_d, y_d, z_d) 인 불출점에 대한 관절좌표계사이의 좌표변환관계를 나타내는 전체 좌표변환행렬은 각각의 관절에 대한 좌표변환행렬을 모두 곱하여 구할 수 있다.

$$T_6 = \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & x_d \\ n_y & s_y & a_y & y_d \\ n_z & s_z & a_z & z_d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= {}^0A_6 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 \cdot {}^5A_6$$

여기서, $R = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x \\ n_y & s_y & a_y \\ n_z & s_z & a_z \end{bmatrix}$ $T = [x_d \ y_d \ z_d]^T$.

(2)에서 T_6 는 좌표계의 회전을 표시하는 회전행렬(rotation matrix) R 과 위치를 나타내는 벡터 T 로 구성되는 좌표변환행렬로서 각각의 관절좌표계에 대한 좌표변환 행렬의 곱으로 정의된다. (2)의 벡터 T 에서 각각의 좌표값 (x_d, y_d, z_d) 에 대하여 정리하면 다음의 순기구학 방정식을 얻을 수 있다.

$$x_d = \sin \theta_3 (l_3 \cos \phi \sin \theta_r + \sin \phi (d_6 \cos \psi \cos \theta_r)) + \cos \theta_3 (-l_3 \cos \psi \cos \theta_r - d_6 \sin \phi + a_4) + l_2 \sin \theta_3 + h_2 \quad (3)$$

$$y_d = -\sin \theta_2 (\cos \theta_3 (l_3 \cos \phi \sin \theta_r + \sin \phi (d_6 \cos \psi \cos \theta_r)) - \sin \theta_3 (-l_3 \cos \psi \cos \theta_r - d_6 \sin \phi + a_4) + l_2 \cos \theta_3) + \cos \theta_2 (\cos \phi (d_6 \cos \psi - l_3 \sin \psi \cos \theta_r) - l_3 \sin \phi \sin \theta_r) \quad (4)$$

$$z_d = \cos \theta_2 (\cos \theta_3 (l_3 \cos \phi \sin \theta_r + \sin \phi (d_6 \cos \psi - l_3 \sin \psi \cos \theta_r)) - \sin \theta_3 (-l_3 \cos \psi \cos \theta_r - d_6 \sin \phi + a_4) + l_2 \cos \theta_3) + \sin \theta_2 (\cos \phi (d_6 \cos \psi - l_3 \sin \psi \cos \theta_r) - l_3 \sin \phi \sin \theta_r) + d_1 \quad (5)$$

위에서 계산된 순기구학 방정식 (3)-(5)만으로 유일한 해가 결정될 수 없다. 그림 3은 회전드럼에 달린 8개의 버킷이 회전하면서 이루는 원궤적이 원료더미와의 접촉하는 것을 나타낸다. 그림 3에서 보는 바와 같이 θ_r 의 값에 따라 불출삼의 끝을 연결한 원이 불출점에 접하는 경우는 여러개의 원들처럼 무수히 많이 존재하는데 실선으로 그려진 원궤적 형태로 원료더미에 접하는 것이 실제 불출작업에서 요구된다. 만약 점삼의 궤적 형태로 더미에 착지하면 불출기의 버킷이 이미 원료더미에 충돌하여 불출기 전체의 기계부나 구동제어부 등에 큰 파괴나 손실을 가져 온다. 즉 버킷의 원궤적과 원료더미의 표면이 하나의 점에서 만나는 형태로 착지가 이루어져야 한다. 그러므로 불출점 (x_d, y_d, z_d) 의 위치가 주어졌을 때 (3)-(5)만으로는 $d_1, \theta_2, \theta_3, \theta_r$ 의 값이 유일하게 결정되지 않는다. 즉 하나의 여분의 자유도가 존재한다.

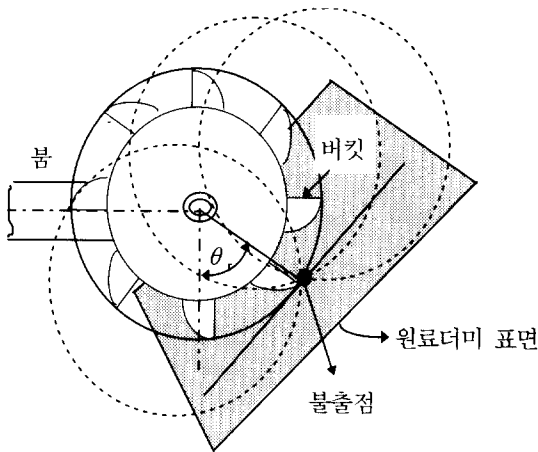


그림 3. 원료더미와 버킷의 접점부.
Fig. 3. Contact point of bucket and raw pile.

2. 구속조건

하나의 여유자유도를 갖는 불출기의 역기구학을 해석하기 위해서는 (3)-(5)의 순기구학방정식 3개 이외에 구속조건 1개가 더 요구된다. 불출기는 일반적인 로봇의 기구학과는 달리 선단이 버킷이 달린 원으로 되어 있으며, 작업대상인 원료더미도 임의의 3차원형상으로 되어있기 때문에 이러한 기구학적 환경을 고려하여 구속조건을 유도하는 것이 바람직하다. 실제의 원료더미의 표면은 불규칙한 곡면으로 구성되어 있어 그 표면에서 한 점을 선택하여 역기구학을 구하고자할 때는 무수히 많은 해가 존재한다. 그리고 그 선택된 점을 포함하는 주변의 상황은 어느 점을 선택하느냐에 따라 달라지므로 그 점을 포함하는 곡면에 대한 수학적모형을 구하기가 힘들다. 따라서 본 연구에서는 불출점과 불출

점 주변의 점들을 이용하여 이들을 대표할 수 있는 평면을 구하고 이 평면상의 한점에서 버킷이 접할 수 있도록 구속조건을 선정한 후 역기구학을 구하고자 한다.

평면을 수학적으로 표시하는 방법은 기준좌표계를 설정하고 이에 대하여 평면방정식의 형태로 표시하는 것이다. 앞에서 설정한 기준좌표계를 바탕으로 평면방정식은 그림 4에서 나타낸 것처럼 3차원 형상인식 시스템으로부터 얻은 정보로부터 불출점 주변의 8개의 점들로부터 가장 근접한 평면방정식이 정의되도록 다변수에 대한 최소자승법을 적용하여 유도한다. 불출점 가까운 점들 4개의 조금 먼 4개를 선택한 이유는 전체적인 평면이 실제불출점 주변의 형상을 잘 표현하면서도 주변의 표면과 크게 상이한 평면이 되지 않게 하기 위한 것이다. 아래의 (6)은 일반적인 평면방정식을 달리 표현한 것이다.

$$ax + by + cz + d = 0 \rightarrow n_{px}x + n_{py}y + n_{pz}z = 1 \quad (6)$$

(x_i, y_i, z_i) 로 표시 되는 9개의 점들을 (6)의 평면방정식에 대입하여 행렬식으로 나타내면 아래의 식과 같다. 단 여기서 W는 9행 3열의 행렬, \bar{n} 는 법선벡터 그리고 u는 요소가 모두 1인 벡터이다.

$$\begin{bmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} n_{px} \\ n_{py} \\ n_{pz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow W \cdot \bar{n} = u \quad (7)$$

여기서

$$W = \begin{bmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix}, \quad \bar{n} = [n_{px} \ n_{py} \ n_{pz}]^T, \quad u = [1 \ \dots \ 1]^T$$

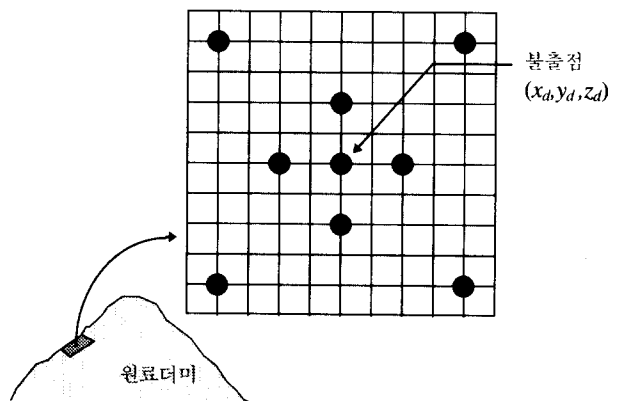


그림 4. 불출점과 그 주변의 점들.
Fig. 4. reclaiming and neighboring points.

(7)을 살펴보면 3개의 변수를 구하는데 9개의 식이 주어진 것을 알수 있다. 이것은 변수보다 방정식이 많은 경우로 최소자승법을 이용하면 모든 방정식을 가장 근사적으로 만족하는 근을 찾아낼 수 있다[6][7]. 최소자승법에서는 예를 들어 $Ax = b$ 에서 x 를 결정해야되는 문제에서 벡터 x 보다 행렬 A와 벡터 b 가 차원이 큰 경우에 x 를 구하고자 할 때, 최소자승법의 추정해 \bar{x} 를 오차 $E = \|Ax - b\|$ 가 최

소화 되도록 추정되어야 한다. 그런데 최소자승법에서 E 를 최소화 하도록 \bar{x} 를 찾는 것은 A 로 정의되는 열공간 상에 벡터 b 와 가장 가깝도록 점 $p=A\bar{x}$ 를 위치시키는 것과 같다. 즉 기하학적으로는 최소자승법의 근 \bar{x} 를 구하는 문제는 벡터 b 를 A 의 열공간에 사상시키는 문제로 귀착된다. 열공간 A 에 벡터 b 를 사상시킬 때 최소의 거리 $b-A\bar{x}$ 는 열공간 A 가 수직이 되도록 사상된다. 열공간에 수직인 벡터는 좌편 널공간(nullspace)에 놓여 있으므로 오차벡터 E 는 A^T 의 널공간상에 존재한다. 이를 수식으로 표현하면,

$$A^T(b-A\bar{x})=0 \text{ or } A^T A\bar{x}=A^T b \quad (8)$$

만약 A 의 모든 열(column)들이 선형적으로 독립이라면 $A^T A$ 의 역변환이 존재한다. 따라서 (8)을 변경하면,

$$\bar{x}=(A^T A)^{-1}A^T b \quad (9)$$

위 (8),(9)의 결과를 참조하면 (7)의 행렬 W 는 9개의 점들이 서로 다른 좌표값을 가지므로 독립된 열벡터들을 가진다. (8),(9)의 결과를 참조하면 (7)의 행렬 W 는 9개의 점들이 서로 다른 좌표값을 가지므로 독립된 열벡터들을 가지므로 역행렬이 존재한다. 따라서 (7)을 만족하는 평면의 법선벡터 \bar{n} 는 정규식(normal equation)의 해로 주어진다.

$$\bar{n}=(W^T W)^{-1}W^T u \quad (10)$$

W 행렬의 요소인 불출점 주변의 9개의 점들은 불출점이 포함된 국소평면을 최소자승법으로 유도하였을 때 그 평면 방정식의 신뢰성을 고려하여 그림 4와 같은 형태로 적절한 간격을 두고 선정한다. 그림 5는 3차원 형상검출기로 검출한 원료더미를 나타낸 것으로 원료더미에서 일정한 높이 이상의 전방면을 발체한 것이다. 3차원 형상검출기는 전방면을 측정하여 25cm 격자간격으로 영상처리할 수 있으나 후방면은 측정 불가능하다. 따라서 그림 5의 원료더미는 불출작업의 대상이 되는 것으로 전면에서 3차원 형상검출기로 측정된 후 75cm의 격자간격으로 영상처리한 것이다.

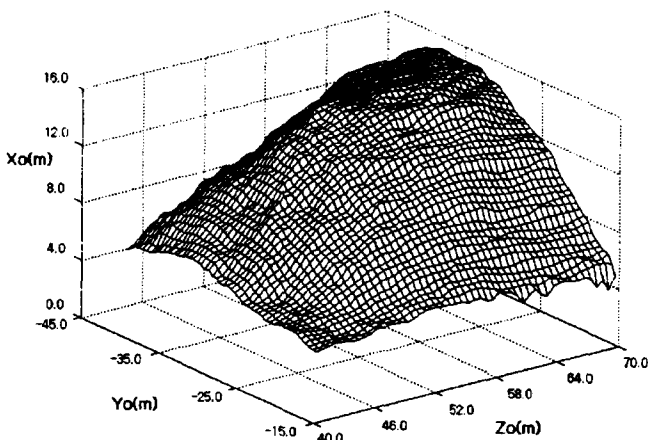


그림 5. 3차원 형상검출기에 의해 측정된 원료더미.
Fig. 5. Sensed raw pile by 3D range finding system.

그림 6, 그림 7은 각각 불출점 주변의 실제의 국소평면과 최소자승법에 의해 추정된 평면을 나타내고 있다. 이들 그림은 선택된 불출점과 그 주변의 8개의 점 즉 모두 9개의 점을 그림 4와 같이 선택하여 (10)에 의해 평면의 법선벡터를 구하여 평면으로 표시한 것이므로 그림 7에서 보는 바와 실제 표면과 근사한 평면이 됨을 알 수 있다.

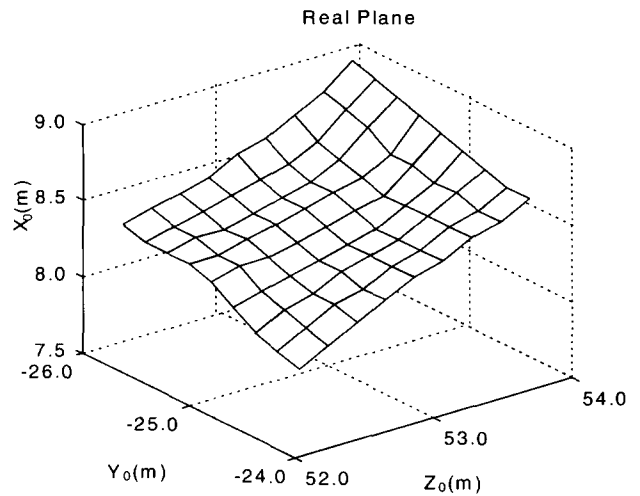


그림 6. (z_0, y_0) 의 좌표값이 (53.0, -25.0) m인 불출점과 불출점 주변의 실제 표면.

Fig. 6. Real surface of reclaiming point whose (z_0, y_0) is (53.0, -25.0) m and neighboring points.

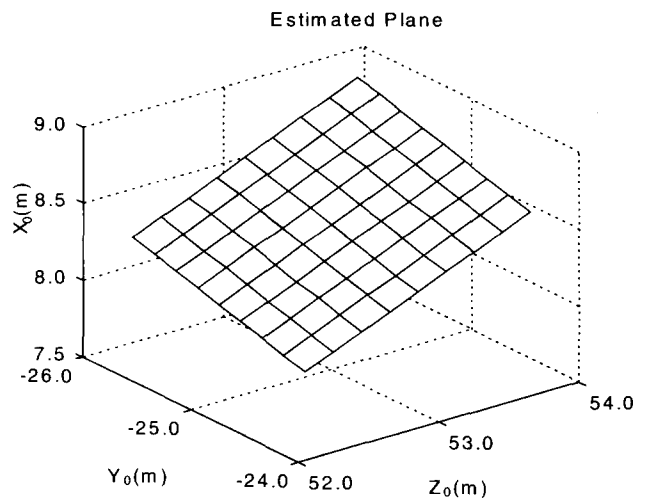


그림 7. (z_0, y_0) 의 좌표값이 (53.0, -25.0) m인 불출점 주변의 최소자승법에 의해 계산된 평면.

Fig. 7. Estimated surface of reclaiming point whose (z_0, y_0) is (53.0, -25.0) m and neighboring points.

불출점을 포함하는 평면의 법선벡터가 (10)과 같이 결정되고 그 시뮬레이션 결과가 그림 7과 같이 증명되었으므로 원료더미에 대한 형상정보는 수학적으로 정의 되었다. 그러므로 수학적으로 정의된 원료더미의 형상과 불출기의 기구학적 형상에서 수학적인 구속조건을 유도할 수 있다.

유일한 역기구학의 도출을 위한 구속조건은 버킷의 선단이 원료더미의 표면에 접해야 한다는 것에서 얻을 수 있다. 그림 8에 나타낸 바와 같이 그림 2에서 제시된 좌표계 중 버킷 선단의 좌표계의 z_6 축과 기준좌표계에 대하여 정의될 수 있는 원료더미의 국소평면 법선벡터 \bar{n} 가 항상 수직이 되어야 한다는 것이다. z_6 축과 \bar{n} 가 수직이 되면 두벡터 사이의 내적이 0이 되므로 쉽게 수학적으로 구속조건을 표현할 수 있을 뿐만 아니라 \bar{n} 이 불출점 주변의 형상을 잘 표현하고 있으므로 비교적 정확한 해를 구할 수 있다. 여기서 기준좌표계 (x_0, y_0, z_0) 에 대한 z_6 축의 방향을 수식으로 정리하면,

$$z_6 = \begin{bmatrix} \sin \theta_3 (\sin \phi \sin \psi \sin \theta_r + \cos \phi \cos \theta_r) \\ + \cos \psi \cos \theta_3 \sin \theta_r \\ \cos \theta_2 (\cos \theta_3 (\sin \phi \sin \psi \sin \theta_r + \cos \phi \cos \theta_r) \\ - \cos \psi \sin \theta_3 \sin \theta_r) \\ + \sin \theta_2 (\cos \phi \sin \psi \sin \theta_r - \cos \phi \cos \theta_r) \\ \cos \theta_2 (\cos \phi \sin \theta_r - \sin \phi \cos \theta_r) \\ - \sin \theta_2 (\cos \theta_3 (\sin \phi \sin \psi \sin \theta_r \\ + \cos \phi \cos \theta_r) - \cos \psi \sin \theta_3 \sin \theta_r) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$= [z_{6x} \ z_{6y} \ z_{6z}]^T$$

그리고 벡터 z_6 와 벡터 \bar{n} 이 수직이 되어야 한다는 것은 두 벡터의 내적이 0이어야 한다는 것이므로 두 벡터의 내적을 취하여 정리하면 아래의 구속조건식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(\theta_r) &= z_6^T \cdot \bar{n} = z_{6x} \cdot n_{px} + z_{6y} \cdot n_{py} + z_{6z} \cdot n_{pz} \\ &= n_{px} (\sin \theta_3 (\sin \phi \sin \psi \sin \theta_r + \cos \phi \cos \theta_r) \\ &\quad + \cos \psi \cos \theta_3 \sin \theta_r) \\ &\quad + n_{py} (\cos \theta_2 (\cos \phi \sin \theta_r - \sin \phi \cos \theta_r) \\ &\quad - \sin \theta_2 (\cos \theta_3 (\sin \phi \sin \psi \sin \theta_r + \cos \phi \cos \theta_r) \\ &\quad - \cos \psi \sin \theta_3 \sin \theta_r)) \\ &\quad + n_{pz} (\cos \theta_2 (\cos \theta_3 (\sin \phi \sin \psi \sin \theta_r + \cos \phi \cos \theta_r) \\ &\quad - \cos \psi \sin \theta_3 \sin \theta_r) \\ &\quad + \sin \theta_2 (\cos \phi \sin \psi \sin \theta_r - \cos \phi \cos \theta_r)) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

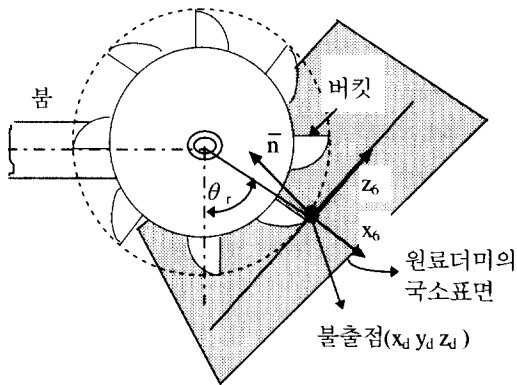


그림 8. 버킷과 3차원평면의 접점부.
Fig. 8. Contacting point of bucket and 3D surface.

III. 수치해석법에 의한 역기구학 해석

이상에서 불출기의 순기구학방정식 (3)-(5)와 구속조건 (12)을 유도하므로써 불출기의 역기구학은 해석가능하게 된다. 그런데 유도한 식들은 삼각함수가 포함된 비선형 3차방정식으로서 상당히 복잡한 형태의 식이다. 즉 해석적인 해를 구하기가 쉽지 않다. 본 연구에서는 이러한 해석의 난해한 점에 대한 이유로 수치해석법으로 불출기의 역기구학해를 도출하였다.

불출기의 기구학은 (3)-(5) 및 (12)에서 보는 바와 같이 삼각함수가 포함된 3차방정식으로 여러개의 극소점 및 극대점이 존재하는 매우 복잡한 형태의 방정식으로서 비선형 다변수 연립방정식이다. 따라서 해석적인 해를 구하는 것은 상당히 어려우므로 본 과제에서는 수치해석법으로 False Position법을 적용하여 역기구학 해석을 하였다. False Position법은 어떤 방정식에 대하여 해의 존재가능성이 있는 영역근처에서 대략적으로 선형이라면 그 방정식의 해를 구

할 수 있는 수치해석법으로 해를 안정하게 해를 결정할 수 있다[8][9]. 이 방법은 현재의 추정해에 대한 함수값과 이전의 추정해에 대한 함수값의 부호가 반대가 되도록 2개의 근사해를 선정한 다음 이들을 이용하여 보다 더 근사한 해를 추정한다. 즉 그림 9에 나타난 바와 같이 1과 2를 연결한 직선과 θ_r 축과의 교점에서 θ_{r1} 를 추정한 후, θ_{r1} 의 함수값 3이 1과 부호가 반대가 되므로 서로 직선연결하여 θ_r 축과의 교점 θ_{r2} 를 추정하여 θ_r 의 근사해를 구하는 방법으로 1변수 방정식의 해를 도출하는데 적용된다. 그런데 불출기의 순기구학 방정식과 구속조건식은 비선형 다변수 연립방정식이므로 False Position법을 적용하기 위하여 순기구학 방정식과 구속조건식을 변화시켜 1변수 함수로 적용한다. 순기구학방정식 (3)-(5)와 구속조건식 (12)에서 4개의 변수중 d_1 은 (5)에서만 포함되어 있다. 그러므로 d_1 은 (3), (4) 및 (12)에 3개의 방정식에서 결정된 $\theta_2, \theta_3, \theta_r$ 를 (5)에 적용하여 구하면 된다. 나머지 3개의 (3), (4) 및 (12)를 False Position법으로 해석하기위해서 1개의 변수에 대한 방정식으로 정리하여 나타내어야 한다.

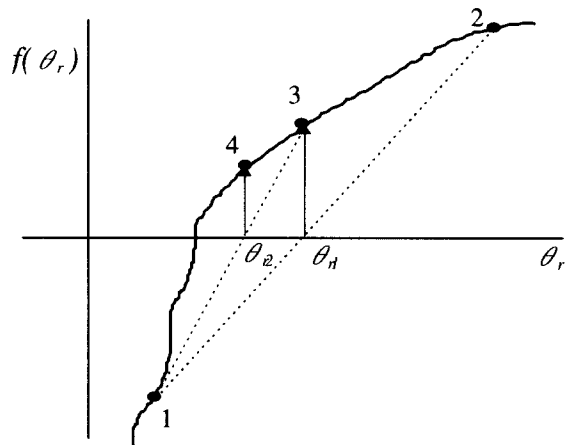


그림 9. False position 법.
Fig. 9. False position method.

우선 (3), (4)를 다시 정리하면 아래와 같다.

$$x_d = A \sin \theta_3 + B \cos \theta_3 + h_2 \quad (13)$$

$$y_d = -A \sin \theta_2 \cos \theta_3 + B \sin \theta_2 \sin \theta_3 + C \cos \theta_2 \quad (14)$$

단,

$$A = l_3 \cos \phi \sin \theta_r + \sin \phi (d_6 \cos \phi - l_3 \sin \psi \cos \theta_r) + l_2$$

$$C = \cos \phi (d_6 \cos \phi - l_3 \sin \psi \cos \theta_r) - l_3 \sin \phi \sin \theta_r$$

$$B = -l_3 \cos \psi \cos \theta_r - d_6 \sin \psi + a_4$$

여기서 A, B, C는 모두 θ_r 의 함수이므로 (13)는 θ_r, θ_3 의 2변수에 대한 식이다. 이 식에서 h_2 를 좌변으로 옮기고 정리한다.

$$\begin{aligned} x_d - h_2 &= A \sin \theta_3 + B \cos \theta_3 \\ &= \sqrt{A^2 + B^2} (\sin \beta \sin \theta_3 + \cos \beta \cos \theta_3) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{여기서, } \cos \beta = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin \beta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\tan \beta = \frac{B}{A} \rightarrow \beta = \pm \text{atan2}(B, A)$$

(15)을 양변을 $\sqrt{A^2 + B^2}$ 로 나누고 삼각함수 계산법에 의

해서 정리하게 되면 다음의 식들을 얻을 수 있다.

$$(\sin \beta \sin \theta_3 + \cos \beta \cos \theta_3) = \frac{x_d - h_2}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (16)$$

$$\cos(\theta_3 - \beta) = \frac{x_d - h_2}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sin(\theta_3 - \beta) &= \sqrt{1 - \cos^2(\theta_3 - \beta)} \\ &= \sqrt{\frac{A^2 + B^2 - (x_d - h_2)^2}{A^2 + B^2}} \end{aligned} \quad (18)$$

(17), (18)에서 유도한 $\cos(\theta_3 - \beta)$ 와 $\sin(\theta_3 - \beta)$ 를 이용하여 $\theta_3 - \beta$ 의 값을 구하기 위해서 아래와 같이 변경한다.

$$\tan(\theta_3 - \beta) = \left[\frac{\sqrt{A^2 + B^2 - (x_d - h_2)^2}}{x_d - h_2} \right] \quad (19)$$

$\theta_3 - \beta$ 는 (19)에서 $\tan(\theta_3 - \beta)$ 의 역변환을 취한다.

$$\theta_3 - \beta = \pm \text{atan2}(\sqrt{A^2 + B^2 - (x_d - h_2)^2}, x_d - h_2) \quad (20)$$

마지막으로 β 를 우변으로 이동한 후 (15)아래에 정리된 값으로 취환하면 θ_3 이 θ_r 만의 함수가 된다.

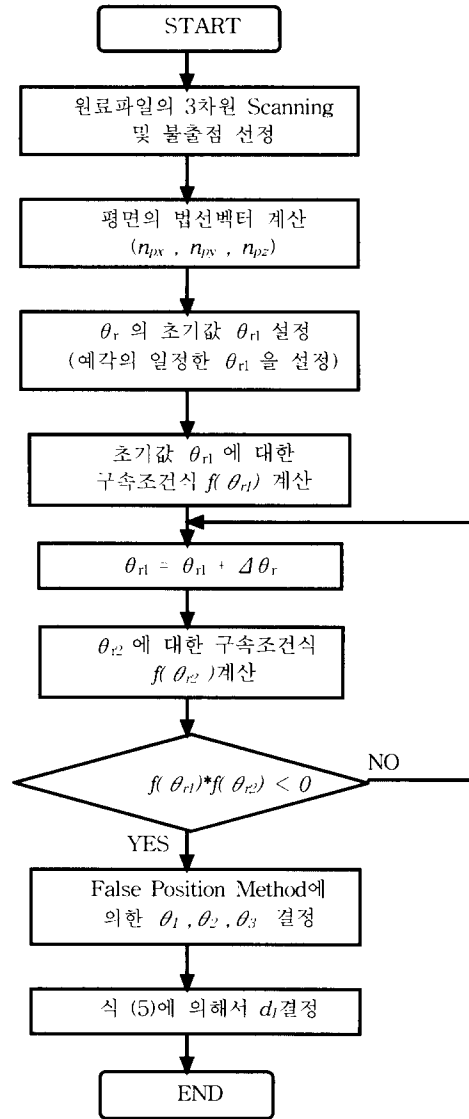
$$\begin{aligned} \theta_3 &= \text{atan2}(A, B) \\ &\pm \text{atan2}(\sqrt{A^2 + B^2 - (x_d - h_2)^2}, x_d - h_2) \end{aligned} \quad (21)$$

(14)는 $\theta_r, \theta_3, \theta_2$ 의 3변수에 대한 식으로 (21)과 같은 방법으로 정리하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_2 &= + \text{atan2}(-A \cos \theta_3 + B \sin \theta_3, C) \\ &\pm \text{atan2}(\sqrt{(-A \cos \theta_3 + B \sin \theta_3)^2 + C^2 - y_d^2}, y_d) \end{aligned} \quad (22)$$

(22)에서 볼 수 있는 바와 같이 θ_2 는 θ_3 와 θ_r 의 함수로 표시된다. 그런데, θ_3 는 (21)에서 θ_r 의 함수로 정의되므로 결국 θ_2 도 θ_r 만의 함수가 된다. 이상에서 θ_2, θ_3 가 θ_r 만의 함수로 표시되므로 구속조건식 (12)도 (21), (22)에서 구한 θ_2, θ_3 를 적용하면 θ_r 만의 함수로 나타낼 수 있다. 따라서 구속조건식 (12)을 False Position 법으로 θ_r 을 결정할 수 있다. (21), (22)에 나타나는 부호는 불출기의 기구학적 형상에 의해서 결정한다.

수치해석의 순서는 먼저 θ_r 의 초기값을 선정한다. 초기값 θ_{r1} 은 원료일의 경사각을 고려하여 30~40°로 설정하는 것이 좋다. θ_{r1} 을 일정하게 하면 순기구학방정식 (3)-(5)를 해석적인 방법으로 계산할 수 있으므로써 실제값에 근사한 초기값을 얻는다. 다음 초기값 θ_{r1} 에 랜덤(random)하게 미소의 변화분을 더하여 θ_{r2} 를 구하고 이를 대입하여 (21), (22)에서 θ_2, θ_3 를 구한 후 (12)에 대입하면 $f(\theta_{r2})$ 이 계산된다. 이것을 θ_r 의 초기값 θ_{r1} 으로 계산한 $f(\theta_{r1})$ 과 비교하여 부호가 반대로 되었을 때의 θ_{r2} 를 두번째 근사값으로 선택한다. 초기값 θ_{r1} 과 두번째 근사값 θ_{r2} 를 근거로하여 False Position 법에 의하여 구속조건식 (12)의 값이 허용범위 이하로 될 때까지 반복계산하여 보다 근사해 θ_r 를 찾는다. 그리고 이때 함께 결정되는 (21), (22)의 값을 θ_2, θ_3 의 근사해로 한다. d_f 은 이들 근사해를 이용하여 (5)로 결정한다. 이상에서 설명한 방법을 요약하여 그림 10과 같이 간단한 차트로 나타내었다.



%Δθ_r : random variation

그림 10. 역기구학해의 수치해석 순서도.
Fig. 10. Flow chart of numerical analysis of inverse kinematics.

다음은 계산 결과를 설명한다. 수치해석을 수행한 컴퓨터는 SUN OS를 장착한 Sparc 20으로 그림 5의 원료더미를 대상으로 하였다. 먼저 기준좌표계에 대한 (x_0, y_0, z_0) 의 값이 (13.56, -35, 50) m 인 원료표면의 점에 대한 역기구학해를 구하기 위해 θ_r 의 초기값 θ_{r1} 과 두번째 근사값 θ_{r2} 의 선정 결과를 나타내고 있다.

θ_{r1} (deg)	θ_{r2} (deg)	$f(\theta_{r1})$	$f(\theta_{r2})$	$f(\theta_{r1}) * f(\theta_{r2})$
30.00	49.36	0.00001	0.00012	+
30.00	44.78	0.00001	0.00009	+
30.00	4.83	0.00001	-0.00012	-

위에서 보는 바와 같이 3번의 반복과정을 거쳐서 $f(\theta_{r1}) * f(\theta_{r2}) < 0$ 을 만족하는 초기값 θ_{r1} 과 두번째 근사값 θ_{r2} 을 선정하였다. 여기서 불출점 근처의 국소평면에 대한 법선벡터 (n_{px}, n_{py}, n_{pz}) 는 (0.7433, 0.1513, -0.6516)이다. $f(\theta_r)$ 의 허용값이 10^{-12} 일 때 θ_r 의 값을 구한 결과로써 4번의 반복계산으로 수렴되는 것을 보여준다. 위의 연산 결과는 4번의 반복연산에 수렴된 경우를 나타내고 있지만 평균

적으로 반복수렴회수는 5회 정도이고 한 번의 연산을 수행하는데 걸리는 시간은 대략 100 ns 정도였다.

$$\begin{aligned} \theta_r &= 7.8265 \text{ (deg)} & f(\theta_r) &= -1.1983 * 10^{-5} \\ \theta_r &= 28.7106 \text{ (deg)} & f(\theta_r) &= -1.1226 * 10^{-8} \\ \theta_r &= 28.7299 \text{ (deg)} & f(\theta_r) &= 3.1099 * 10^{-12} \\ \theta_r &= 28.7299 \text{ (deg)} & f(\theta_r) &= 9.7053 * 10^{-18} \end{aligned}$$

따라서 위에서 구한 θ_r 을 (21), (22), (5)에 차례대로 대입하여 계산하면 $d_1=13.56$ m, $\theta_2=46.01^\circ$, $\theta_3=5.81^\circ$ 가 된다. 상기과정과 같은 방식으로 계산을 수행한 결과는 표 3과 같다 (x_d, y_d, z_d).

표 3. 역기구학 해석 결과.
Table 3. Results of inerse kinematics.

(x_d, y_d, z_d) m	d_1	θ_2	θ_3	θ_r	수렴단계
(8.52, -30, 45)	3.66	37.70	-0.47	45.48	4
(8.4, -35, 45)	8.02	45.21	-0.43	40.78	4
(8.88, -25, 50)	5.74	31.28	0.20	38.29	4
(11.76, -30, 50)	9.33	38.28	3.66	32	4
(7.08, -20, 55)	8.39	25.04	-1.78	36.66	4
(14.04, -30, 55)	14.64	38.52	6.33	29.59	3

IV. 결론

본 연구에서는 원료불출기를 자동운전하기 위해서 필수적으로 요구되는 역기구학해를 도출하였다. 불출기의 역기구학은 여유자유도를 가지는 문제로서 단일해를 결정할 수 없으므로 원료더미에 대한 3차원형상정보를 고려하여 버킷의 날 끝이 원료더미의 표면에 접해야 한다는 관계로부터 구속조건을 선정하였다. 그리고 이를 이용하여 불출기의 기구학적 특징에 맞는 역기구학 해석알고리즘을 제시하였다. 해석 알고리즘에서는 해의 수렴성에 주안점을 두어 수치해

법을 선정하였는데 향후에는 역기구학해를 해석적인 방법으로 유도하는데 주안점을 두어 진일보 전진된 연구를 수행하고자 한다.

본 연구에서 제시된 방법은 비단 불출기의 역기구학 해석에서 뿐만아니라 원통형 연마기구를 갖는 연마로봇의 역기구학 해석에서도 이용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] K. Anderson, Jorge Angeles, "Kinematic inversion of robotic manipulators in the presence of redundancies", *International Journal of Robotics Research*, vol. 8, no. 6, pp. 80, 1989.
- [2] D. R. Baker, C. W. Wampler, "On the inverse kinematics of redundant manipulator", *International Journal of Robotics Research*, vol. 7, no. 2, pp. 321, 1988.
- [3] K. S. Fu, R. C. Gonzalez and C. S. G. Lee, *ROBOTICS*, McGraw-Hill NewYork, 1987.
- [4] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics And Control*, WILEY, NewYork, 1989.
- [5] 안현식, 이관희, 신기태, 최진태, "원료 야적 파일의 3차원 형상 검출을 위한 range finding 시스템," 제8회 신호처리 합동학술대회, pp. 464-467, 1995. 9.
- [6] G. Strang, *Linear Algebra and its Application*, HBJ, Inc., 1988.
- [7] Jack L. Goldberg, *Matrix Theory with Applications*, McGraw-Hill New York, 1992.
- [8] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vettering and B. P. Flannery, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, 1992.
- [9] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill, Singapore, 1990.



신 기 태

1993년 부산대학교 기계공학과 졸업.
1995년 동대학원 석사 1995년 ~ 현재 포항산업과학연구원(RIST) 선임연구원
주관심분야 : 공정 자동화, 자동화 시스템 제어기 구성, 실시간 제어, 슬라이딩 모드 제어 및 응용.

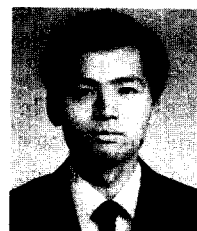


이 관 희

1990년 한국과학기술원 전산학과 졸업
1992년 포항공과대학 전산학과 석사
1992년 ~ 현재 포항산업과학연구원(RIST) 선임연구원
주관심분야 : 컴퓨터 그래픽, 로봇 지능제어, 컴퓨터 시뮬레이션.

최 진 태

제어·자동화·시스템공학회 논문지 제 3권 제 2호 123쪽 참조.



안 현 식

1986년 경북대학교 전자공학과 졸업(학사) 1989년 경북대학교 전자공학석사 졸업 1996년 경북대학교 전자공학과 박사과정 수료 1992 ~ 현재 : 포항산업과학연구원 선임연구원
주관심 분야 : 컴퓨터 비전, 영상처리.