

머시닝센터를 위한 윤곽오차 분석 및 PID 제어기 설계

Contour Error Analysis and PID Controller Design for Machining Center

나 일 주, 최 종 호, 장 태 정, 최 병 갑, 송 오 석
 (Il-Ju Na, Chong-Ho Choi, Tae-Jeong Jang, Byeong-Kap Choi and O-Sok Song)

Abstract : One of the most important performance criteria in tuning the gain of position loop controller for CNC machining center is the contour error. In this paper we analyze contour error in the linear and circular interpolations for the axis-matched and mismatched cases. To have small contour errors, it is necessary to set the P gain for each axis to be same. And the D gain should be much smaller than the P gain. Based on the analysis in the frequency domain, we propose a gain tuning method for the P and the PD controllers. We show that the PD controller is better than the P controller. The effectiveness of this method is demonstrated by experiments.

Keywords: contour error, tracking error, axis-matched, axis-mismatched, CNC machining center, gain tuning, PD controller

I. 서론

CNC 머시닝센터에서 가장 많이 사용되는 서보제어기는 PID제어기이다. 이러한 PID제어기의 계수를 설정하는데 고려되는 중요한 성능기준은 추종오차와 윤곽 오차이다. 추종 오차는 시간영역에서의 기준궤적과 출력궤적과의 오차를 의미하며, 윤곽오차는 기준궤적과 출력궤적과의 공간적인 거리오차를 의미한다. CNC 머시닝센터에서와 같이 여러 축이 동시에 움직여서 하나의 형상을 가공할 때 발생하는 윤곽오차는 각 축의 출력궤적에 의하여 결정된다. 기존의 제어기들은 추종오차를 줄이는 것을 그 목표로 삼아왔으며, 여기에는 작은 추종오차를 가짐으로써 작은 윤곽오차를 가질 것이라는 생각이 포함되어있다. 그러나 CNC 머시닝센터의 제어기는 추종오차보다는 윤곽오차에 더 큰 비중을 두고 설계되어야 한다. 왜냐하면 보다 작은 추종오차를 가지는 것이 반드시 더 작은 윤곽오차를 가짐을 의미하지 않기 때문이다.

윤곽오차에 대한 연구는 오래 전부터 계속되어 왔으며 [1,2], 그 결과 다양한 윤곽오차요인이 있음을 알게 되었다. Poo[1] 등은 2차 시스템 모델을 사용하여 직선보간 및 원호보간 시의 윤곽오차에 대해 분석하였다. 원호보간의 경우, 축-일치(axis-matched)의 경우에 대해서 수식화된 윤곽오차 공식을 제안하였고 축-불일치(axis-mismatched)의 경우에는 타원화현상이 일어난다는 언급을 하였다.

본 논문은 CNC 머시닝센터의 XY 이송테이블을 사용하여 직선, 원 등의 가공을 할 때 발생하는 윤곽오차에 대해, X축과 Y축의 특성이 다른 축-불일치의 경우에도 적용될 수 있는 오차 공식을 유도하고 윤곽오차의 발생요인을 주파수영역에서 살펴본다. 그리고 이에 근거하여 PID 제어기의 이득을 설정하는 방법을 제시한다.

II. 직선 보간시 윤곽 오차 분석

1. 서보시스템의 모델링

위치루프와 속도루프에 모두 비례제어기를 사용하는 경

우, 머시닝센터의 한 축에 해당하는 전형적인 서보시스템은 그림 1과 같이 간략하게 나타낼 수 있다. 그림 1에서 내부 루프는 속도 피드백 루프, 외부 루프는 위치 피드백 루프를 나타내며 R(s), C(s) 그리고 TL은 각각 시스템의 입력, 출력 그리고 부하토크(load torque)를 나타낸다. 실험에 사용된 수직형 머시닝센터(통일 중공업 TNV-40)로부터 얻어진 매개변수(parameter)들은 표 1과 같다.

그림 1에서 입출력 사이의 폐루프 전달함수를 구해보면,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(K_{pp}K_1K_2K_{sp}K_t)/J}{s^2 + (K_{sp}K_t)/J \cdot s + (K_{pp}K_1K_2K_{sp}K_t)/J} \quad (1)$$

$$= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

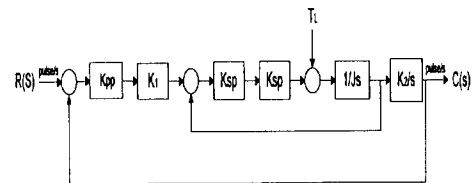


그림 1. 간략화된 서보시스템 블록 다이어그램.
 Fig. 1. Simplified servo system block diagram.

표 1. 그림 1에서 사용된 파라미터들.
 Table 1. Parameters used in Fig. 1.

매개변수	의미	값
K_{pp}	위치루프 비례이득	-
K_{sp}	속도루프 비례이득	1.3
K_t	토크상수	1.2054(Nm/A)
K_t	D/A 변환기 상수	$(2\pi/60) \cdot (1000/2047)$
K_2	인코더 상수	$24000/(2\pi)$
J_x	모터 및 이송테이블의 관성질량(x축)	$2.29 \cdot 0.00376(\text{kgm}^2)$
J_y	모터 및 이송테이블의 관성질량(y축)	$3.04 \cdot 0.00376(\text{kgm}^2)$

접수일자 : 1996. 2. 9., 수정완료 : 1996. 11. 5.
 나일주 : 서울대학교 제어계측공학과
 최종호 : 서울대학교 전기공학부, ERC-ACI, ASRI
 장태정 : 강원대학교 제어계측공학과
 최병갑, 송오석 : 서울대학교 제어계측공학과
 ※ 본 연구의 일부는 (주)LG산전의 지원하에 이루어졌습니다.

이고, 고유주파수 ω_n 및 감쇠율 ζ 는 각각 다음과 같다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{pp}K_1K_2K_{sp}K_t}{J}} \quad (2)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_{sp}K_t}{K_{pp}K_1K_2J}} \quad (3)$$

이러한 2차 서보시스템 모델을 X, Y 양 축에 사용하는 시스템을 그림 2와 같이 나타내기로 하자.

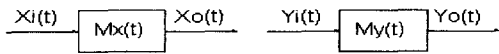


그림 2. 2축 서보시스템.
Fig. 2. Two-axis servo system.

2. 직선보간 시의 윤곽오차

본 절에서는 직선보간 시의 윤곽오차를 유도한다[1]. 그림 3과 같이 양의 X축 방향과 θ 의 각을 이루는 다음과 같은 기준 직선을 생각해보자.

$$y(t) = \tan \theta \cdot x(t) \quad (4)$$

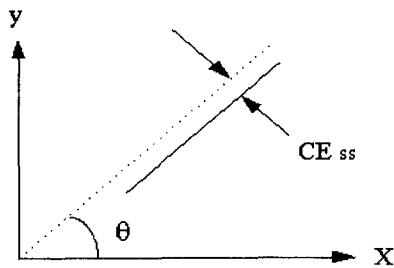


그림 3. 직선보간시의 정상상태 궤적 오차.
Fig. 3. Steady state contour error in the linear interpolation.

2차 시스템의 경우 각 축 전달함수는 각각

$$M_x(s) = \frac{\omega_{nx}^2}{s^2 + 2\zeta_x\omega_{nx}s + \omega_{nx}^2} \quad (5)$$

$$M_y(s) = \frac{\omega_{ny}^2}{s^2 + 2\zeta_y\omega_{ny}s + \omega_{ny}^2} \quad (6)$$

과 같고, 이송속도를 F라고 할 때 각 축 시스템 입력은

$$x_i(t) = (F \cos \theta)t = F_x t \quad (7)$$

$$y_i(t) = (F \sin \theta)t = F_y t \quad (8)$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} \quad (9)$$

이고, 정상상태 출력은 각각

$$x(t) = F_x t - F_x \frac{2\zeta_x}{\omega_{nx}} \quad (10)$$

$$y(t) = F_y t - F_y \frac{2\zeta_y}{\omega_{ny}} \quad (11)$$

과 같이 구해진다. 위의 (10)과 (11)에서 t 를 소거하고, 정상상태 출력의 궤적을 구하면 다음과 같은 직선의 방정식을 얻는다.

$$y(t) = \frac{F_y}{F_x} x(t) + F_y \left(\frac{2\zeta_x}{\omega_{nx}} - \frac{2\zeta_y}{\omega_{ny}} \right). \quad (12)$$

두 개의 직선 (4)와 (12) 사이의 거리를 구하면 정상상태 윤곽오차 CEss (그림 3)는

$$CE_{ss} = \frac{F_x F_y \left| \frac{2\zeta_x}{\omega_{nx}} - \frac{2\zeta_y}{\omega_{ny}} \right|}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} \quad (13)$$

$$= F \sin 2\theta \left| \frac{\zeta_x}{\omega_{nx}} - \frac{\zeta_y}{\omega_{ny}} \right|$$

가 된다[1]. 위의 (13)에서 정상상태 윤곽오차가 0이 되는 경우는 두가지가 있음을 알 수 있다. 첫째 X, Y 양 축의 시스템이 동일할 경우에는 정상상태 윤곽오차가 없다. 둘째 양 축의 시스템이 다를 경우라도 감쇠율과 고유주파수의 비가 같도록 각 축의 위치루프 이득을 설정하면 정상상태 윤곽오차가 생기지 않는다. 대부분의 머시닝센터는 양 축의 관성질량이 다름으로 두 번째 경우를 만족시킬 수 있는 조건을 유도해보면, 정상상태오차는 다음과 같이 오직 위치루프 이득에만 의존함을 알 수 있다. 즉,

$$\frac{\zeta_x}{\omega_{nx}} = \frac{\zeta_y}{\omega_{ny}} \quad (14)$$

을 만족하면 되고 K_{1x}, K_{2x} 는 상수이므로

$$K_{ppx} = K_{ppy} \quad (15)$$

를 얻어낼 수 있다. 위의 (15)에 따르면 $J_x \neq J_y$ 인 경우라도 위치루프 이득이 같을 경우 정상상태오차는 생기지 않으며, $K_{spx} \neq K_{spx}$ 인 경우라도 위치루프 이득이 같으면 정상상태 윤곽오차는 생기지 않게 된다.

만약 그림 1에서 위치루프에 P제어기 K_{pp} 대신 PD제어기 $K_{pd}(1+T_{ds})$ 를 사용한다면 각 축의 페루프 전달함수는

$$M_x(s) = \frac{\omega_{nx}^2(1+T_{ds})}{s^2 + (2\zeta_x\omega_{nx} + \omega_{nx}^2 T_{ds})s + \omega_{nx}^2} \quad (16)$$

$$M_y(s) = \frac{\omega_{ny}^2(1+T_{ds})}{s^2 + (2\zeta_y\omega_{ny} + \omega_{ny}^2 T_{ds})s + \omega_{ny}^2} \quad (17)$$

과 같으며, 이 경우 각 축의 정상상태 출력은 P제어기의 경우와 똑같은 (10), (11)과 같게 된다. 따라서 위의 결과는 PD제어기의 경우에도 적용된다.

III. 원호 보간시 윤곽 오차 분석

1. 원호보간 시의 윤곽오차

원호보간이란 이송 테이블을 현재 위치에서 지정한 위치까지 원호모양으로 절삭이송시키는 보간 방법으로 각 축의 입력은 정현파로 주어진다. 원호보간시에는 크게 두 종류의 오차요인이 있는데, 첫째 반경의 확대/감소 오차와 둘째 축-불일치에 의해 발생하는 타원화 오차가 그것이다.

원호보간 시에는 서보시스템의 시간지연으로 인해 실제 궤적이 지령궤적보다 작게 깎이는 반경감소오차가 일어나는 것으로 알려져 있으나[4], 실제로는 서보시스템의 고주파에서의 특성에 의해 반경의 확대현상도 일어날 수 있으며, 서보시스템을 1차 전달함수로 근사시킬 때에는 이러한 현상을 살펴볼 수 없고, 2차 이상의 전달함수로 모델링 하였을 경우에만 이러한 현상을 밝힐 수 있다. 본 절에서는 2축 서보시스템의 각 축을 각각 1차, 2차 그리고 개루프에 영점을 추가한 2차의 전달함수로 모델링하여 원호보간 시에 나타나는 윤곽오차에 대해 분석한다.

입력의 지령 반경을 R, 각속도를 ω , 중심 좌표를 (0,0)이라고 하자. 이 때 X축과 Y축의 입력 및 초기조건은

$$\begin{aligned} x_i(t) &= R\cos(\omega t), & y_i(t) &= R\sin(\omega t) \\ x_i(0) &= R, & x_i'(0) &= 0, & y_i(0) &= 0, & y_i'(0) &= R\omega \end{aligned} \quad (18)$$

와 같이 주어진다. 이와 같은 각 축의 입력에 대해 정상상태 출력을 각각

$$\begin{aligned} x(t) &= R_x \cos(\omega t - \phi_x) \\ &= R_x \{ \cos \omega t \cdot \cos \phi_x + \sin \omega t \cdot \sin \phi_x \} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= R_y \sin(\omega t - \phi_y) \\ &= R_y \{ \sin \omega t \cdot \cos \phi_y - \cos \omega t \cdot \sin \phi_y \} \end{aligned} \quad (20)$$

과 같이 표현하자. 여기에서 R_x, R_y 는 각 축의 출력 진폭을, ϕ_x, ϕ_y 는 각 축의 위상 지연을 나타낸다. 위의 (19), (20)을 $\cos \omega t, \sin \omega t$ 에 대해 풀면,

$$\begin{aligned} \cos \omega t &= \frac{1}{R_x R_y \cos(\phi_x - \phi_y)} \\ &\quad * \{ R_y \cos \phi_y \cdot x(t) - R_x \sin \phi_x \cdot y(t) \} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sin \omega t &= \frac{1}{R_x R_y \cos(\phi_x - \phi_y)} \\ &\quad \times \{ R_y \sin \phi_y \cdot x(t) + R_x \cos \phi_x \cdot y(t) \} \end{aligned} \quad (22)$$

이고, $\sin 2\omega t + \cos 2\omega t = 1$ 임을 이용하여 정리하면, 그 제적은

$$\begin{aligned} R_x^2 x^2 + R_y^2 y^2 - 2R_x R_y \sin(\phi_x - \phi_y) xy \\ = R_x^2 R_y^2 \cos^2(\phi_x - \phi_y) \end{aligned} \quad (23)$$

와 같은 타원의 방정식이 된다.

한편 장반경 a , 단반경 b 인 타원은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (24)$$

과 같고, 이 타원을 반시계방향으로 θ 만큼 회전 이동하면

$$\begin{aligned} (b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta) x^2 + (b^2 \sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta) y^2 \\ + (b^2 - a^2) \sin 2\theta xy = a^2 b^2 \end{aligned} \quad (25)$$

과 같이 된다. 이 식을 앞의 (23)과 비교하면,

$$\begin{aligned} R_x^2 + R_y^2 &= a^2 + b^2, \\ ab &= R_x R_y \cos(\phi_x - \phi_y) \end{aligned} \quad (26)$$

를 얻을 수 있고, 이것을 풀면

$$\begin{aligned} a, b = \frac{1}{2} \{ \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + 2R_x R_y \cos(\phi_x - \phi_y)} \\ \pm \sqrt{R_x^2 + R_y^2 - 2R_x R_y \cos(\phi_x - \phi_y)} \} \end{aligned} \quad (27)$$

가 된다. 즉, 정상상태 출력제적은 일반적으로 타원이 된다.

2. 1차 서보시스템 모델을 사용한 윤곽오차 분석

그림 2의 서보시스템의 각 축을 시정수가 T_x, T_y 인 1차 전달함수 $M_x(s), M_y(s)$ 로 모델링할 경우를 생각해 보자.

$$M_x(s) = \frac{1}{1 + T_x s}, \quad M_y(s) = \frac{1}{1 + T_y s} \quad (28)$$

먼저 각 축의 정상상태 출력을 구해보면

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega T_x)^2}} \cos(\omega t - \phi_x) \\ &= R_x \cos(\omega t - \phi_x), \quad \tan \phi_x = \omega T_x \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega T_y)^2}} \sin(\omega t - \phi_y) \\ &= R_y \sin(\omega t - \phi_y), \quad \tan \phi_y = \omega T_y \end{aligned} \quad (30)$$

과 같고, 여기에서 정의된 R_x, R_y, ϕ_x, ϕ_y 를 (27)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} a, b = \frac{R}{2\sqrt{1 + (\omega T_x)^2} \sqrt{1 + (\omega T_y)^2}} \\ \times \{ \sqrt{4 + (\omega T_x + \omega T_y)^2} \pm |\omega T_x - \omega T_y| \} \end{aligned} \quad (31)$$

을 얻는다. 위 식의 첫째항은 순수한 반경오차 감소분이며, 둘째항은 각 축의 시정수의 불일치에 의해 생기는 타원화 오차분이다. 만약 $T_x = T_y$ 라면

$$a, b = R' = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} \quad (32)$$

이고, 반경감소량은 반경감소량의 정의 및 Taylor 근사화에 의해,

$$\begin{aligned} \Delta R &= R - R' = R \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} \right\} \\ &\approx R \frac{1}{2} (\omega T)^2 = \frac{F^2 T^2}{2R}, \quad (F = R\omega) \end{aligned} \quad (33)$$

이다[4]. 반경감소 오차공식 (33)에 따르면, 시스템의 시정수가 커짐에 따라(즉, 제어기 이득이 작아짐에 따라) 반경감소량은 단조 증가하게 된다. 그러나 실제 시스템에 있어서는 시스템이득이 커짐에 따라 반경감소량은 단조 증가하지 않으며 고속 원호보간 시에는 반경의 확대가 일어나는 것을 실험으로 확인할 수 있다. 이러한 사실은 시스템을 1차의 전달함수로 모델링하였을 경우에는 설명할 수 없는데 다음 절에서와 같이 2차 이상의 전달함수로 모델링하면 설명할 수 있다.

3. 2차 서보시스템 모델을 사용한 윤곽오차 분석(P 제어기)

이제 그림 2의 서보시스템을 (5), (6)과 같은 2차의 전달함수 모델로 생각하자. 먼저 정상상태 출력을 구해보면

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{R\omega_{nx}^2}{\sqrt{(\omega_{nx}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_x \omega_{nx} \omega)^2}} \cos(\omega t - \phi_x) \\ &= R_x \cos(\omega t - \phi_x), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\tan \phi_x = \frac{2\zeta_x \omega_{nx} \omega}{\omega_{nx}^2 - \omega^2}$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{R\omega_{ny}^2}{\sqrt{(\omega_{ny}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_y \omega_{ny} \omega)^2}} \cos(\omega t - \phi_y) \\ &= R_y \cos(\omega t - \phi_y), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\tan \phi_y = \frac{2\zeta_y \omega_{ny} \omega}{\omega_{ny}^2 - \omega^2}$$

과 같고, 위의 (34), (35)에서 정의된 R_x, R_y, ϕ_x, ϕ_y 를 (27)에 대입하여 정리하면, 장반경 a 와 단반경 b 는

$$a, b = \frac{R}{2\sqrt{M^+} \sqrt{M^-}} \{ \sqrt{Q^+} \pm \sqrt{Q^-} \} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} Q^+ &= [\omega_{nx}^2 (\omega_{ny}^2 - \omega^2) + \omega_{ny}^2 (\omega_{nx}^2 - \omega^2)]^2 \\ &\quad + [\omega_{nx}^2 (2\zeta_y \omega_{ny} \omega) + \omega_{ny}^2 (2\zeta_x \omega_{nx} \omega)]^2 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} Q^- &= [\omega_{nx}^2 (\omega_{ny}^2 - \omega^2) - \omega_{ny}^2 (\omega_{nx}^2 - \omega^2)]^2 \\ &\quad + [\omega_{nx}^2 (2\zeta_y \omega_{ny} \omega) - \omega_{ny}^2 (2\zeta_x \omega_{nx} \omega)]^2 \end{aligned} \quad (38)$$

$$M = (\omega_{nx}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_x \omega_{nx} \omega)^2 \quad (39)$$

$$N = (\omega_{ny}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_y \omega_{ny} \omega)^2 \quad (40)$$

과 같다. 위의 (36)에서 둘째항의 Q- 는 각 축 매개변수(감쇠비, 고유주파수)가 불일치할 때에만 생기는 항이다. 만약 $\zeta_x = \zeta_y, \omega_{nx} = \omega_{ny}$ 라면(즉, X축과 Y축의 동특성이 같으면), (36)는

$$a, b = R' = \frac{R}{\sqrt{1 + (2\zeta \frac{\omega}{\omega_n})^2 - 2(\frac{\omega}{\omega_n})^2 + (\frac{\omega}{\omega_n})^4}} \quad (41)$$

과 같이 간략하게 나타낸다. 이때 정상상태 궤적은 완벽한 원을 형성한다.

4. 개루프 전달함수에 영점을 추가할 때의 영향(PD 제어기)

앞 절에서는 위치루프에 P제어기를 사용할 때의 윤곽오차에 대해 알아보았다. 이제 위치루프 제어기로서 PD제어기를 사용할 때 즉, 그림 2의 각 축 전달함수가 (16), (17)과 같을 때에 발생하는 윤곽오차를 살펴보자. 정상상태 출력은 각각

$$x(t) = \frac{R\omega_{nx}^2 \sqrt{1 + (\omega T_{dx})^2}}{\sqrt{(\omega_{nx}^2 - \omega^2)^2 + \{(2\zeta_x \omega_{nx} + \omega_{nx}^2 T_{dx})\omega\}^2} \times \cos(\omega t - \phi_x)} \quad (42)$$

$$= R_x \cos(\omega t - \phi_x),$$

$$\phi_x = \tan^{-1} \omega T_{dx} - \tan^{-1} \frac{(2\zeta_x \omega_{nx} + \omega_{nx}^2 T_{dx})\omega}{\omega_{nx}^2 - \omega^2}$$

$$y(t) = \frac{R\omega_{ny}^2 \sqrt{1 + (\omega T_{dy})^2}}{\sqrt{(\omega_{ny}^2 - \omega^2)^2 + \{(2\zeta_y \omega_{ny} + \omega_{ny}^2 T_{dy})\omega\}^2} \times \cos(\omega t - \phi_y)} \quad (43)$$

$$= R_y \cos(\omega t - \phi_y),$$

$$\phi_y = \tan^{-1} \omega T_{dy} - \tan^{-1} \frac{(2\zeta_y \omega_{ny} + \omega_{ny}^2 T_{dy})\omega}{\omega_{ny}^2 - \omega^2}$$

와 같고, 여기에서 정의된 R_x, R_y, ϕ_x, ϕ_y 를 (27)에 대입하면, PD제어기를 사용할 경우의 윤곽오차를 살펴볼 수 있다. 그러나 이 과정은 매우 복잡하여 (36)~(40)와 같은 공식을 유도할 수는 없었다. 그러나 (42)과 (43)만으로도 T_{dx} 와 T_{dy} 에 의한 영향은 살펴볼 수 있다.

IV. P, PD 제어기의 이득 설정

1. 원호보간 시 윤곽오차의 주파수 영역 해석

X, Y 양 축이 동일한 시스템일 경우 정상상태출력은 원이 되고, 이때의 출력반경은 기준반경보다 크거나 작게된다. 출력반경이 기준반경보다 커지느냐 작아지느냐는 시스템의 감쇠율, 고유주파수, 입력주파수에 의해 결정된다. 등속 원호보간시의 각 축의 입력이 한 주파수 성분만을 가진다는 사실을 상기한다면 반경의 감소/확대 현상은 그 입력주파수에서의 시스템이득에 의해 생긴다는 것을 쉽게 알 수 있다. 각 축의 전달함수를 (28)과 같이 1차, (5),(6)과 같이 2차로 모델링한 경우, 전달함수를 각각 $M_1(s), M_2(s)$ 라 하고 시스템이득을 계산해보자.

$$|M_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} \quad (44)$$

$$|M_2(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\zeta \frac{\omega}{\omega_n})^2 - 2(\frac{\omega}{\omega_n})^2 + (\frac{\omega}{\omega_n})^4}} \quad (45)$$

위의 (44)에서 $|M_1(j\omega)|$ 는 ω 가 고정되어 있을 때 T가 증가함에 따라 단조 감소하는 함수로서, 원호보간시 언제나 반경감소만이 생김을 나타낸다. 그러나 (45)와 같이 시스템을 2차의 전달함수로 모델링할 때 나타나는 $|M_2(j\omega)|$ 에 의하면, 시스템이득은 감쇠율이나 고유주파수의 변화에 따라 1 보다 크거나 작을 수 있다. 즉 정상상태에서 원호의 반경이 확대될 수도 있고 감소될 수도 있다. 이러한 사실은 그림 4에서도 확인된다. 그림 4는 각 주파수에서의 전체 시스템이득을 도시한 것이다. 그림 4에 따르면 10 rad/s로 원을 가공할 경우 위치루프이득 $K_{pp} = 0.5$ 에서는 반경감소가, $K_{pp} = 1.0, 2.0$ 에서는 반경확대가 일어남을 알 수 있다.

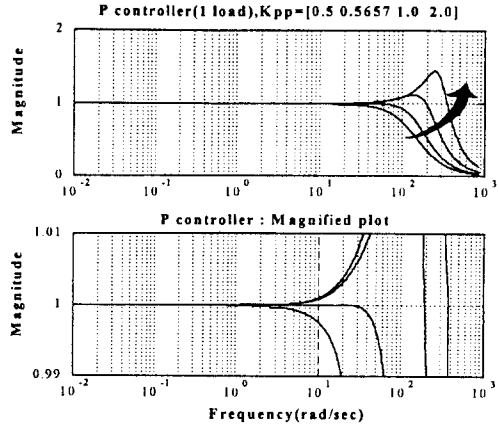


그림 4. P 제어기 사용할 때 전체 시스템이득 (화살표 방향이 이득이 커지는 방향).
Fig. 4. System gain of the P controller (Arrow denotes the gain increasing direction).

2. 원호보간 시의 이득 조정(P 제어기)

X축, Y축 시스템이 동일할 때에는 다원화에 의한 오차는 없으며, 반경 감소/확대 오차만이 일어나게 된다. 이것은 앞서 살펴본 것과 같이 고주파 대역에서 전체 시스템이득이 1을 유지하지 못하기 때문이며, 따라서 가장 좋은 위치루프 비례이득 선정 방법은 넓은 범위의 각속도($\omega = F/R$)에 걸쳐서 시스템이득을 1로 유지하도록 하는 이득을 선정하는 것이다.

2차시스템의 공진주파수 ω_p , 최대공진이득 M_p 는 다음과 같은 관계가 있다[3].

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (46)$$

$$M_p = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}, \quad \zeta \leq 0.707 \quad (47)$$

위의 (47)에 따르면 감쇠율이 0.707이상일 경우, 공진현상은 일어나지 않는다. 따라서 감쇠율을 0.707로 설정하여 반경의 확대 및 축소가 최대한 높은 주파수에서 생기게 할 수 있다. 앞의 (3)으로부터 위치루프 비례이득은

$$K_{pp} = \frac{K_p K_t}{4\zeta^2 K_1 K_2 J} \Big|_{\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}} \quad (48)$$

$$= \frac{K_p K_t}{2K_1 K_2 J} = 0.5657$$

과 같이 계산된다. 표 2는 여러 가지 위치루프 비례이득에 대해 감쇠율, 고유주파수 및 반경오차율($\omega=10$ rad/sec)을 계산한 것이다.

표 2. 이득에 따른 감쇠율, 고유주파수, 반경오차율($\omega=10$ rad/sec).

Table 2. Damping ratio, natural frequency and radial error ratio($\omega=10$ rad/sec).

K_{pp}	0.5	0.5657	1.0	2.0
ω_n (rad/sec)	146.86	156.26	207.70	293.73
ζ	0.752	0.707	0.531	0.376
$\Delta R / R$	0.6176e-3	0.008e-3	-1.0e-3	-0.83169e-3

일반적으로 머시닝센터는 X축, Y축 시스템의 관성부하가 다르다. 그 이유는 보통 Y축 베드 위에 X축 베드가 놓이기 때문이다. 양 축의 관성부하가 다를 경우 타원화 오차 및 반경오차가 생기지 않게 하기 위해서는 각 축의 감쇠율 및 고유주파수가 같게 위치루프 이득을 설정해야 할 것이다. 즉,

$$\omega_{nx} = \omega_{ny}, \quad \zeta_x = \zeta_y \quad (49)$$

을 만족해야하며, 이 조건을 (2), (3)을 이용하여 정리해보면

$$\frac{K_{ppx}}{K_{ppy}} = \frac{J_x}{J_y}, \quad \frac{K_{dpx}}{K_{dpy}} = \frac{J_y}{J_x} \quad (50)$$

을 만족해야 함을 알 수 있다. 그러나 위의 두 식을 동시에 만족시키는 위치루프 비례이득은 존재하지 않으며 따라서 정상상태오차가 0인 이득의 설정은 불가능하다고 할 수 있다. 앞에서의 (36)과 기준반경과의 오차를 최소화할 수 있는 이득을 찾기 위해, (36)~(40)를 사용하여 X, Y 양 축의 위치루프 비례이득 변화에 따른 오차를 계산하고 그래프를 그리면 그림 5, 그림 6과 같다.

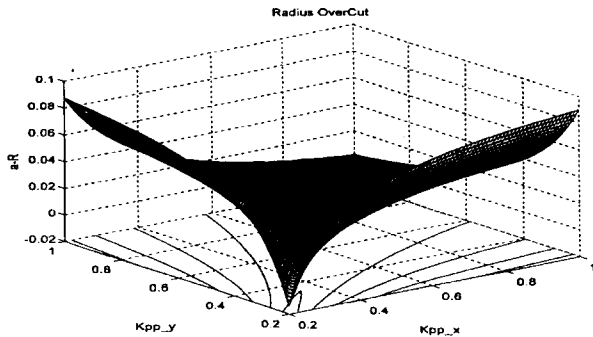


그림 5. 바깥 방향 최대반경오차 (관성부하 불일치).
Fig. 5. Maximum radial error in the outward direction(axis mismatched).

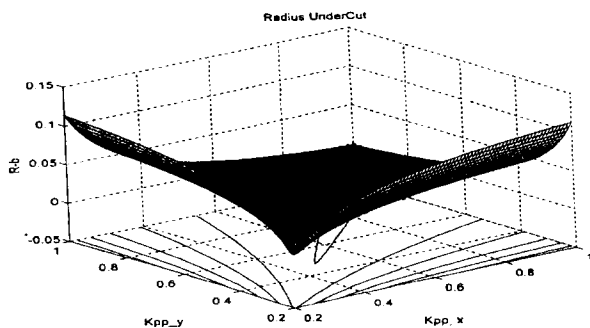


그림 6. 안쪽 방향 최대반경오차 (관성부하 불일치).
Fig. 6. Maximum radial error in the inward direction(axis mismatched).

그림 5와 그림 6의 결과를 살펴보면 X, Y 양 축의 관성 부하가 다르더라도 같은 이득을 설정함으로써 최소의 오차를 가지게 됨을 알 수 있다. 또한 $K_{ppx} = K_{ppy}$ 직선상의 반경오차량을 살펴보면 이득에 따른 반경의 감소/확대 현상을 살펴볼 수 있다. 참고로 그림 5와 그림 6에서 X, Y 양 축의 관성부하는 각각 $J_{ext,x} = 1.29 J_m$, $J_{ext,y} = 2.04 J_m$ 으로 하였다(J_m 은 모터 자체의 관성질량으로 0.00376 kgm^2 이다. 각각의 수치는 실험에 사용된 이송테이블의 각 축 관성질량에 해당한다.).

3. PD 제어기와 PI 제어기에 대한 고찰

앞 절에서 X축 Y축의 동특성이 같을 때 위치루프 제어기로 P제어기를 사용하는 경우 시스템의 감쇠율이 0.707이 되도록 조정하면 원호 보간시 보다 넓은 주파수 영역에서 반경의 감소/확대를 최소한으로 할 수 있음을 보였다. 그러나 현실적인 면을 고려하면 이와 같은 이득을 사용하는 것은 문제가 있다. 첫째 저속에서는 높은 이득을 쓰더라도(즉, 감쇠율이 0.707보다 작더라도)원호 보간시 반경오차가 크지 아니하므로 낮은 이득을 쓸 필요가 없다. 둘째 고속에서는 감쇠율을 0.707로 맞추어줌으로써 반경오차는 없앨 수 있지만, 이득이 충분히 크지 않음으로 인하여 외란에 민감하게 되며 결과적으로 좋은 궤적을 나타내지 못한다. 그렇다면 고이득 제어기이면서 고속에서 반경오차가 없는 제어기를 찾아보자. 이러한 특성은 PD제어기가 가지고 있다.

위치루프 제어기로 PD제어기를 사용하게 되면, 미분이득의 작용에 의해 고주파수에 있어서 서보시스템의 공진현상을 막아줄 수 있다. 그림 7과 그림 8은 각각 PD제어기와 PI제어기를 사용하였을 경우에 페루프 전달함수의 이득을 나타낸 것이다. PI제어기의 경우, 적분이득은 시스템의 대역폭에는 별 영향을 주지 않고 공진현상을 증가시키는 역할을 하여 결과적으로 반경오차를 크게 하는 역할을 한다. 또한 위치제어기에 적분이득을 사용하면 오버슈트가 발생하여 과절삭이 일어날 수 있으므로 CNC용 위치제어기로는 부적합하다. 특히 모서리 가공 테스트의 결과를 보인 그림 12에서 이점을 명확히 알 수 있다.

PD제어기의 경우 고주파에서 미분이득의 역할이 크게 작용하여 최대공진을 줄여주는 역할을 하며, 미분이득의 도움으로 비례이득을 충분히 올려줄 수 있다. 비례이득이 증

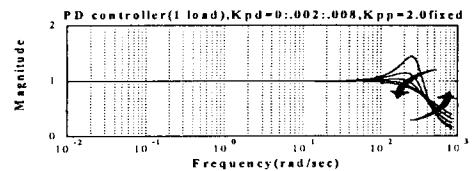


그림 7. PD 제어기 사용시 전체 시스템이득 (화살표 방향이 미분이득이 커지는 방향).

Fig. 7. System gain of the PD controller (Arrow denotes the D-gain increasing direction).

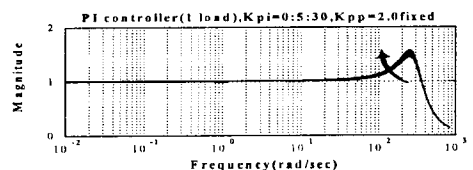


그림 8. PI 제어기 사용시 전체 시스템이득 (화살표 방향이 적분이득이 커지는 방향).

Fig. 8. System gain of the PI controller (Arrow denotes the I gain increasing direction).

증가하는 것은 외란에 의한 영향을 줄여주며 미분이득과 함께 전체 시스템이득이 1을 유지하는 범위를 넓게 해준다.

4. PD제어기의 이득설정방법

그럼 PD제어기의 이득을 구하는 구체적인 방법에 대해 살펴본다. 여기서 사용한 최적의 이득을 구하는 기준은 원호보간시 반경의 감소나 확대가 일어나지 않도록, 주파수 영역에서 보았을 때 최대한 넓은 범위에서 시스템이득이 1이 되도록 하는 이득을 찾는 것이다.

앞의 (16)과 같이 개루프 전달함수에 영점이 추가된 전달함수를 M3(s)라 하면 시스템이득은 다음과 같다.

$$|M_3(j\omega)| = \frac{\sqrt{1+(\omega T_d)^2}}{\sqrt{1+(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n} + \omega T_d)^2 - 2(\frac{\omega}{\omega_n})^2 + (\frac{\omega}{\omega_n})^4}} \quad (51)$$

위의 (51)과 (45)를 비교해보면 Td 항의 추가에 의해, 전체 시스템이득을 좀더 자유롭게 조정할 수 있음을 발견할 수 있다.

이제 가장 넓은 주파수범위에 걸쳐서 전체 시스템이득을 1로 유지할 수 있는 미분이득을 결정해보자. 이때 사용하는 미분제어기를 $K_{pp}(1+T_d s) = K_{pp} + K_{pds}$ 라고 하자. 원호보간시 정상상태 반경오차 비율이 0.1%를 벗어나지 않는 최대 각속도를 최대가공각속도(Maximum Angular Velocity, MAV)로 정의하자. 우선 비레이득을 고정시키고 미분이득을 변화시키면서 각각의 경우 MAV를 구해보면 그때의 비레이득에 대해 MAV를 최대로 해주는 미분이득을 찾을 수 있다. 이런 식으로 비레이득을 조금 바꾸어 고정시키고 같은 일을 반복하면 각각의 비레이득에 대해 상응하는 미분이득의 값을 구할 수 있다. 이 일은 많은 계산이 필요하므로 컴퓨터 프로그램을 이용하였다.

그림 9는 위치루프에 PD제어기 사용시 위와 같은 방법으로 구한, 각각의 비레이득에 대해 MAV를 최대화하는 미분이득을 (51)으로부터 찾아 도시한 것이다. 그림 9에서 비레이득이 0.57이하 부분에서 미분이득이 0인데, 이것은 이 영역에서 미분이득을 사용할 경우 과감쇠가 일어나서 오히려 MAV가 작아짐을 의미한다. 미분이득은 비레이득에 비해 3/1000 정도의 상대적으로 아주 작은 크기이다. 그림 10은 구해진 최적의 비례 및 미분이득의 쌍을 사용할 때, 이에 해당하는 MAV를 도시한 것이다. 그림 10을 보면 비례이득만을 사용하여 감쇠율 0.707을 정확히 맞추어 준 경우에 최대가공각속도가 38 rad/sec 정도임에 비해, 미분이득을 함께 사용함으로써 이론적으로는 120 rad/sec 이상까지 거의 오차 없이 가공속도를 확보할 수 있다.

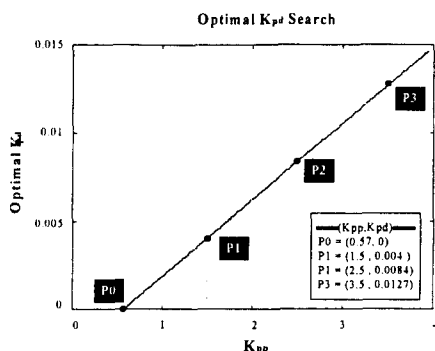


그림 9. Kpp에 따른 최적의 Kpd.
Fig. 9. Optimal Kpd versus Kpp.

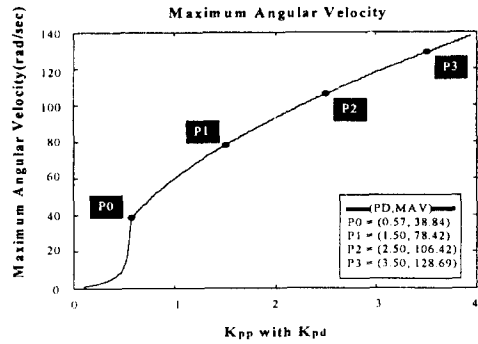


그림 10. Kpp와 Kpd에 따른 최대가공각속도.
Fig. 10. MAV's for several (Kpp, Kpd).

다만 여기에서 주의할 점은 PD제어기를 사용할 때 그림 10에 의하면 비레이득이 증가함에 따라 미분이득도 함께 증가시킴으로써 MAV를 계속 증가시킬 수 있으나 이에 현실적인 제약이 따른다는 점이다. 높은 비례/미분이득을 사용하는 것은 잡음 및 모델화되지 않은 시스템의 고차 특성에 의해 현실적으로 불가능한 경우가 많다. 서보시스템의 경우 그 내부에는 전류포화기, 잡음, 마찰력과 같은 비선형 요소 등등이 내재되어 있어서 모델만으로는 그 성능을 면밀히 파악하기 어렵다. 바람직한 방법은 모델에 대한 해석을 기반으로 대략적인 이득을 결정 한 뒤, 실험을 통해서 좀더 정밀한 이득을 찾는 것이다.

지금까지 원호보간 시 PD제어기가 넓은 주파수에 걸쳐 거의 반경오차 없이 가공을 할 수 있음을 보였고, 그 이득의 설정방법을 그림 9에 나타내었다. 위의 그림 9와 그림 10에서는 한 축에 대해서만 미분이득을 결정하였다. 그 이유는 P제어기의 경우 양 축의 고유진동수, 감쇠율이 다를 경우라도 같은 이득을 설정해야 최소의 오차를 얻을 수 있었기 때문이다. PD 제어기의 경우에 있어서도 정상상태에서의 완벽한 원을 얻기 위해서는 양 축의 고유진동수, 감쇠율, 미분이득이 모두 같게 설정되어야 한다. 그러나 P제어기의 경우에서와 마찬가지로 양 축의 관성부하가 다르면 고유진동수와 감쇠율이 달라져서 완벽한 원이 될 수 없다. 다만 미분이득은 그 크기가 비레이득에 비해 매우 작으므로, 미분이득을 양 축의 관성질량에 따라 조금 다르게 설정함으로써 타원화 오차를 어느 정도 보상할 수 있다. 그러나 이 경우에는 과도상태 응답의 특성이 달라져 과도상태에서의 윤곽오차의 크기가 커지는 단점이 있다.

이상과 같은 결과로 미루어보면 직선이나 원과 같은 궤적뿐만 아니라 임의의 궤적에 대해서도 P보다는 PD제어기가 바람직하다. 머시닝센터를 이용하여 가공되는 궤적들은 기본적으로 여러 개의 직선으로 이루어져 있다. 여러 개의 직선이 모여 이루어진 궤적은 원의 경우와는 달리 넓은 범위의 주파수 성분을 갖는다. 궤적의 시점, 종점 및 모서리에서는 고주파 성분을 지니고 모서리와 모서리 사이의 구간에서는 저주파 성분을 지니게 된다. 즉 이러한 궤적을 오차 없이 가공하기 위해서는 넓은 범위의 주파수에 걸쳐 오차가 없는 제어기를 사용해야 한다. 이런 의미에서 전형적인 도막임 제어기 중에서는 PD제어기가 가장 우수하다고 생각할 수 있다.

PD제어기를 사용함으로써 윤곽오차가 향상되는 원인은 본질적으로 고주파에서의 특성이 개선되기 때문이다. 미분이득의 사용으로 인해 고주파에서의 추종성능 및 외란제거 성능이 모두 향상된다. 흔히 산업계에서는 미분이득의 사용을 잘 사용하고 있지 않다. 이는 미분이득의 영향으로 시스

템이 측정 잡음에 민감해 불안정해질 수 있기때문인데, 머시닝센터와 같은 고정밀 시스템에서는 위치측정을 위해 보통 고해상도의 인코더를 사용하고, 인코더 펄스는 본질적으로 디지털 신호이므로 잡음에 의한 영향이 작다. 본 논문에서는 1ms의 샘플링 주기로 PD제어기를 사용하였는데 정상적인 사용에는 아무런 문제가 없었다.

지금까지 위치루프에 PD제어기를 사용함으로써 직선 및 원호보간시의 윤곽오차를 개선시킬 수 있음을 보였다. 지금까지 제시된 PD제어기의 이득설정방법을 요약하면 다음과 같다.

- (1) 실험 및 사용자 매뉴얼을 참고하여 그림 1과 같은 모델을 찾는다.
- (2) 시스템이 불안정해지지 않는 범위에서 비례이득을 충분히 크게 설정한다. 이때 X, Y 양 축의 이득은 같게 설정한다.
- (3) 그림 9을 근거로하여 미분이득을 결정하여 플랜트에 적용하여 보고 필요에따라 미분이득을 조금 조정한다.

V. 실험 결과

본 논문에서 살펴본 이득 조정 방법을 평가하기 위해, 여러 가지 실험을 해보았다. 속도루프제어기는 YASKAWA사의 CACR-SR10BB 서보팩을, 모터로는 YASKAWA USA-MED-09MA2를 사용하였으며 XY 이송테이블은 통일중공업 TNV-40 수직형 머시닝센터에 부착된 것을 사용하였다. XY 이송테이블의 각 축 관성질량을 모터축으로 환산하면 각각 $J_{ext_x} = 1.29 Jm$, $J_{ext_y} = 2.04 Jm$ 에 해당된다. 모터의 인코더 해상도는 1회전당 6000펄스로서 본 실험에서는 이를 해상도를 4배로 하여(4체배) 1회전당 24000펄스로 사용하였다. 위치루프 제어기는 TMS320C30 DSP Board 상에서 C언어를 사용하여 구현하였고, 샘플링 주파수는 1000Hz이다. TMS320C30을 사용하여 계산된 제어입력은 12비트 D/A변환기를 거쳐서 아날로그 전압으로 서보팩에 인가된다.

1. 직선보간 실험 결과

그림 11은 현재위치로부터 상대위치 (10,10)mm 되는 곳으로 이송속도 50mm/s로 직선이송을 시킨 결과이다. 아래에서 1)과 2)는 P제어기를 사용하였고 3)과 4)는 각각 PD제어기($K_{pp}+K_{pd}$)와 PI제어기($K_{pp}+K_{pi}/s$)를 사용하였다.

- 1) $K_{pp} = 0.5657$ (P, $\zeta=0.707$)
- 2) $K_{pp} = 2.0$ (P, $\zeta=0.376$)
- 3) $K_{pp} = 2.0, K_{pd} = 0.00624$ (PD)
- 4) $K_{pp} = 2.0, K_{pi} = 30$ (PI)

그림 11의 결과는 PD제어기를 사용함으로써 최소의 윤곽오차를 얻을 수 있음을 나타낸다.

2. 급격한 모서리 실험

그림 12는 (0,0)mm 위치에서 (10,10)mm로 직선이송 시킨

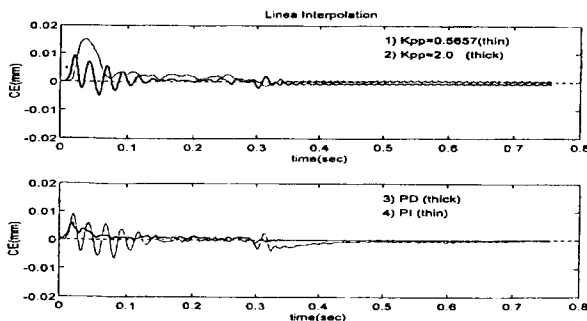


그림 11. 직선보간.
Fig. 11. Linear interpolation.

후 다시 (20,0)mm로 직선이송 시킨 결과이다. PI제어기는 커다란 오버슈트를 보이므로 사용할 수 없다. 위치루프 이득이 $K_{pp}=2.0$ 인 위치제어기는 미분이득을 함께 사용함으로써 쾌적이 향상됨을 알 수 있다. 한편 이론적으로 우수한 이득인 $K_{pp}=0.5657$ 은 저이득 특성에 의해 별로 좋지 못한 결과를 보인다.

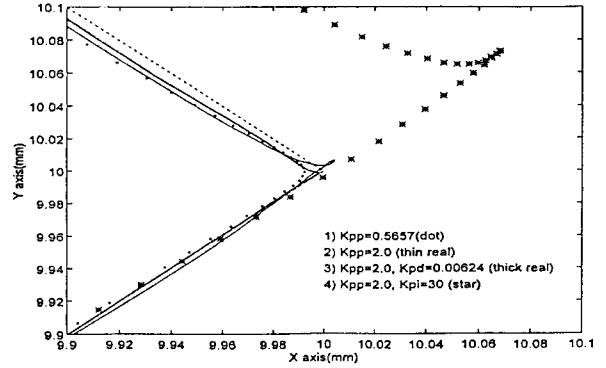


그림 12. 모서리 테스트.
Fig. 12. Sharp corner test.

3. 원호보간 실험 결과

그림 13은 반경 10mm의 원을 선속도 100mm/s로 이송시킨 결과이다. 그림 13(a)에서 $K_{pp}=0.5657$ 의 경우 반경 감소나 확대오차는 없지만, 낮은 이득으로 인하여 축-불일치(axis mismatch)의 영향을 쉽게 받는다. $K_{pp}=2.0$ 의 경우 반경 확대 현상을 볼 수 있다. 그림 13(b)의 결과를 보면 PD제어기를 사용함으로써 반경오차 및 과도상태 출력오차를 많이 줄일 수 있음을 알 수 있다.

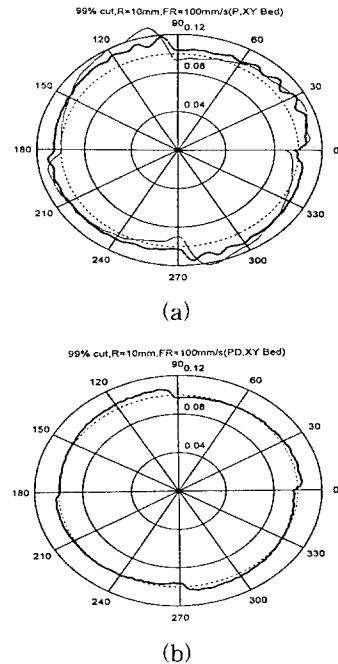


그림 13. 원호보간 실험.

(a) P제어기 사용시 (굵은 실선은 $K_{pp}=2.0$, 가는 실선은 $K_{pp}=0.5657$), (b) PD제어기 사용시 ($K_{pp}=2.0, K_{pd}=0.00624$)

Fig. 13. Circular interpolation test.

(a) With P controller (the thick real line is for $K_{pp}=2.0$ and the thin real line is for $K_{pp}=0.5657$). (b) With PD controller ($K_{pp}=2.0, K_{pd}=0.00624$).

VI. 결론

본 논문에서는 CNC 머시닝센터의 XY 서보시스템을 1차 및 2차의 전달함수로 모델링하였을 때, 직선보간 및 원호보간 시에 발생하는 윤곽오차를 분석해보았다. 분석 결과 직선보간의 경우, 양 축의 위치루프 이득이 동일하기만 하면 정상상태 윤곽오차는 없으며 이 오차는 각 축의 미분이득에는 의존하지 않는 것으로 나타났다. 원호보간의 경우 윤곽오차는 전체 시스템이득에 의해 생기는 반경 확대/감소 오차와 양 축의 축-불일치에 의해 생기는 타원화 오차로 나누어 볼 수 있다. 축-일치의 경우 출력 궤적은 원을 형성하며 반경의 확대/감소량을 미분이득에 의해 보정할 수 있다. 본 논문에서는 PD제어기를 사용함으로써 고속의 원호보간 시 반경의 확대/감소를 줄일 수 있다는 것을 보였고, 최대 가공속도를 가장 크게 하는 미분이득을 결정하는 방법을 제시하였다. 그리고 제시된 미분이득의 사용한 PD제어기를 이용하여 P제어기를 사용하였을 때보다 윤곽오차를 줄일 수 있음을 실험을 통해 입증하였다.

참고문헌

[1] A. N. Poo, J. G. Bollinger and G. W. Younkin, "Dynamic errors in type I contouring systems,"

IEEE transaction on Industrial Applications, vol. 1A-8, no. 4, pp. 477-484, 1972.
 [2] Y. Koren and C. C. Lo, "Advanced controllers for feed drives," *Annals of the CIRP*, vol. 41, 1992.
 [3] Benjamin C. Kuo, *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall International, 6th ed., 1991.
 [4] 垣野義昭 外, NC工作機械の運動精度に関する研究(第4報):圓弧補間時の半徑減少のNC補正, 일본정밀기계학회지, 54권 6호, pp. 1113-1118, 1988.
 [5] G. F. Franklin, J. D. Powell and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley Publishing Company, 3rd ed., 1994.
 [6] Y. Koren, *Computer Control of Manufacturing Systems*, McGraw-Hill Book company, 1983.
 [7] AC Servo Drive 設計 SERVICE MANUAL編, (주) 효성중공업.
 [8] MACHINING CENTER 취급 설명서, (주) 통일 중공업.



나 일 주

1994년 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1996년 동대학원 제어계측공학과 석사. 1996년 ~ 현재 삼성전자 신호처리연구소 주임연구원. 관심분야는 피드포워드 제어 및 응용, 고속 데이터 전송, 디지털 인터페이스.



최 종 호

1970년 서울대학교 기계공학과 학사. 1975년 Univ. of Florida (미국) 산업 및 시스템공학과 석사. 1978년 동대학교 전기공학과 박사. 현재 서울대학교 전기공학부 교수. 주관심분야는 학습제어, CNC 제어기, 신경회로망.



장 태 정

1986년 서울대학교 제어계측공학과 학사. 1988년 동대학원 제어계측공학과 석사. 1994년 동대학원 제어계측공학과 박사. 현재 강원대학교 제어계측공학과 전임강사. 주관심분야는 제어이론 및 응용, 신경회로망, 제어용 네트워크.



최 병 갑

1992년 서울대학교 제어계측공학과 학사. 1994년 동대학원 제어계측공학과 석사. 1994년 ~ 현재 동대학원 제어계측공학과 박사과정 재학중. 주관심분야는 신경회로망, Motion control.



송 오 석

1995년 서울대학교 제어계측공학과 학사. 1994년 ~ 현재 동대학원 제어계측공학과 석사과정 재학중. 주관심분야는 비선형제어, 적응제어.