

뺨대구조물의 최적설계

류영성

1. 서 언

뺨대구조물의 설계에는 구조요소의 설계, 연결부의 설계, 지지부의 설계, 구조전체의 형상 설계 등이 복합적으로 포함된다. 건물의 높이와 단면, 교량의 전체길이, 송전탑의 높이 등과 같은 구조물의 외곽형상은 구조물의 설치목적에 부합되도록 미리 정해지는 경우가 대부분이므로, 대체적인 구조물 전체의 기하학적 형상은 설계요구조건에 포함된다. 따라서 설계 및 설계최적화의 대상은 구조요소들의 기하학적 형상과 재료, 구조요소간의 연결부의 위치와 연결방법 등이라 할 수 있다.

다시 말하면 주어진 하중과 구조형태에 따라 발생하는 하중에 대해 안전과 안정성이 보장되고 소요의 기능을 발휘하는 구조물이 되도록 부재를 배치·연결하고, 이에 따른 모든 부재의 재료와 치수, 연결형태를 합리적이고 경제적으로 결정하는 것을 설계최적화의 목표로 삼는다.

설계과정에서 필수적인 것이 구조해석이다. 구조물 전체의 시스템 거동으로는 구조형상에 따라 달라지는(configuration-dependent) 것과 하중에 따라 달라지는(loading-dependent) 것을 생각할 수 있다. 형상의 영향을 받는 구조응답은 구조시스템에 내재되는 본질적 특성으로서 구조의 고유진동(natural vibration)이나 구조좌굴(structural buckling) 등이 고려된다. 이러한 응답의 해석

에는 구조고유치문제(structural eigenproblem)를 풀어야 한다. 하중의 영향을 받는 구조응답은 변위, 변형율, 응력 등이 대표적인 것으로 이들의 해석에는 대응하는 방정식을 설정하고 풀어야 한다.

현재까지 구조해석에는 유한요소법이 가장 널리 사용되고 있으므로, 이 글에서도 유한요소법이 사용됨을 전제로 모든 과정을 논의한다. 유한요소 라이브러리에서 뺨대구조물에 가장 적합한 것은 보요소(beam element)라 할 수 있다. 따라서 여기에서는 보요소를 주로 이용하는 유한요소법에 근거를 두고 뺨대구조물의 최적화 설계과정을 기술하기로 한다.

2. 최적설계문제의 정식화

공학설계는 가용자원의 범위에서 요구기능을 만족하는 가능한 최선의 시스템을 개발하는 것이다. 가능한 최선의 시스템은 최적화 설계과정을 통해 얻어질 수 있다. 설계최적화의 첫 단계는 설계문제의 수학적 정식화이다. 최적설계문제의 정식화를 위해서는 설계변수(design variables) 및 최적화의 목적함수(objective function)가 설정되어야 하고, 설계요구조건이 최적화문제의 제약함수(constraints)로 정식화되어야 한다.

먼저 구조물의 기능요구에 따라 시험적 구조는 유한요소계로 이상화되어야 한다. 구조해석과정에서는 물론이거니와 설계변수, 목적함수 및 설계

* 정회원, 부산수산대학교 해양공학과 교수

제약조건 등이 모두 이 유한요소계와 관련된다. 또 작용하중과 경계조건, 부분구조의 기법 등이 이때에 확인된다.

2.1 설계변수

유한요소계를 이용하는 뼈대구조물의 최적설계에서 설계변수는 요소관련 설계변수와 절점관련 설계변수로 구분할 수 있다. 요소관련 설계변수의 대표적인 예는 요소단면의 치수나 재료의 성질 등을 들 수 있다. 또 절점관련 설계변수로는 연결부의 위치 즉 절점의 좌표 또는 지점의 위치 등을 생각할 수 있다. 요소단면의 치수를 설계변수로 사용할 때 하나의 유한요소에 수 개의 설계변수가 필요할 수 있다. 예를 들면 단일재료로 이루어진 직사각형 단면의 경우 폭과 높이를 설계변수로 설정하는 것 등이다. 절점관련 설계변수의 경우에도 하나의 절점에 2개 이상의 변수가 설정될 수 있다.

따라서 요소의 수(부재의 수)나 절점의 수가 대단히 많은 뼈대구조물의 설계최적화에는 설계변수의 갯수가 과도할 정도로 많아지게 된다. 설계변수의 갯수가 증가하면, 비교적 효율적인 최적화 알고리즘을 사용하여도 최적화의 비용이 과대해 지거나 불가능한 경우가 있다. 그러므로, 이러한 경우에는 연계설계변수(design variable linking)의 개념을 사용하는 것이 바람직하다. 설계변수의 연계란 몇 개의 설계변수가 항상 동일한 값을 취하게 함으로써 결과적으로는 설계변수의 수를 줄이는 것이다. 예를 들어, 뼈대구조물의 몇 개의 부재치수를 동일하게 설계한다거나, 고층라멘 구조 등에서 동일층상의 절점좌표를 일정하게 만들거나 등간격으로 하는 것 등이다. 구조물의 대칭성 등을 이용하여 연계설계변수를 설정하는 것도 바람직하다.

일반적으로 뼈대구조물의 설계에는 규격부재들이 이용된다. 사용가능한 규격부재의 종류는 유한하므로, 이를 고려한 설계에서는 설계변수를 이산형으로 취급해야 마땅하다. 그러나 최적화 알고리즘의 측면에서 보면 이산형변수에 대한 알고리즘이 비효율적인 경우가 대부분이다. 따라서 초기단계의 설계최적화에서는 모든 설계변수를 연속형으로 간주하여 최적화를 수행한 다음 연속형 최적

설계변수값에 가장 가까운 이산변수값을 탐색하는 2단계 알고리즘이 사용될 수 있다.

2.2 목적함수

목적함수는 어떤 설계가 다른 설계보다 더 좋은 것인지 아닌지를 구별하는 척도가 되는 함수이므로, 이는 반드시 설계변수의 함수로 표시되어야 한다. 목적함수의 특성에 따라서는 양함수(implicit function) 또는 음함수(implicit function)로 표시될 수도 있다. 여러개의 목적함수를 가진 문제(multi-objective problem)도 있으나 이러한 문제의 해법이 정립되어 있지 않다. 따라서 여기서는 단일목적함수의 문제(single-objective problem)만을 논의한다.

흔히 사용하는 목적함수의 척도로는 구조물 제작에 소요되는 재료비를 들 수 있다. 즉 재료의 양에 단위단가를 가중치로 적용한 함수로 생각할 수 있으며, 재료량은 설계변수의 함수로 표시될 수 있다. 재료의 양 또는 부재의 설치위치 등에 따라 달라지는 건설단가를 목적함수로 설정할 수 있다. 여기에는 재료비와 건설비가 동시에 고려된다. 이외에도 특정부재의 응력이나 특정지점의 변위 등과 같이 설계변수의 음함수로 표시되는 구조거동이 목적함수의 척도로 사용될 수도 있다.

재료비나 건설비 등이 목적함수로 활용되지 않을 경우에는 이들을 제약조건에 포함시킬 수도 있음을 부기해 둔다.

2.3 제약조건

뼈대구조물의 최적설계과정에서 고려가능한 제약조건은 구조물의 거동, 요소차원의 구조응답, 사용재료의 양, 제작과정, 설계변수의 한계 등으로부터 도출된다. 다양한 하중조건과 구조물의 외적환경조건 등을 고려하여 다음과 같은 설계제약조건을 정식화할 수 있다.

- (1) 구조고유진동에 관한 제약함수
- (2) 구조좌굴에 관한 제약함수
- (3) 변위제약함수
- (4) 응력제약함수
- (5) 부재좌굴에 관한 제약함수
- (6) 설계변수의 상하한 및 기타 제약함수

가동레일이나 구동기계 등이 설치되는 플랜트의 뼈대구조물에는, 공진현상의 방지를 위해 구조물의 고유진동수에 대한 제약조건을 부가하는 것이 바람직하다. 즉 동력기계 등의 사용진동수와 구조물의 고유진동을 다르게 하기 위해 진동수의 밴드를 조정하는 것이다. 뼈대구조물의 구조요소에 응력제약조건을 가할 때, 부재의 단면형상에 따라 최대응력의 발생위치가 달라지므로 이를 고려한 응력제약함수의 설정이 중요하다. 그 외의 제약함수의 정식화에는 통상의 구조설계 요구조건을 따르면 된다.

일반적으로 제약조건은 구조물의 기동 및 하중 응답에 관한 것이 주된 것이며, 이들은 대부분 설계변수의 음함수로서 정식화된다. 따라서 제약함수의 함수값을 계산하기 위해서는 구조해석과정을 거쳐야 한다. 전체 설계과정중에서 구조해석에 사용되는 시간과 비용이 상당한 부분을 차지하므로, 구조해석의 횟수를 가급적 적게 하는 것이 유리하다. 즉 제약조건의 점검 횟수를 가급적 줄이는 것이 경제적 설계과정이라는 사실을 기억해 둘 필요가 있다.

2.4 최적화 문제

유한요소법을 이용하는 해석과 설계최적화를 위해서는, 시험구조를 기능요구조건에 따라 이상화해야 한다. 먼저 구조물을 유한요소계로 구성하여(이 때 보요소가 주로 활용된다) 요소의 치수나 재료 등이 설계변수로 설정되고, 이에 따라 목적함수가 정식화된다. 전절에서 논의된 제약함수 및 설계변수의 상하한 등이 결정된다.

예를들어, 정하중 또는 유사정하중의 작용하에 선형기동을 하는 구조물에서 설계변수가 유한차원의 벡터라면 설계최적화문제가 다음과 같이 n 차원 벡터 x 를 구하기 위한 NLP로 표현된다.

$$\min f(x) \quad (1)$$

$$\text{subject to } g_i(x) \leq 0 ; i=1, \dots \quad (2)$$

$$h_i(x) = 0 ; i=1, \dots \quad (3)$$

$$x_{i1} \leq x_i \leq x_{i2} ; i=1, \dots \quad (4)$$

여기서 목적함수 $f(x)$ 와 부등호 제약함수 $g(x)$ 등은, 앞에서 논의된 바와 같으나, 등호제약조건

식 (3)은 보통 구조해석과정에서 풀어야 할 상태방정식(state equation)을 나타낸다. 즉 식 (3)은 다음과 같이 평형방정식 및 고유치방정식으로 표현되는 유한요소 방정식이다.

$$K(x)U=R(x) \quad (5)$$

$$K(x)y=w^2M(x)y \quad (6)$$

$$K(x)z=\lambda G(x)z \quad (7)$$

식 (5)-(7)은 각각 변위, 고유진동, 구조좌굴을 해석하기 위한 상태방정식이다.

3. 최적화 과정

설계최적화의 과정은 뼈대구조물이라 해서 다른 구조물의 경우와 특별히 달라지는 것은 없다. 재래적인 설계과정과 최적설계과정에서 현저히 차이가 나는 것은 2가지가 있다. 첫째는 설계목적함수의 유무이고 둘째는 개선된 설계를 찾는 방법이다. 모든 설계요구조건이 만족되는 설계 중에서 목적함수를 극소로 하는 설계를 최적설계라 하며, 이것을 찾는 방법이 재래설계과정에서는 설계자의 경험이나 직관 등에 의하는 반면 최적설계과정에서는 체계적인 최적화 기법을 사용한다는 것이다.

3.1 응답해석

설계과정에서 구조응답해석은 설계요구조건 즉 제약조건의 만족여부를 판단하기 위하여 필요하다. 최적설계과정이 2.4절의 NLP의 해를 구하는 과정이라고 생각하면, 응답해석은 등호제약조건식 (3)의 해를 구하는 과정이라고 생각할 수 있다. 즉 시험설계(trial design)에 대해 유한요소방정식 (5)-(7)을 풀어서 상태변수값을 계산하는 것이다. 이 과정은 재래설계과정이나 최적설계과정에서 공통적이다.

3.2 설계민감도

목적함수나 제약함수의 설계변수에 대한 미분값을 설계민감도라 한다. 이는 설계변수값의 변화에 따른 함수의 변화율을 나타내므로 개선된 설계

를 계산하는데 매우 유용한 정보이다. 일반적으로 가능최도함수의 도함수를 직접계산하는 것이 불가능하거나 대단히 어려운 경우에는 유한차분(finite difference)을 이용하기도 한다. 상태변수의 미분과정에서 식 (5)-(6)의 상태방정식을 이용한다. 이때 계산의 양에 따라 직접미분법(direct differentiation method) 또는 수반변수법(adjoint variable method) 등이 활용된다. 효율적인 설계민감도 해석을 위한 연구는 대단히 많이 수행되었으며, 여러가지 유용한 결과가 상황에 따라 이용되고 있다.

최적화 알고리즘에 설계민감도정보가 필요치 않은 최적화기법도 있다. 이때는 설계민감도가 직접적으로 설계최적화과정에 활용되지는 않지만, 설계의 변화추이를 감지하는 데는 유용하다.

뼈대구조물의 설계에는 경험식 또는 실험식에 의한 설계제약조건이 도입될 수도 있다. 이러한 경우 설계민감도계산의 연속성이 보장되지 않을 때도 있다. 따라서 유한차분 등과 같은 평균화 민감도해석법이 편리한 경우가 있다.

3.3 최적화 알고리즘

뼈대구조물의 최적설계에만 활용가능한 특별한 최적화 알고리즘은 찾아보기 힘들다. 일단 최적화 문제로 정식화되면, 그것이 어떤 형식의 구조물에 관한 것이냐 하는 것은 문제가 되지 않기 때문이다. 일반적으로 설계변수의 수가 대단히 많아지는 대형문제의 경우 직접탐색법이 널리 사용되고 있

으며, 그 중에는 순차2차계획알고리즘(recursive quadratic programming ; RQP) 등이 유용하다. 대형구조물의 경우에는 단계별로 최적설계의 기법을 활용할 수도 있다. 즉 구조물의 일부분에 대한 최적화를 수행하고 이들을 종합하여 최적설계를 유도하는 것이다. 예를들어 시스템의 최적설계와 구조요소의 최적설계, 부분구조(substructure)별 최적설계 등이 이러한 기법에 속한다.

4. 결 언

뼈대구조물의 최적설계과정에 대해서 논의해보았다. 이상의 논의는 뼈대구조물이라고 하는 구조형식에 한정적인 것만은 아니다. 역으로 말하면 뼈대구조물의 경우와 다른 구조물과는 다른 형태의 제약함수를 가질수는 있어도 일반적인 최적설계의 과정은 동일하다고 할 수 있다.

뼈대구조물에 대한 최적설계 예는 참고문헌 등에서 쉽게 찾아볼 수 있다.

참 고 문 헌

1. 조효남, 박분호, 류연선, "구조물의 최적설계", 전산구조공학회 기술강습회교재, 1991
2. J. S. Arora, "Introduction to Optimum Design", McGraw-Hill, 1989
3. 류연선, 임오강, 박경진, "최적설계 입문", 반도출판사, 1994