

# 벡터 적분법과 준 광학모드에 의한 밀리미터파용 컬러게이트 혼 안테나의 복사패턴 해석

## Analysis of the Radiation Patterns for a Millimeter Wave Corrugated Horn Antenna by Vector Integral Method and Quasi-Optics

손 태 호\*

(Son Tae Ho\*)

### 요 약

컬러게이트 혼 안테나의 이론적 복사패턴을 벡터적분법과 준 광학모드 이론으로써 각각 구하였다. 혼 개구면에 존재하는 하이브리드 모드의 전자계를 등가 전류원으로 대체하고 포텐셜 이론을 적용하는 벡터적분법으로 안테나의 복사 전계식을 계산하였다. 또한, 준 광학모드인 Gaussian-Laguerre 모드를 확장하여 복사 관련식을 유도하였다.

85-115GHz에서 동작하는 컬러게이트 혼 안테나에 대한 복사패턴을 벡터적분법 및 준 광학방법으로 계산하고 비교한 결과 중심 주파수인 100GHz에서는 거의 일치하였으나 85 및 115GHz에서는 다소의 오차가 발생하였다.

### Abstract

Theoretical radiation patterns for the corrugated horn antenna are analyzed by vector integral method and quasi-optics. The formular of the radiated fields for the corrugated horn antenna can be obtained by the potentials derived the equivalent current sources from hybrid fields at horn aperture and also calculated by the expanded mode set of Gaussian-Laguerre based on the quasi-optics.

From comparison of the radiation patterns between two methods for a corrugated horn antenna designed on 85-115GHz frequency range, the results are coincided well at center frequency but have some errors at each side frequencies 85 and 115GHz.

---

\* 순천향대학교 공과대학 정보통신공학과(Dept. of Information and Communication Eng.  
Soonchunhyang University)

## I. 서 론

컬러게이트 혼 안테나는 옥타브(octave) 밴드 정도의 광대역에서 낮은 교차편파(cross polarization) 성분 및 일정한 이득 등의 복사특성을 갖는 안테나이다. 따라서 마이크로파 및 밀리미터파를 이용하는 위성통신, 국간 통신 및 전파 천문용 안테나 시스템의 급전부 혼 안테나로 널리 사용되고 있다.

이 안테나에 대한 연구는 1960년대 초기 Kay에 의해 소개된 이래 현재까지 꾸준히 연구가 진행되어 오고 있다.[1-5] 혼 벽에 요철구조를 갖는 컬러게이트(corrugate)를 설치하면 혼 내의 전자계는 하이브리드(hybrid) 모드로 변환되고, 평형하이브리드 조건을 만족하도록 컬러게이트 치수를 설계하면 광대역 특성을 갖게 된다. 그러나, 주파수가 준 밀리미터파 혹은 밀리미터파대로 높아지면 광대역 특성을 만족하기 위한 컬러게이트의 치수가 작아지게 되기 때문에 제작이 불가능해진다. 이러한 제작상의 문제점을 설계할 때부터 고려하여 해결하기 위한 연구가 진행되고 있다.[4-6]

컬러게이트 혼 안테나의 복사특성은 일반적으로 벡터적분법에 의해 주로 계산되어 왔다. 이는 개구면(aperture) 전자계를 등가원리에 의한 전류원으로 변환하고, 복사점에서의 벡터포텐셜을 구하므로써 복사 전자계를 계산하는 방식이다. 벡터적분법에 비해 비교적 간단하게 복사패턴을 얻는 방법으로 준 광학이론인 Gaussian 모드에 의해 얻어지고 있다. 그러나 지금까지는 Gaussian 모드의 기본모드만을 적용하여 복사특성을 구하였기 때문에 복사각도가 증가할 수록 실측치 혹은 벡터적분법에 의한 결과와 큰 오차를 보이고 있다.[9, 10]

이 연구는 벡터적분법과 준 광학이론을 이용하여 원뿔형 컬러게이트 혼 안테나의 복사패턴을 각각 구하는 연구이다. 벡터적분법에 의한 복사 전자계식을 나타내고 또한, 고차모드를 고려하기 위하여 Gaussian-Laguerre 모드를 확장하여 모드세트(set)를 구한 뒤 이들의 계수에 따른 복사특성을 나타낸다. 이론적인 복사패턴을 이미 설계된[6] 85-115GHz의 동작주파수를 갖는 전파 망원경용 컬러게이트 혼 안테나를 예로하여 각각의 복사패턴을 계산하고 결과를 고찰한다.

## II. 벡터적분법

컬러게이트 혼 내부에 존재하는 전자계는 혼각(flare angle)이 15도 이하인 경우에는 원통모드 이론으로, 그 이상일 경우에는 구(spherical)모드 이론으로부터 유도될 수 있다. 위성통신 및 국간통신용 반사판 안테나의 급전혼으로 사용되는 경우 혼각이 15도 이하이기 때문에 전자계식은 컬러게이트 원통도파관으로 해석한 뒤, 혼각에 따른 개구면에서의 위상오차를 고려하므로써 개구면 전자계를 계산한다.[3-5, 9] 이때 내부의 어드미턴스와 컬러게이트 내의 어드미턴스를 전자계 성분으로 구하고, 이들간의 정합조건에 의해 컬러게이트 혼에 존재하는 전자파의 전파특성을 유도할 수 있다.

혼 개구면의 전계를  $\mathbf{E}_i$ , 자계를  $\mathbf{H}_i$ 라 하면 개구면의 전류밀도  $\mathbf{J}_s$ 와 자류밀도  $\mathbf{M}_s$ 는 등가원리에 의해

$$\mathbf{J}_s = \bar{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i \quad (1)$$

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{E}_i \times \bar{\mathbf{n}}$$

로 구할 수 있다. 여기서  $\bar{\mathbf{n}}$ 는 경계면의 단위 법선벡터이다.

혼으로부터 거리  $r$  떨어진 지점의 시간조화계에서의 자계 및 전계 벡터포텐셜을 각각  $\mathbf{A}$  및  $\mathbf{F}$ 라 할때

$$\mathbf{A} = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \int_0^a \int_0^{2\pi} \mathbf{J}_s \exp\{jk [\rho \sin\theta \cos(\phi - \phi')] - \frac{\rho^2}{2r}\} \rho d\phi' d\rho \quad (2)$$

$$\mathbf{F} = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \int_0^a \int_0^{2\pi} \mathbf{M}_s \exp\{jk [\rho \sin\theta \cos(\phi - \phi')] - \frac{\rho^2}{2r}\} \rho d\phi' d\rho \quad (3)$$

로 계산된다. 여기서  $a$ 는 혼 개구면의 반경이고  $\phi'$ 은 원통좌표  $(\rho, \phi, z)$ 에서  $\phi$ 이다. Maxwell 방정식으로 부터 유도되는 복사전자계식은

$$\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{F} + \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} \quad (4)$$

이므로 식(2)(3)을 식(4)에 대입하므로써 복사전계 성분인  $E_\theta$ 와  $E_\phi$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$E_\theta \simeq -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} Fr - jkF_\phi + \frac{1}{j\omega\epsilon} \times \left[ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (\nabla \times A)_r - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r(\nabla \times A)_\phi) \right] \quad (5)$$

$$E_\phi \simeq jkF_\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} Fr + \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r(\nabla \times A)_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\nabla \times A)_r \right] \quad (6)$$

혼 개구면에서의 전계가 x방향으로 편파(polarization) 되었을 경우 복사전계의 주편파(co-polarization) 성분인  $E_{cop}$ 와 교차편파(cross-polarization) 성분인  $E_{xp}$ 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$E_{cop} = E_\theta \cos \phi - E_\phi \sin \phi \quad (7)$$

$$E_{xp} = E_\theta \sin \phi + E_\phi \cos \phi \quad (8)$$

### III. 준 광학모드 이론

Paraxial 원리를 기초로 하고 파동방정식을 근사적으로 만족하는 가우시안 빔모드 이론은 광학에서는 물론 밀리미터파 및 마이크로파대까지 적용되고 있다. 이는 가우시안 빔이 갖는 빔변환(beam transformation)의 특성을 이용할 경우 반사판 등의 물체에 의한 반사 전자기계 계산시 여타의 방법보다 쉽게 얻을 수 있고, 또한 비교적 간단한 수식으로 산란 전자기계를 계산할 수 있기 때문에 안테나의 복사특성 및 빔웨이브가이드(beam waveguide) 등과 같은 전송선의 특성 해석에 널리 적용되고 있다.[7-10] 그러나 종래에는 가우시안 빔의 기본모드만을 사용하기 때문에 특성해석 결과 실측치와 큰 오차를 수반하여 왔다.

이 연구에서는 컬러게이트 혼 안테나의 복사특성을 준 광학모드 이론인 가우시안 빔모드 이론으로 또한 계

산한다. 개구면의 전자기계를 Gaussian-Laguerre모드로 확장하여 모드계수를 구하여 복사패턴에 적용하므로써 기본모드는 물론 고차모드항까지 고려된 패턴을 구한다.

컬러게이트 혼 개구면에서의 전자기계가 평형 하이브리드 조건(balanced hybrid condition)을 만족하고 전계가 y축으로 선형편파되어 있을 경우, 전계식은 다음과 같이 쓸 수 있다.[11]

$$E_y(r) = A J_m^T(K_c r) \exp\left(-\frac{jkr^2}{2R_{cap}}\right) \quad (9)$$

여기서  $r^2 = x^2 + y^2$ 이며  $k_c = 2.405/a$  ( $a =$  혼의 개구면 반경),  $R_{cap}$ 은 개구면에서의 위상반경 및  $A$ 는 상수이다. 위 식(9)에서 특히  $HE_{11}$ 인 경우  $m=0$ 이 되고 이때, Bessel 함수를 Gaussian-Laguerre 모드 셋(set)으로 전개하면

$$J_0^T(k_c r) = \sum_{p=0}^{\infty} A_p L_p^0\left(\frac{2r^2}{W^2}\right) \exp\left(\frac{-r^2}{W^2}\right) \quad (10)$$

로 된다. 여기서  $W$ 는 빔 spot크기로서 빔 중심에서  $1/e$ 로 감소하는 반경을 나타낸다.[7]

식(10)을 Laguerre 다항식을 이용하면 확장된 모드의 계수  $A_p$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$A_p = \frac{4}{(W/a)^2} \int_0^1 J_0(2.405U) L_p^0\left[\frac{2U^2}{(W/a)^2}\right] \exp\left[\frac{-U^2}{(W/a)^2}\right] U dU \quad (11)$$

식(11)에서 미지항은  $(W/a)$ 의 값으로 이를 구하기 위하여 최대의 전력이 기본모드에 집중되는 조건식을 구하면[6] 0.6435의 값을 가지게 된다. 이때, 전력의 97.94%가 기본모드에 의해 전송되게 된다. 모드의 차수  $p$ 를 0~15항까지 구하고 정규화된 전력을 계산하면 다음 표 1과 같다.

<표 1> 모계수 및 정규화된 전력

<Table 1> Mode coefficients and normalized power

p	$A_p$	power	p	$A_p$	power
0	1.128	0.9794	8	$-1.427 \times 10^{-2}$	$1.563 \times 10^{-1}$
1	$-6.620 \times 10^{-6}$	$3.364 \times 10^{-11}$	9	$-1.732 \times 10^{-2}$	$2.301 \times 10^{-1}$
2	$-1.375 \times 10^{-1}$	$1.450 \times 10^{-2}$	10	$-1.199 \times 10^{-2}$	$1.103 \times 10^{-1}$
3	$-4.914 \times 10^{-2}$	$1.853 \times 10^{-3}$	11	$-3.324 \times 10^{-3}$	$8.479 \times 10^{-1}$
4	$2.235 \times 10^{-2}$	$3.832 \times 10^{-4}$	12	$4.411 \times 10^{-3}$	$1.493 \times 10^{-5}$
5	$3.894 \times 10^{-2}$	$1.164 \times 10^{-3}$	13	$8.868 \times 10^{-3}$	$6.034 \times 10^{-5}$
6	$2.283 \times 10^{-2}$	$3.968 \times 10^{-4}$	14	$9.534 \times 10^{-3}$	$6.975 \times 10^{-5}$
7	$2.240 \times 10^{-1}$	$3.848 \times 10^{-6}$	15	$7.203 \times 10^{-3}$	$3.981 \times 10^{-5}$

계산된 표 1을 원통좌표계의 고차모드 가우시안 빔 식 [8]에 대입하면 다음과 같다.

$$\psi(r, z) = \sum_{p=0}^{\infty} A_p \left( \frac{2}{\pi W^2} \right) L_p \left( \frac{2r^2}{W^2} \right) \exp \left\{ -j \left[ \frac{k_0 r^2}{2R(z)} - \phi_p(z) \right] \right\} \exp(-jk_0 z) \quad (12)$$

$$\phi_p(z) = (2p+1) \tan^{-1} z + \phi_{p0}$$

식(12)에서  $\phi_{p0}$ 는 위상보정 상수로서 모드간 발생되는 위상차를 보정해 주는 값이다.

복사특성식을 유도하기 위하여 새로운 변수를 다음 식과 같이 정의한다.

$$M = \frac{k_0^2 a^2}{2R_{cap}} \quad (13)$$

개구면에서의 빔 spot 크기 및 위상반경인  $W, R_{cap}$ 이 설계에 의해 주어지면 이로부터 위상중심점인 혼내부의 빔 waist에서의 spot 크기  $W_0$ 가 계산된다. 따라서 이들로 부터 거리  $z2$ 인 관찰점에서의 복사특성식은 다음과 같이 구해진다.

$$\psi(r, z2) = \sum_{p=0}^{\infty} A_p \left( \frac{2}{\pi B} \right)^{1/2} L_p \left( \frac{2r^2}{B} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{B} \right) \times \exp \{ j(2p+1) [0.5\pi - \tan^{-1}(0.6435^2 B)] \} \quad (14)$$

$$\text{단, } B = \frac{4z_2^2}{k_0^2 \{ (0.6435)^2 a^2 / [1 + (0.6435)^4 M^2] \}}$$

#### IV. 복사패턴 계산 및 고찰

이 연구에서는 기존에 설계된 다음과 같은 제원의 밀리미터파용 컬러케이트 혼 안테나의 이론적인 복사패턴을 벡터적분법 및 준 광학모드로서 계산한다.

(\*) 컬러케이트 혼 안테나의 제원[6]

동작 주파수: 85~115[GHz]

개구면 빔 spot 크기: 8.3[mm]

개구면 위상반경: 120.94[mm]

혼 각: 6.12[deg]

혼 안테나 길이: 107.563[mm]

테이퍼부 길이: 13.607[mm]

혼 개구면 반경: 12.896[mm]

위상중심점: 55.464[mm]

컬러케이트 치수: slot 폭 = 0.4783[mm]

ridge 폭 = 0.391[mm]

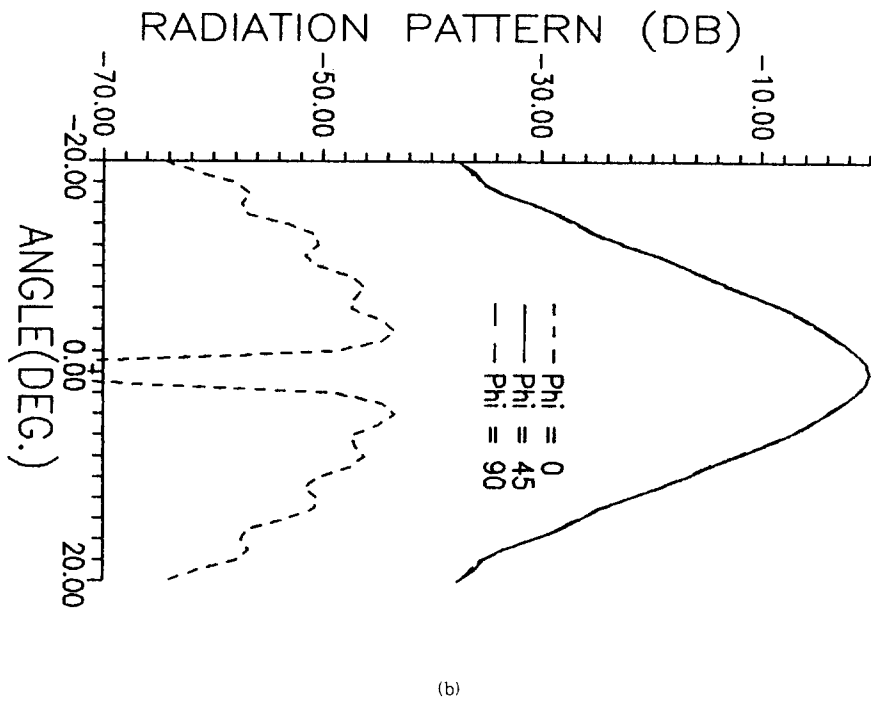
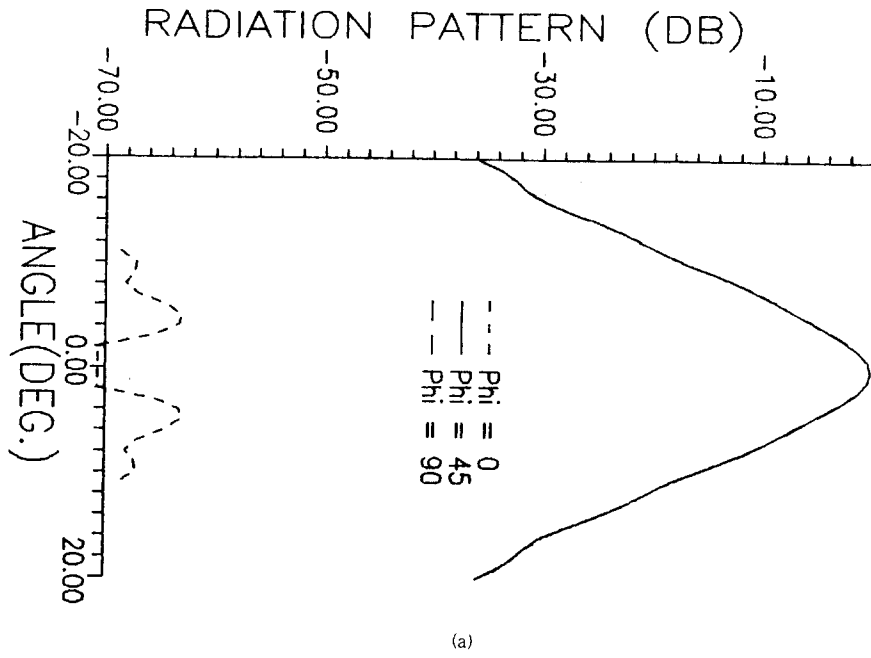
depth = 1.005(1st) -

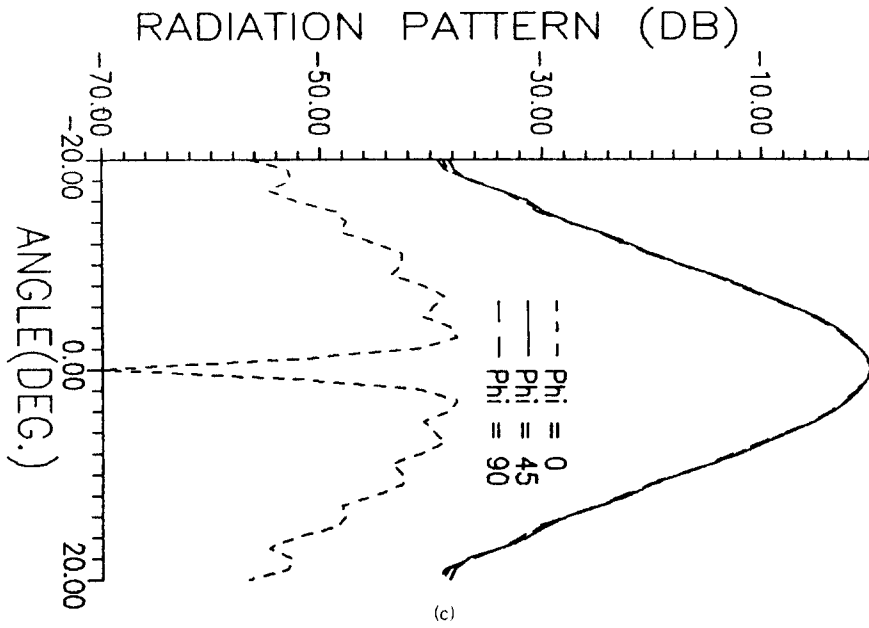
0.898(1ast)[mm]

그림 1은 상기 제원에 따른 복사패턴을 벡터적분법으로 계산한 그림이다. 그림 1에서 실선은 주편파(copolarization) 패턴이고, 점선은 교차편파(cross-polarization) 패턴이며 수평, 45도 각도 및 수직 패턴을 각각  $\phi = 0, 45$  및  $90$ 로 나타내었다. 또한 a), b) 및 c)는 각각 주파수 85, 100 및 115GHz에서의 패턴이다. 그림 1의 a), b), c)에서 수직, 수평 및 45도 패턴은 거의 일치하고 있으므로 양호하게 혼이 설계되었음을 알 수 있다.

그림 2는 주파수별 주편파 복사패턴을 벡터적분법으로 계산하여 나타낸 그림이다. 그림 2에서 보듯이 사용 주파수 밴드에서 복사패턴이 거의 동일한 특성을 나타내고 있어 광대역에 적용될 수 있음을 보이고 있다.

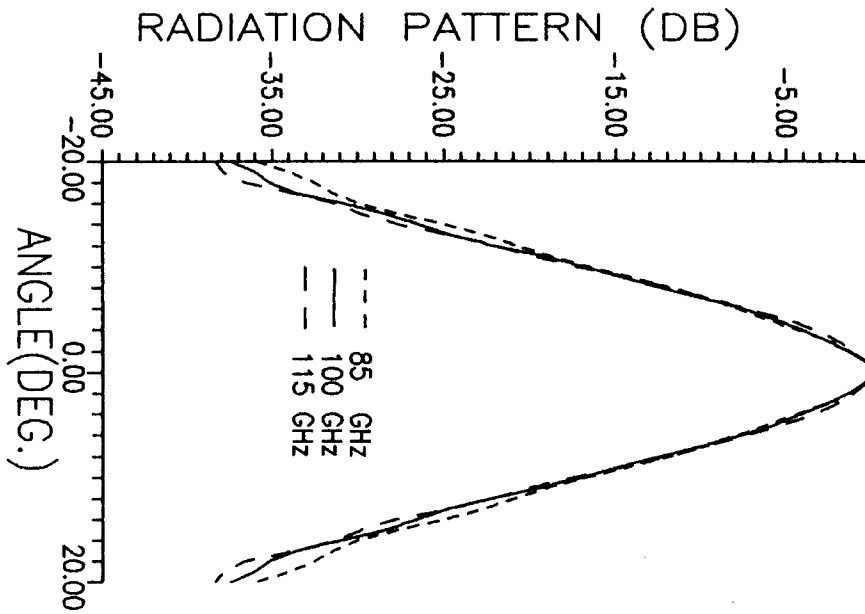
그림 3은 준 광학모드에 의한 복사패턴으로 주파수 100GHz에서 계산된 것이며, 고려된 모드 계수에 따라 패턴의 변화를 알아보기 위해 계산한 그림이다. 그림 3에서  $A_p = 0$ 는 Gaussian 기본 모드 만이 고려된 패턴이





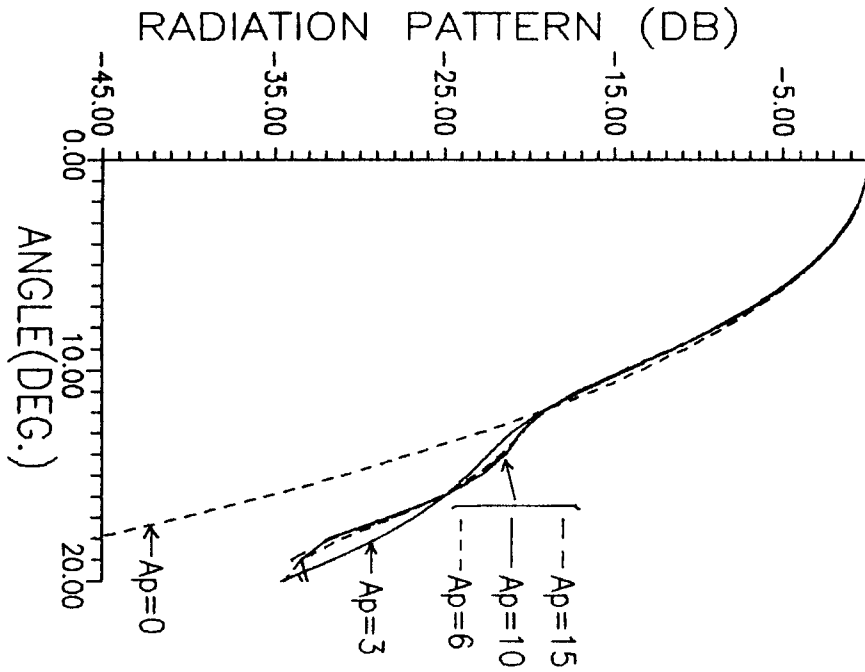
[그림 1] 벡터적분법에 의한 복사패턴 (실선: 주편파, 점선: 교차편파)

[fig. 1] Radiation patterns by vector integral method (solid: co and, dashed: cross-polarized pattern)



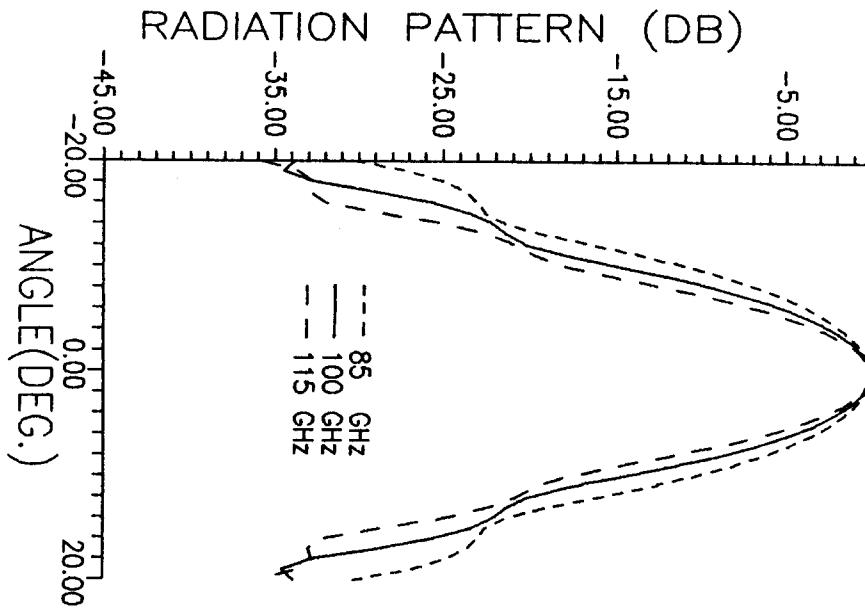
[그림 2] 주파수별 주편파 패턴

[fig. 2] Co-polarized pattern on 3 frequencies



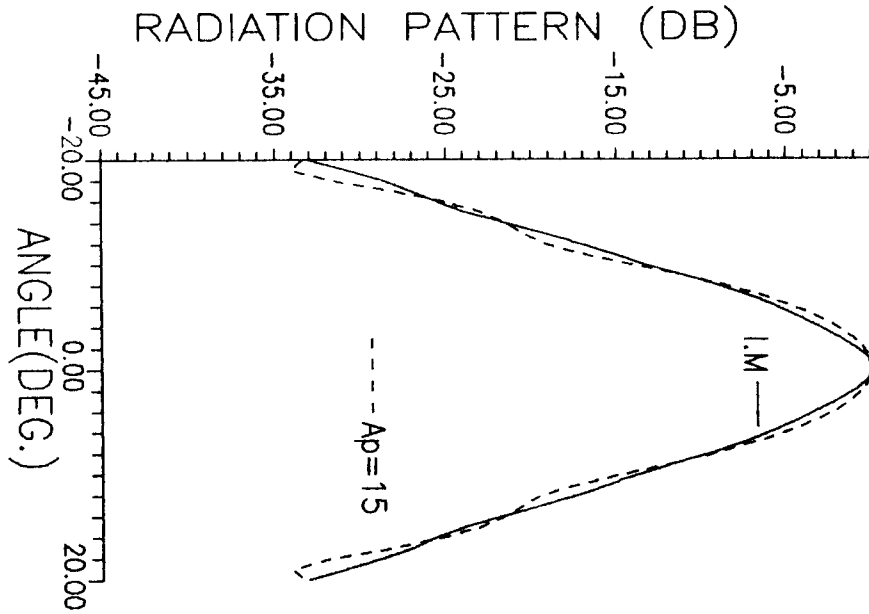
[그림 3] 모드계수 고려에 따른 패턴 변화

[fig. 3] Pattern variations for mode coefficient consideration



[그림 4] 준 광학모드에 의한 복사패턴

[fig. 4] Radiation patterns by quasi-optic modes



[그림 5] 2 방법에 의한 비교패턴

[fig. 5] Comparted patterns by each methods

다. 또한  $A_0 = 3, 6, 10, 15$ 는 고차모드 계수가 고려된 항을 나타내고 있다. 그림에서 복사각도가 10도 미만의 작은각일 때는 기본모드 만의 사용에 큰 문제가 없을 것으로 나타나지만 각도가 증가할 수록 기본모드와 고차모드가 고려된 패턴간에는 큰 오차를 보이고 있다.

그림 4는 준 광학모드로 계산한 복사패턴을 주파수별로 나타낸 그림이다. 여기서 고려된 고차모드의 항은 15항까지 고려하였다.

그림 5는 벡터적분법과 준 광학모드에 의한 주파수 100GHz에서 복사패턴을 비교한 그림이다. 여기서 벡터적분법에 의한 패턴을 실선으로, 15항까지 고려된 준 광학에 의한 패턴을 점선으로 나타내었다. 그림에서 보듯이 각각의 방법에 의한 패턴이 양호하게 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러나 그림 4에서 주파수 85GHz와 115GHz의 패턴은 100GHz와 다소 차이가 있게 나타나고 있다. 이는 켈러게이트 혼을 설계하는 주파수가 100GHz이었기 때문에 100GHz에서만 평형하이브리드 조건을 만족하므로 식(9)(10)으로 전개할 때 오차가 없음을 말해주고 있다. 이는 여타의 주파수에서는 미

약하게나마 고차의 하이브리드 모드가 발생되므로 이 경우에 식(9)를 적용하게 되면 결국 오차가 유발하게 됨을 말해주고 있다. 따라서 평형 하이브리드 조건이 성립되지 않는 여타의 주파수에서 준 광학모드로 복사패턴을 계산하고자 할 때는 고차의 하이브리드 모드 성분이 포함하는 새로운 형태의 식이 수립해야 할 것으로 사료된다.

## V. 결 론

켈러게이트 혼 안테나의 복사패턴을 벡터적분법과 준 광학모드에 의한 방법으로 각각 계산하였다. 등가원리 및 포텐셜 이론을 적용하는 벡터적분법으로부터 전개식에 대한 주편파 및 교차 편파식을 나타내었고, Gaussian-Laguerre모드를 확장하여 모드의 계수를 구하여 이로부터 고차모드가 고려된 복사패턴을 구하는 방법을 준 광학적인 방법으로 나타내었다.

예를 위하여 주파수 85~115GHz에서 동작하는 밀리미터파용 켈러게이트 혼 안테나의 복사패턴을 2가지 방



법으로 각각 계산하였다. 계산 결과 설계주파수인 100GHz에서는 패턴이 거의 완벽하게 일치하고 있다. 그러나 최저 및 최고 주파수인 85 및 115GHz에서는 다소의 오차가 발생하였다. 이는 이 연구에서 의한 준 광학모드의 복사패턴은 평형 하이브리드 조건 하에서만 정확하게 계산되어 질수 있기 때문이다. 고차의 하이브리드 모드가 존재하는 경우에 대한 준 광학모드의 적용은 향후 계속 연구되어야 할 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] A.F.Kay, "The Scalar Feed", AFCRL Rep. 64-347, AD601609, May, 1964.
- [2] H.C.Minnett and B.M.Thomas, "A Method of Synthesizing Radiation Pattern with Axial Symmetry", IEEE Trans. on Antenna and Propagation, Vol.Ap-14, pp.654-656, Sept.,1966.
- [3] P.J.B.Clarricoats and P.K.Saha, "Propagation and Radiation Behaviour of Corrugated Feeds", Part 1, Proc. Inst. Elec. Eng., Vol.118, pp. 1171-1186, Sept., 1971.
- [4] Taeho Son, "Phase Center and Radiation Behaviour of Ku-Band Corrugated Conical Horn", Int'l Symposium on IEEE-APs, Vol.4, pp.1844-1847, Jul., 1992.
- [5] Seog-tae han and Taeho Son, "Design of A Corrugated Horn Feeder For the Millimeter Wave Radio-Telescope", Int'l Conference on EIC, Digest, pp.T82-86, Aug., 1993.
- [6] 한석태, 이창훈, 손태호, 박동철 외, "100GHz대 우주 전파 관측용 SIS 수신기 제작(1)", 과학기술처 특정연구 개발 보고서 92-5200-401, 한국표준과학연구원 부설 천문대, 6월, 1993.
- [7] D.Marcuse, Light Transmission Optics, Van Nostrand Reinhold Co., 2nd ed., 1982.
- [8] A.Yariv, Introduction to Optical Electronics, Holt Rinehart and Winston, 2nd ed., 1976.
- [9] 손태호, "위성통신 지구국용 빔웨이브가이드 안테나의 특성해석 및 설계", 박사학위논문, 한양대학교 대학원, 1990.
- [10] M.J.Gans, "Cross-polarization in Reflector Type Beam-waveguide and Antenna", BSTJ, pp. 289-316, Mar., 1976.
- [11] R.J. Wylde, "Millimeter-wave Gaussian Beam-mode Optics and Corrugated Feed Horn", IEE Proceedings, Vol.131, No.4, Aug., 1984.