Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol. 19, No.3, September., 1993.

선별후 양품의 비율에 대한 제약조건을 갖는 선별검사방식의 경제적 설계 †

Economic Design of Screening Procedures under the Constraint on the Proportion of Conforming Items after Screening

홍 성 훈*

Sung-Hoon Hong*

Abstract

Economic screening procedures using a correlated variable are proposed to assure that the proportion of conforming items is above a desired level after screening. It is assumed that the performance variable and the screening variable are jointly normally distributed. Two screening procedures are considered. In the first screening procedure, all of the items are inspected on the screening variable. If an item fails to meet the screening specifications, it is rejected and excluded from shipment without inspection of the performance variable. In the second screening procedure, the item which fails to meet the screening specifications is inspected on the performance variable. If the value of the performance variable is within specifications the item is accepted, and the item is rejected otherwise. Cost models are constructed which involve cost from an accepted nonconforming item, cost from a rejected item, and quality inspection cost. Methods of finding optimal cutoff value on a screening variable are presented and numerical examples are given.

1. 서 론

자동화된 검사장치들의 발달로 인해, 일반 산업현장에서 전수검사기법들이 널리 사용되고 있다. 즉 생산되는 모든 제품들을 검사한 후 규격을 만족시키는 제품은 합격, 그렇지 않은 제품들에 대해서는 재작업 또는 폐기처분 등의 수정조치를 취한다. 그러나 검사대상이 되는 제품의 품질특성을 평가하는 데 많은 비용이 드는 경우는 전수검사를 실시하는 것이 비경제적일 수 있다. 또한 파괴검사를 요하는 제품의 경우는 전수검사를 실시하는 것이 불가능하다. 이러한 경우 주 품질특성치와 상관관계가 높으면서 검사비용이 적게드는 대용특성치가 존재한다면 주 품질특성치 대신 대용특성치를 사용

† 이 논문은 1992년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 지방대학육성과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음

* 전북대학교 산업공학과

하여 제품을 검사할 수 있다. 예를 들어 자동차에 용접되어 있는 좌석의 용접강도 측정은 파괴검사를 필요로 하므로 용접강도 대신 자동차좌석의 X-선 투시를 통하여 검사를 실시할 수 있다. 또한 트랜지스터의 수명을 측정하는 대신 소음(Noise)을 측정하여 제품을 검사할 수 있다. 주 품질특성치 대신 검사비용이 적게 드는 대용특성치로 검사하는 경우 검사비용은 절감할 수 있으나, 검사에 따른 오류가 발생할 수 있다. 즉 대용특성치를 검사함으로 인해 실제로 양품인데도 불합격 되거나(제1종 오류), 불량품이 합격되는(제2종 오류) 검사오류가 발생할 수 있다. 따라서 대용특성치를 검사하는 경우 합격·불합격의 판정기준이 되는 대용특성치의 기각치를 구하는 것이 중요한 문제가 된다.

대용특성치를 이용한 선별검사기법에 대해서는 많은 연구가 되어 왔다. Owen등(1975)은 품질특성에 대한 규격하한 또는 상한의 한쪽 규격한계선이 존재하는 경우 선별후 양품의 비율을 일정수준 이상으로 높이는 검사방식을 다루었다. 주 품질특성치와 대용특성치가 이변량 정규분포를 따르는 연속형 변수라는 가정을 하였으며, 분포에 포함된 모든 모수들을 알고 있는 경우만을 다루었다. Owen과 Boddie(1976) 그리고 Owen과 Su(1977)는 이변량정규분포의 모수 중 일부를 모르는 경우, Li와 Owen (1979)은 품질특성에 대한 양쪽 규격한계선이 주어진 경우, 그리고 Boys와 Dunsmore (1987)는 주 품질특성치가 연속형 변수가 아닌 이치형 변수이고 대용특성치는 연속형 변수인 경우 선별후 양품의 비율을 높이기 위한 선별검사방식을 다루었다. 한편 최근들어 Tang (1987)은 품질특성에 대한 규격하한이 존재하는 경우 대용특성치의 검사비용, 불량품의 합격으로 인한 손실비용, 제품의 불합격으로 인해 발생하는 비용 등을 고려하여 경제적인 관점에서 대용특성치의 기각치를 구하였다. 또한 Tang(1988)은 품질특성에 대한 양쪽 규격한계선이 존재하는 경우 최적선별검사방식을 구하였다. Turkman과 Turkman(1989)은 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖는 대용특성이 여러개인 경우 대용특성치들과 주 품질특성치가 다변량정규분포를 따른다는 가정하에서 기대비용을 최소로 하는 선별검사를 다루었다. 이후 Hui(1990), Tang과 Schneider(1990), 그리고 Bai와 Hong(1992) 등에 의하여 최근까지도 선별검사방식을 경제적으로 설계하는 문제에 대한 많은 연구들이 진행되고 있다.

선별검사에서 대용특성치의 기각치를 경제적으로 결정하고자하는 위의 연구결과들은 모두 선별후 양품의 비율이 어떤 값을 갖는 가에는 상관없이, 단지 기대비용만을 최소화하는 검사방식을 구하였다. 그러나 경제적인 면만을 고려하게 되면 경우에 따라서는 선별검사를 적용한 결과 선별후 불량제품의 비율이 터무니 없이 높아지는 상황이 발생할 수 있다. 예를들어 Tang(1987)의 논문에서 사용한 예제에서는, 경제적인 관점에서 최적인 검사방식을 적용하면 선별후 불량제품의 비율이 약 20%에 이르게 된다. 따라서 경제적 선별검사방식의 이러한 단점을 없애기 위해서는 선별후 불량제품의 비율에 대해 일정한 제약조건을 주고, 이를 만족하면서 경제적으로 최적인 검사방식을 사용하여야 한다. 현대 산업사회는 품질경쟁의 시대이다. 따라서 가능한 한 제품의 불량률을 줄여주어야만 그 제품의 대외경쟁력을 향상시킬 수 있다. 이러한 점에 착안해서 본 논문에서는 선별후 양품의 비율을 일정 수준 이상으로 유지하면서, 제품의 품질검사비용, 불량품의 합격으로 인한 손실비용, 불합격되는 제품으로 인한 비용 등으로 이루어진 기대비용을 최소화하는 선별검사방식을 구하고자 한다.

2. 모형의 설정

검사대상이 되는 제품의 주 품질특성치 Y에 대한 규격하한 L이 존재한다. 즉 $Y \geq L$이면 양품, 그렇지 않으면 불량품이다. 또한 주 품질특성치와 높은 상관관계가 있으면서 상대적으로 낮은 검사비용을 갖는 대용특성치를 X라 하자. 일반적으로 주 품질특성치 Y를 성능변수

(performance variable)라 하며, 대용특성치 X를 선별변수(screening variable)라 한다. 여기서는 X와 Y가 평균(μ_x, μ_y), 분산(σ_x^2, σ_y^2), 그리고 상관계수 $\rho>0$을 갖는 이변량정규분포를 따른다고 가정한다. 물론 $\rho<0$인 경우도 동일한 방법에 의하여 선별검사방식을 구할 수 있다. X와 Y의 결합확률밀도함수를 h(x, y), f(x)를 X의 주변확률밀도함수, g(y|x)를 X=x일때 Y의 조건부확률밀도함수라 할 때

$$h(x, y)=g(y|x)f(x), \qquad (1)$$

이 된다. 단 (1)식에서 f(x)는 평균 μ_x, 분산 σ_x^2인 정규분포이고, g(y|x)는 평균 $\mu=\mu_y+\rho(\sigma_y/\sigma_x)(x-\mu_x)$, 분산 $\sigma^2=\sigma_y^2(1-\rho^2)$인 정규분포를 따르게 된다.

선별검사에서 불합격된 제품에 대해서는 재작업 또는 폐기처분 등의 수정조치를 취한다. 따라서 그로인해 손실비용이 발생하게 된다. 또한 주 품질특성치 대신 대용특성치를 검사하므로 선별검사에서 합격된 제품 중에는 불량품이 포함될 수 있으며, 불량품은 규격하한 L에 미달하는 정도에 따라 Q(y, L)의 손실비용이 발생한다. Q(y, L)은 제품의 특성에 따라 여러가지 함수형태를 취할 수 있다. 본 논문에서는 다음의 3가지 함수형태를 사용한다.

$$
\begin{aligned}
Q(y, L) &= a && \text{상수함수}\\
&\quad b(L-y) && \text{일차함수}\\
&\quad c(L-y)^2 && \text{이차함수}
\end{aligned}
$$

단 a, b 그리고 c는 양의 상수이다. 위에서 상수함수는 불량품일 경우 규격하한에 미달하는 정도에 관계없이 모든 불량품에는 동일한 손실비용이 발생한다고 가정한 함수 형태이다. 또한 일차함수와 이차함수는 규격하한에 미달하는 양에 비례해서 손실비용이 발생하는 경우이고, 특히 이차함수는 Taguchi가 사용한 손실함수와 동일하다.

Y에 대한 규격하한이 존재하고 X와 Y가 양의 상관관계를 가지므로 X값이 클 수록 그 제품이 양품일 가능성이 높다고 할 수 있다. 본 논문에서는 제품의 합격·불합격 여부를 판정하기 위하여 다음의 두가지 검사절차를 사용하고자 한다.

절차 1 : i) 대용특성치 X를 측정한다.
ii) X의 측정값 $x\geq\delta$이면 합격, 그렇지 않은 제품은 폐기처분 또는 재작업 한다. δ를 대용특성치의 기각치라 한다.

절차 2 : i) 대용특성치 X를 측정한다.
ii) $x\geq\delta$이면 합격
iii) $x<\delta$인 제품에 대해서는 주 품질특성치 Y를 측정한다.
iv) Y의 측정값 $y\geq L$이면 합격, 그렇지 않은 제품은 폐기처분 또는 재작업 한다.

파괴검사를 필요로 하는 제품에 대해서는 주 품질특성치를 직접 측정할 수 없으므로 단지 절차 1만을 사용할 수 있다. 그러나 파괴검사를 필요로 하지 않는 제품에 대해서는 두가지 절차를 모두 사용할 수 있다. 절차 1에서는 단지 대용특성치 X만을 관측하여 제품의 합격·불합격 여부를 판정하므로 단일단계 선별검사방식이라 한다. 반면에 절차 2에서는 일단계로 대용특성치 X를 검사하고, 여기서 합격판정이 나지 않는 제품에 대해서는, 이단계로 주품질특성치 Y를 검사하므로 이단계 선별검사방식이라 한다. 샘플링 검사방식중 불합격된 로트에 대해서는 전수검사를 실시하여 불량품과 양품을 선별하는 검사를 선별형 샘플링검사라 한다. 이단계 선별검사는 대용특성치의 검사결과 불합격된 제품에 대해, 주 품질특성치를 검사한다는 점에서 선별형 샘플링 검사와 유사한 적용절차를 갖는다고 할 수 있다.

3. 단일단계 선별검사

단일단계 선별검사를 적용하는 경우 $X\geq\delta$인 제품은 모두 합격시킨다. 그러나 대용특성치를 검사하여 제품의 합격여부를 판정하므로, $X\geq\delta$인 제품 중에는 불량제품이 포함될 수 있다.

선별후 합격된 제품 속에 포함된 불량제품으로 인한 손실비용은

$$\int_{\delta}^{\infty}\int_{-\infty}^{L} Q(y, L)\, h(x, y)\, dydx, \qquad (2)$$

이 된다. 또한 선별검사에서 불합격 되는 제품의 비율은 $\int_{-\infty}^{\delta} f(x)\, dx$ 가 되며, 불합격되는 제품으로 인한 손실비용은

$$r\int_{-\infty}^{\delta} f(x)\, dx, \qquad (3)$$

이다. 단 r은 한 단위제품을 불합격시킴으로 인해 발생하는 비용이다. 대용특성치 X의 검사비용을 S_x 라 하면, 단일단계 선별검사의 총기대비용 ETC 는

$$ETC = S_x + \int_{\delta}^{\infty}\int_{-\infty}^{L} Q(y, L)\, h(x, y)\, dydx + r\int_{-\infty}^{\delta} f(x)\, dx, \qquad (4)$$

가 된다. 한편 단일단계 선별검사를 적용하는 경우 선별후 양품의 비율은

$$P(Y \geq L \mid X \geq \delta) = \frac{P(Y \geq L, X \geq \delta)}{P(X \geq \delta)} = \frac{\int_{\delta}^{\infty}\int_{L}^{\infty} h(x, y)\, dydx}{\int_{\delta}^{\infty} f(x)\, dx}, \qquad (5)$$

이 된다.

본 논문에서는 선별후 양품의 비율이 $100\gamma\%$ 이상임을 보증하면서 총기대비용을 최소화하는 δ^*를 구하고자 한다. 즉 다음 조건을 만족하는 δ^*를 구하려 한다.

$$\underset{\delta}{\text{최소화}} \quad ETC$$

$$\text{제약조건} : P(Y \geq L \mid X \geq \delta) \geq \gamma, \qquad (6)$$

선별후 양품의 비율에 대한 제약조건이 없는 경우, 총기대비용 ETC를 최소화하는 δ_0는 Tang (1987)에 의해 구해졌다. 상수함수의 경우

$$\delta_0 = \mu_x + \{\sigma_x/(\rho\sigma_y)\}\{L - \mu_y - \sigma\Phi^{-1}(r/a)\}, \qquad (7a)$$

이다. 단 $\Phi^{-1}(\cdot)$는 표준정규분포함수의 역함수이다. 한편 일차함수와 이차함수의 경우는 다음 식

$$\text{일차함수} : \left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)\Phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) + \phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) = r/(b\sigma), \qquad (7b)$$

$$\text{이차함수} : \left\{1 + \left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)^2\right\}\Phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) + \left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)\phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) = r/(c\sigma^2), \qquad (7c)$$

을 만족하는 μ_0를 구한 후, δ_0는

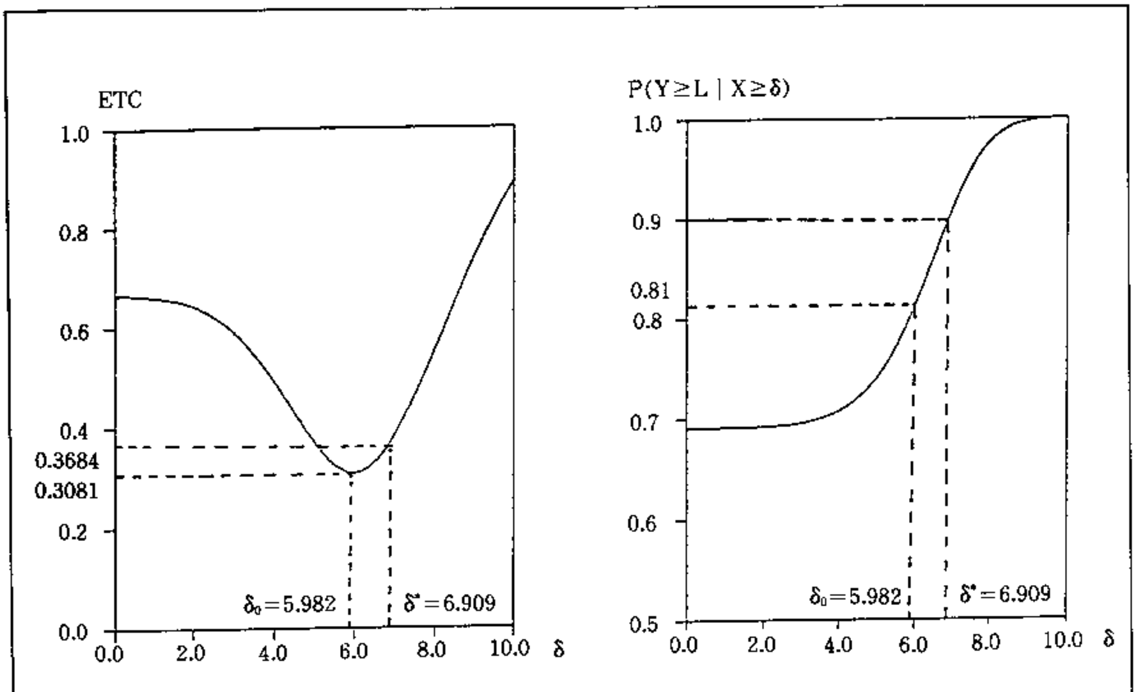
$$\delta_0 = \mu_x + \{\sigma_x/(\rho\sigma_y)\}(\mu_0 - \mu_y), \qquad (8)$$

의 관계식으로 부터 얻을 수 있다. 단 (7b)식과 (7c)식에서 $\Phi(\cdot)$와 $\phi(\cdot)$는 각각 표준정규분포의 누적분포함수와 확률밀도함수이다. (7b)식과 (7c)식을 만족하는 μ_0는 이분법 (bisection methods) 또는 Newton Rapson법 등의 수리적인 방법을 사용하여 구할 수 있다.

$P(Y \geq L \mid X \geq \delta) \geq \gamma$의 제약조건이 있는 경우 총기대비용을 최소화하는 δ^*는 위에서 구한 δ_0와는 다른 값을 갖게된다. δ^*값은 γ값에 따라 변하게 되는데, 먼저 $\gamma=0$인 경우는 제약조건이 없는 것과 동일하므로 $\delta^* = \delta_0$가 된다. 또한 제약조건에 관계없이 ETC를 최소화 하는 δ_0를 구한 결과 $P(Y \geq L \mid X \geq \delta_0) \geq \gamma$의 조건을 만족한다면, 이 때의 $\delta^* = \delta_0$이다. 그러나 $P(Y \geq L \mid X \geq \delta_0) < \gamma$라면 δ^*는 δ_0와는 다른 값을 갖게 되는데, 다음 성질에 기초해서 δ^*값을 구할 수 있다. 주 품질특성치 Y와 대용특성치 X의 상관계수 $\rho > 0$인 경우 선별후 양품의 비율 $P(Y \geq L \mid X \geq \delta)$은 Owen등(1975)에서 분석된 바와 같이 δ에 대해 증가함수임을 알수 있다. 즉 δ값이 크면 클수록 선별후 양품의 비율이 높아지게 된다. 예를들어 그림 1b는 ($\mu_x=8.0$, $\mu_y=10.0$), ($\sigma_x=2.0$, $\sigma_y=2.0$), $\rho=0.9$, $L=9.0$, $Q(y, L)=0.7354(L-y)^2$, $S_x=0.05$, $r=1.0$인 경우 δ값에 따른 선별후 양품의 비율의 변화를

보여주는 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 선별후 양품의 비율은 δ가 증가함에 따라 S자 형태로 증가하는 단조증가함수이다. 한편 총기대비용 ETC는 Tang(1987)에서 증명된 바와 같이 아래로 볼록함수이다. 예를들어 그림 1a에서와 동일한 모수를 사용할 때의 ETC는 그림 1a와 같은 형태를 갖는다. 즉 $\delta=\delta_0$에서 최소값을 갖고 $\delta\geq\delta_0$구간에서 ETC는 δ에 대한 증가함수이다. 따라서 $P(Y\geq L \mid X\geq\delta_0)<\gamma$인 경우 $P(Y\geq L \mid X\geq\delta)=\gamma$를 만족하는 δ값이 δ^*가 된다.

이상의 결과들로 부터 δ^*를 구하는 절차를



a) 총기대비용　　b) 선별후 양품의 비율

그림 1. 선별후 양품의 비율 및 총기대비용 함수의 예

요약하면 다음과 같다.

i) 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건 없이 단지 ETC를 최소화하는 δ_0를 구한다.

ii) 만일 $P(Y\geq L \mid X\geq\delta_0)\geq\gamma$이면 $\delta^*=\delta_0$이다.

iii) 만일 $P(Y\geq L \mid X\geq\delta_0)<\gamma$이면 $P(Y\geq L \mid X\geq\delta)=\gamma$를 만족하는 δ값이 δ^*이다.

〈예제 1〉 본 예제에서는 Tang(1987)의 논문과 동일한 예제를 사용하여, 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건이 있는 경우와 없는 경우의 차이에 대해 알아보고자 한다. 어떤 전자제품은 내부전압이 9볼트 이상이면 정상적으로 가동된다. 내부전압이 9볼트 이하이면 그 효율이 감소하게 되는데, 이 제품의 내부전압을 측정하기 위해서는 제품을 분해하는 등 어려움이 있으며 비용도 많이 든다. 그러나 이 제품의 내부전압은 외부전압과 높은 상관관계를 갖고 있으며, 외부전압의 측정은 내부전압에 비해 상대적으로 수월하다고 한다. 또한 과거의 경험으로 보면 주 품질특성인 내부전압 Y와 외부전압 X는 $\mu_y=10$볼트, $\mu_x=8$볼트, $\sigma_y=\sigma_x=2$볼트, 그리고 $\rho=0.90$인 이변량정규분포를 한

다고 알려져 있다. 단위 제품당 외부전압 X의 측정비용 $S_x=0.05$(만원, 이하 모든 비용의 단위는 만원이다)이고, 불량품의 합격으로 인한 손실비용은 이차함수 형태로 $Q(y, L)=0.7354(L-y)^2$이라 한다. 선별후 양품의 비율은 $\gamma=0.90$이상을 유지하고자 하는 경우 δ^*를 구하는 절차는 다음과 같다. 먼저 ETC는 그림 1a에서와 같이 $\delta_0=5.982$에서 최소값 0.3081을 갖는 아래로 볼록함수이다. 그러나 그림 1a에서 보는 바와 같이 $P(Y\geq L \mid X\geq\delta_0)=0.81$로서, 이 경우 불량률이 19%가 된다.

따라서 δ^*는 $P(Y\geq L \mid X\geq\delta)=0.90$를 만족하는 값, 즉 $\delta^*=6.909$가 되고 이때의 총기대비용 ETC=0.3684가 된다.

표 1. γ 값의 변화에 따른 δ^* 및 ETC

함수의 형태	δ_0	$P(Y\geq L \mid X\geq\delta_0)$	γ	δ^*	$P(Y\geq L \mid X\geq\delta^*)$	ETC
상수함수	6.889	0.8981	0	6.889	0.8981	0.48408
			0.80	6.889	0.8981	0.48408
			0.85	6.889	0.8981	0.48408
			0.90	6.909	0.90	0.48410
			0.95	7.509	0.95	0.51276
일차함수	6.353	0.8449	0	6.353	0.8449	0.37963
			0.80	6.353	0.8449	0.37963
			0.85	6.404	0.85	0.37982
			0.90	6.909	0.90	0.40216
			0.95	7.509	0.95	0.47367
이차함수	5.982	0.8096	0	5.982	0.8096	0.30801
			0.80	5.982	0.8096	0.30801
			0.85	6.404	0.85	0.32082
			0.90	6.909	0.90	0.36844
			0.95	7.509	0.95	0.46059

표 1은 γ의 여러 값에 대하여 δ^*와 총기대비용을 구한 결과이다. γ의 값으로 $\gamma=0$, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95의 5가지 값을 사용하였다. 또한 $Q(y, L)$의 3가지 형태인 상수함수, 일차함수 및 이차함수에 대하여 분석하였는데, 비용모수 a, b, c는 Tang(1987)과 동일하게 다음 식에 기초해서 결정하였다. 품질검사를 하지 않고 제품을 판매할 때, 불량품의 판매로 인한 손실비용은

$$\int_{-\infty}^{L} Q(y, L)\, m(y)\, dy$$

$$=a\,\Phi\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right) \qquad \text{상수함수}$$

$$=b\sigma_y\left[\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right)\Phi\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right)+\phi\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right)\right] \qquad \text{일차함수}$$

$$=c\sigma_y^2\left[\left\{1+\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right\}\Phi\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right)+\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right)\phi\left(\frac{L-\mu_y}{\sigma_y}\right)\right] \qquad \text{이차함수}$$

이 된다. 단 $m(y)$는 Y의 주변확률밀도함수이다. a, b, c는 위의 비용이 모든 경우 같아지도록 결정하였다. 본 예제에서 c=0.7354이므로, a=2.0, b=1.56이 된다. 표 1에서 보는 바와 같이 양품의 비율에 대한 제약조건이 없는 경우, 즉 $\gamma=0$인 경우 선별후 양품의 비율 P(Y

$\geq L \mid X \geq \delta^*$)는 이차함수의 경우 80.1%이다. 즉 불량제품의 비율이 거의 20%에 이르고 있다. 또한 상수 및 일차함수의 경우도 모두 불량제품의 비율이 10%보다 큰 값을 갖는다. 이와같이 단지 기대비용만을 최소화하는 검사방식을 사용하게 되면, 선별후 불량제품의 비율이 터무니 없이 높아질 수도 있다. 따라서 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건하에서 총기대비용을 최소화하는 것이 보다 합리적인 방법이라 할 수 있다. 표 1의 이차함수에서 $\gamma \leq 0.80$일 때는 $\delta^* = \delta_0 = 5.982$이다. 그러나 $\gamma \geq 0.85$일 때는 $P(Y \geq L \mid X \geq \delta) = \gamma$를 만족하는 δ값이 δ^*가 된다. 상수 및 일차함수에서도 비슷한 결론을 얻을 수 있다.

표 2는 합격된 제품 속에 포함된 불량품으로 인한 손실비용함수 Q(y, L)을 잘못 선택하였을 경우, 이로인한 기대비용의 증가율을 계산한 결과이다. 기대비용의 증가율은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{ETC' - ETC^*}{ETC^*} \times 100(\%), \tag{9}$$

단 (9)식에서 ETC^*는 올바른 손실함수 하에서의 기대비용이고, ETC'는 잘못된 손실함수를 사용한 경우의 기대비용이다. 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건이 없는 경우, Q(y, L)의 형태를 잘못 선택하면 그로인한 기대비용의 증가율이 커진다. 예를들어 올바른 비용함수가 이차함수임에도 상수함수를 사용하게 되면 기대비용의 증가율이 18.8%에 이르게 됨을 표 2로부터 알 수 있다. 이는 Tang(1987)에서 주장한 것과 동일한 결론이다. 그러나 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건을 갖는 모형에서는 γ값이 증가함에 따라 기대비용의 손실이 감소하게 된다는 것을 알 수 있다. 특히 본 예제에서 $\gamma = 0.90$인 경우 기대비용의 증가율이 모든 경우 0%임을 알 수 있다. 즉 γ값이 증가함에 따라 Q(y, L)의 선택이 모형에 미치는 영향이 둔감해짐을 알 수 있다.

표 2. Q(y, L)의 선택에 따른 기대비용의 증가율

γ	올바른 비용함수	사용한 비용함수: 상수함수	일차함수	이차함수
0	상수함수	0	3.6%	9.0%
	일차함수	5.5%	0	2.4%
	이차함수	18.8%	3.2%	0
0.80	상수함수	0	3.6%	9.0%
	일차함수	5.5%	0	2.4%
	이차함수	18.8%	3.2%	0
0.85	상수함수	0	3.0%	3.0%
	일차함수	5.5%	0	0
	이차함수	14.1%	0	0
0.90	상수함수	0	0	0
	일차함수	0	0	0
	이차함수	0	0	0

4. 이단계 선별검사

이단계 선별검사를 적용하는 경우 $X \geq \delta$인 제품은 모두 합격시킨다. 그러나 $X < \delta$인 제품에 대해서는 주 품질특성치 Y를 검사한 후, $Y \geq L$이면 합격, 그렇지 않으면 불합격 시킨다. 따라서 선별후 합격된 제품 속에 포함된 불량제품으로 인한 손실비용은

$$\int_{\delta}^{\infty} \int_{-\infty}^{L} Q(y, L)\, h(x, y)\, dy dx, \tag{10}$$

가 된다. 또한 검사에서 불합격되는 제품의 비율은 $\int_{-\infty}^{\delta} \int_{-\infty}^{L} h(x, y)\, dy dx$가 되며, 이로부터 불합격되는 제품으로 인한 손실비용은

$$r \int_{-\infty}^{\delta} \int_{-\infty}^{L} h(x, y)\, dy dx, \tag{11}$$

이다. 주 품질특성치 Y의 검사비용을 S_y라 하면, 품질검사에 드는 비용의 기대값은

$$S_z + S_y \int_{-\infty}^{\delta} f(x)\, dx, \tag{12}$$

이 된다. 따라서 이상의 결과를 종합하면 이단계 선별검사를 적용하는 경우의 총기대비용은

$$ETC = S_x + S_y \int_{-\infty}^{\delta} f(x)\,dx + \int_{\delta}^{\infty}\int_{-\infty}^{L} Q(y, L)\,h(x, y)\,dydx + r\int_{-\infty}^{\delta}\int_{-\infty}^{L} h(x, y)\,dydx, \tag{13}$$

이 된다. 총기대비용 (13) 식을 최소화 하는 δ_0는 다음과 같은 방법에 의해 구할 수 있다. 먼저 ETC를 δ에 대해 편미분 하면

$$\frac{\partial ETC}{\partial\delta} = S_y f(\delta) - \int_{-\infty}^{L} Q(y, L)\,h(\delta, y)\,dy + r\int_{-\infty}^{L} h(\delta, y)\,dy$$
$$= f(\delta)\left[S_y - \int_{-\infty}^{L}\{Q(y, L) - r\}\,g(y|\delta)\,dy\right], \tag{14}$$

가 된다. 따라서 $\partial ETC/\partial\delta = 0$를 만족하는 δ값은

$$\int_{-\infty}^{L}\{Q(y, L) - r\}\,g(y|\delta)dy = S_y, \tag{15}$$

으로부터 구할 수 있다. 상수함수의 경우 $Q(y, L) = a$이므로, (15)식은

$$\int_{-\infty}^{L} (a - r)\,g(y|\delta)\,dy = S_y, \tag{16}$$

이 된다. (16)식에서 $g(y|\delta)$는 평균 $\mu_y + \rho(\sigma_y/\sigma_x)(x - \mu_x)$, 분산 $\sigma_y^2(1-\rho^2)$인 정규분포이므로, (16)식을 만족하는 δ_0는

$$\delta_0 = \mu_x + \left(\frac{\sigma_x}{\rho\sigma_y}\right)\{L - \mu_y - \sigma_y(1-\rho^2)^{1/2}\Phi^{-1}\left(\frac{S_y}{a-r}\right)\}, \tag{17}$$

이 된다. 또한 $\delta = \delta_0$일 때의 $\partial^2 ETC/\partial\delta^2$은

$$\frac{\partial^2 ETC}{\partial\delta^2} = \frac{(a-r)\rho}{\sigma_x(1-\rho^2)^{1/2}} f(\delta_0)\,\phi\left[\frac{L - \mu_y - \rho(\sigma_y/\sigma_x)(\delta_0 - \mu_x)}{\sigma_y(1-\rho^2)^{1/2}}\right], \tag{18}$$

이 된다. 일반적으로 불량제품의 합격으로 인한 손실비용 a가 제품의 불합격으로 인한 비용 r보다 크기 때문에 $\delta = \delta_0$일 때, $\partial^2 ETC/\partial\delta^2 > 0$이다. 따라서 ETC는 δ_0에서 최소값을 갖는 아래로 볼록함수라는 것을 알 수 있다. 만일 $a < r$이라면 (14)식에서 보는 바와 같이 δ의 모든 값에 대해 $\partial ETC/\partial\delta > 0$이다. 즉 모든 제품을 합격시키는 것이 최적의 검사결과가 된다. 일차 및 이차함수에서는 다음 식을 만족하는 μ_0값을 구한 후, δ_0는 (8)식으로 부터 구할 수 있다.

$$\text{일차함수}: b\sigma\left[\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)\Phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) + \phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)\right] - r\Phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) = S_y \tag{19a}$$

$$\text{이차함수}: c\sigma^2\left[\{1 + \left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)^2\}\Phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) + \left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)\phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right)\right] - r\Phi\left(\frac{L-\mu_0}{\sigma}\right) = S_y, \tag{19b}$$

(19a)식과 (19b)식을 만족하는 μ_0는 이분법 또는 Newton Rapson법등을 사용하여 구할 수 있다. 일차함수 및 이차함수에 대해서는 $\delta = \delta_0$일 때 $\partial^2 ETC/\partial\delta^2 > 0$임을 수학적으로 보이지는 못하였으나, 여러가지 값에 대하여 수리적으로 분석한 결과 ETC는 δ에 대해 아래로 볼록함수임을 알 수 있었다.

한편 이단계 선별검사를 적용하는 경우 선별후 양품의 비율은

$$\frac{P(Y \geq L)}{P(X \geq \delta) + P(Y \geq L,\ X < \delta)} = \frac{\int_{L}^{\infty} m(y)\,dy}{\int_{\delta}^{\infty} f(x)\,dx + \int_{-\infty}^{\delta}\int_{L}^{\infty} h(x,y)\,dydx}, \tag{20}$$

이다. (20)식을 δ에 대하여 미분하면

$$\frac{\left(\int_{L}^{\infty} m(y)\,dy\right) f(\delta)\left[1-\int_{L}^{\infty} g(y|\delta)\,dy\right]}{\left[\int_{\delta}^{\infty} f(x)\,dx+\int_{-\infty}^{\delta}\int_{L}^{\infty} h(x,y)\,dydx\right]^{2}} \tag{21}$$

이 되고, (21)식은 δ의 모든 값에 대하여 양의 값을 갖게 된다. 즉 선별후 양품의 비율은 δ에 대한 증가함수이다.

이상의 결과들로 부터 이단계 선별검사에서 대용특성치의 최적기각치 δ^*는 단일단계 선별검사에서와 동일한 방법에 의해 구할 수 있음을 알 수 있다. δ^*를 구하는 절차는 다음과 같다.

i) 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건 없이 단지 ETC를 최소화하는 δ_0를 구한다.

ii) 만일 $\dfrac{P(Y \geq L)}{P(X \geq \delta_0)+P(Y \geq L,\ X<\delta_0)} \geq \gamma$

이면 $\delta^*=\delta_0$이다.

iii) 만일 $\dfrac{P(Y \geq L)}{P(X \geq \delta_0)+P(Y \geq L,\ X<\delta_0)} < \gamma$

이면 $\dfrac{P(Y \geq L)}{P(X \geq \delta)+P(Y \geq L,\ X<\delta)} = \gamma$

를 만족하는 δ값이 δ^*이다.

〈예제 2〉 예제 1에서 사용한 전자제품의 주품질특성인 내부전압을 측정하기 위해서는 제품을 분해해야 하는 등 외부전압을 측정하는데 비해 많은 어려움이 있으며 비용도 많이 든다. 단위제품당 내부전압 Y의 측정비용은 외부전압 측정비용의 5배인 $S_y=0.25$라 한다. 주품질특성치와 대용특성치의 관계 및 비용요소들은 예제 1에서와 동일한 값을 사용한다. 표 3은 Q(y, L)의 3가지 형태와 γ의 여러 값에 대하여 단일단계 및 이단계 선별검사방식의 최적기각치, 총기대비용, 그리고 선별후 양품의 비율을 구한 결과이다. 총기대비용에 있어서는 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건이 없거나 γ값이 작은 경우는 단일단계 선별검사방식이 적은 값을 갖지만, γ값이 증가함에 따라 이단계 선별검사방식의 기대비용이 적다는 것을 알 수 있다. 한편 선별후 양품의 비율에 있어서는 상수함수와 일차함수의 경우 이단계 선별검사가, 그리고 이차함수의 경우는 단일단계 선별검사가 약간 큰 값을 갖는다.

5. 결 론

본 논문에서는 선별후 양품의 비율을 일정수준 이상으로 유지하면서, 총기대비용을 최소로 하는 선별검사방식을 구하였다. 주품질특성치 대신 대용특성치만을 검사하는 단일단계 선별검사와, 대용특성치의 측정결과 불합격된 제품에 대해서는 이단계로 주품질특성치를 검사하는 이단계 선별검사를 고려하였다. 두가지 검사절차에 대해 대용특성치 및 주품질특성치의 검사비용, 불합격되는 제품으로 인한 비용, 합격된 제품 속에 포함된 불량품으로 인한 손실비용 등으로 이루어진 비용함수모형을 설정하였으며, 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건하에서 기대비용을 최소화하는 대용특성치의 최적기각치를 구하였다. 단지 경제적인 면만을 고려하면 선별후 불량제품의 비율이 터무니 없이 높아질 수도 있는 반면, 불량제품의 비율에 대한 제약조건을 설정함으로 해서 제품의 품질수준을 높일 수 있었다. 불량제품의 합격으로 인한 손실비용 Q(y, L)의 형태로 상수함수, 일차함수 및 이차함수의 3가지 형태를 고려하였다. Q(y, L)의 형태를 잘못 선택하면 이로인해 기대비용이 증가하는데, $\gamma=0$인 경우는 비용증가율이 높았으나 γ값이 커짐에 따라 그 증가비율은 감소하게 됨을 알 수 있었다. 단일단계 및 이단계 선별검사의 기대비용을 비교한 결과 γ값이 작을 때는 단일단계 검사방식이, 그리고 γ값이 클 때는 이단계 검사방식이 적은 비용을 갖게된다. 이 분야에 대한 추후 연구과제로는

표 3. 단일단계 및 이단계 선별검사방식의 비교

함수의형태	r	단일단계 선별검사방식			이단계 선별검사방식		
		δ^*	$P(Y \geq L \mid X \geq \delta^*)$	ETC	δ^*	$P(Y \geq L \mid X \geq \delta^*)$	ETC
상수함수	0	6.889	0.8981	0.48408	7.542	0.9608	0.48912
	0.80	6.889	0.8981	0.48408	7.542	0.9608	0.48912
	0.85	6.889	0.8981	0.48408	7.542	0.9608	0.48912
	0.90	6.909	0.90	0.48410	7.542	0.9608	0.48912
	0.95	7.509	0.95	0.51276	7.542	0.9608	0.48912
	0.99	8.435	0.99	0.64437	8.224	0.99	0.50170
일차함수	0	6.353	0.8449	0.37963	6.417	0.8555	0.41089
	0.80	6.353	0.8449	0.37963	6.417	0.8555	0.41089
	0.85	6.404	0.85	0.37982	6.417	0.8555	0.41098
	0.90	6.909	0.90	0.40216	6.838	0.90	0.41805
	0.95	7.509	0.95	0.47367	7.388	0.95	0.44325
	0.99	8.435	0.99	0.63813	8.225	0.99	0.49159
이차함수	0	5.982	0.8096	0.30801	5.905	0.8043	0.33818
	0.80	5.982	0.8096	0.30801	5.905	0.8043	0.33818
	0.85	6.404	0.85	0.32082	6.365	0.85	0.34994
	0.90	6.909	0.90	0.36844	6.838	0.90	0.38106
	0.95	7.509	0.95	0.46059	7.388	0.95	0.42701
	0.99	8.435	0.99	0.63670	8.225	0.99	0.48891

이변량 정규분포의 일부의 모수를 모를 때, 그리고 여러개의 대용특성치가 존재하는 경우, 선별후 양품의 비율에 대한 제약조건 하에서 기대비용을 최소화하는 대용특성치의 최적기각치를 구하는 문제를 고려할 수 있다.

참 고 문 헌

1. Bai, D.S., and Hong, S.H., "Economic Screening Procedures Using a Correlated Variable with Multidecision Alternatives," Naval Research Logistics, 39, 471−485(1992).
2. Boys, R.J., and Dunsmore, I.R., "Diagnostic and Sampling Models in Screening," Biometrika, 74, 356−374 (1987).
3. Hui, Y.V., "Economic Design of a Complete Inspection Plan for Bivariate Products," International Journal of Production Research, 28, 259−265(1990).
4. Li, L., and Owen, D.B., "Two-Sided Screening Procedures in the Bivariate Case," Technometrics, 21, 79−85(1979).
5. Owen, D.B., and Boddie, J.W., "A Screening Method for Increasing Acceptable Product with Some Parameters Unknown," Technometrics, 18, 195−199 (1976).
6. Owen, D.B., McIntire, D., and Seymour, E., "Tables Using One or Two Screening Variables to Increase Acceptable Product Under One-Sided Specifications," Jornal of Quality Technology, 7, 127−138 (1975).
7. Owen, D.B., and Su, Y.H., "Screening

Based on Normal Variables," Technometrics, 19, 65−68(1977).

8. Tang, K., "Economic Design of a One-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable," Technometrics, 29, 477−485(1987).
9. Tang, K., "Economic Design of a Two-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable," Applied Statistics, 37, 231−241(1988).
10. Tang, K., and Schneider, H., "Cost Effectiveness of Using a Correlated Variable in a Complete Inspection Plan When Inspection Error is Present," Naval Research Logistics, 37, 893−904 (1990).
11. Turkman, K.F., and Turkman, M.A.A., "Optimal Screening Methods," Journal of the Royal Statistical Society Series B, 51, 287−295(1989).