

# 전송선로의 매트릭스 표현법과 모멘트법을 이용한 임의 형태를 갖는 마이크로스트립 안테나의 해석

## (An Analysis of Arbitrarily Shaped Microstrip Antennas Using Transmission-Line Matrix Representation and Moment Methods)

趙 源 署\* · 金 正 祺\*\*  
(Won Seo Cho, Jung Ki Kim)

### 要 約

본 논문에서는 임의 형태를 갖는 마이크로스트립 안테나의 해석방법을 살펴보았다. 해석방법은 패치내부 영역의 문제에 대하여 전송선로 매트릭스표현법을 적용하였고, 패치 경계상의 문제에는 모멘트법을 적용하였다. 본 해석방법을 이용하여 원형과 등변삼각형 마이크로스트립 안테나의 입력임피던스 등 안테나 파라미터를 계산하였고 실험결과와 비교하였다. 모든 결과값들에 대하여 이론 및 실험결과는 좋은 일치율을 보였으며, 본 해석방법의 타당성이 입증되었다. 또한, 본 해석방법은 단락핀이 삽입되어 있는 마이크로스트립 안테나를 해석하는데 이용될 수 있다.

### ABSTRACT

In this paper, the analysis of arbitrarily shaped microstrip antennas is described. The analysis method is based on the transmission-line matrix representation for the interior problem and the moment method for the problem along the peripheries of the patch.

Using this method, the input impedance and other antenna parameters are calculated and compared with experimental results for a circular and an equilateral triangular microstrip antenna. For all of the results, theoretical and experimental results are in good agreement and the validity of the method is confirmed.

This analysis can also be used to analyze microstrip antennas with shorting pins.

### I. 서 론

마이크로스트립 안테나의 해석방법은 전송선로 모델<sup>[1]</sup>, Cavity 모델<sup>[2]</sup>, Full-wave 해석<sup>[3]</sup>, Green 함수 해석<sup>[4]</sup> 등이 보고되고 있다. 이러한 해석방법은 소자형태에 한정되거나 계산시간이 오래 걸리는 결점이 있다. 또한, 안테나 패치내에 단락핀을

삽입하여 기능화를 시도할 경우의 해석은 일반적으로 쉽지 않다.

본 논문에서는 마이크로스트립 안테나의 이론적인 해석방법으로서 삼각형상의 전송선로를 조합하여 임의 형태를 갖는 마이크로스트립 안테나를 근사적으로 표현하고, 안테나를 회로적으로 취급하여 단락핀이 포함되어 있는 경우에도 해석이 가능한 방법을 연구하였다. 이 방법에서는 마이크로스트립 안테나를 복사패치 내부와 복사에 기여하는 개구부로 나누어서 해석하였다<sup>[5]</sup>. 복사패치 내부는 전송선로망으로 근사시켜 복사패치와 그라운드판 사이에 생성된 평

\* 正會員, 생산기술연구원

\*\* 正會員, 中央大學校 電子工學科

행관내의 전자계를 평행2선 전송선로의 매트릭스 표현법으로 해석하고 개구부는 등가정리로 등가 선상 자유 및 전류를 가정하여 모멘트법으로 개구부의 전류와 자유의 관계를 나타내는 어드미턴스 파라미터를 구하였다.

해석방법의 타당성을 확인하기 위하여 본 논문에서는 원형 및 등변삼각형 마이크로스트립 안테나에 적용하여 실험결과와 비교하였다.

## II. 해석방법

그림 1.에서 처럼 마이크로스트립 안테나의 복사개구면을 경계로하여 개구부와 내부영역으로 나누어서 각 영역에 대한 전자계를 해석한다.

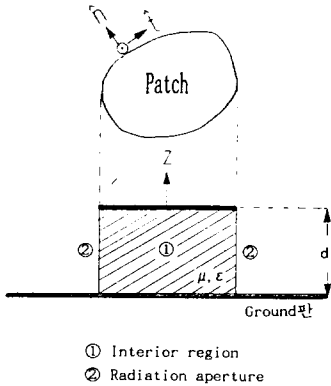


그림 1. 마이크로스트립 안테나의 해석적인 모델  
Fig. 1. Analytical model of microstrip antenna

### 1. 복사패치 내부에서의 전자계

복사패치 내부영역에서는 패치와 그라운드판 사이에 생성된 평행관내의 전자계를 평행2선 전송선로에 의하여 계산한다. 마이크로스트립 안테나의 복사패치를 3-port로 구성하여 그림 2.와 같이 소 삼각형으로 분할하고 각 변들은 그라운드 평면에 분할된 삼각형 요소의 각 변과 쌓이 되어 평행2선 전송선로를 이룬다. 소 삼각형의 요소는 3-port의 전송선로로 구성되며 3-port의 전송선로식은 2-port의 전송선로식을 이용하여 구할 수 있다.

그림 2.에서 처럼 패치의 외부 경계상의 분할점(1~16)에서 분할점으로 흘러 들어가는 전류를  $I_n$ , 분할점에서의 전압을  $V_n$ 라고 하고 내부의 분할점(17

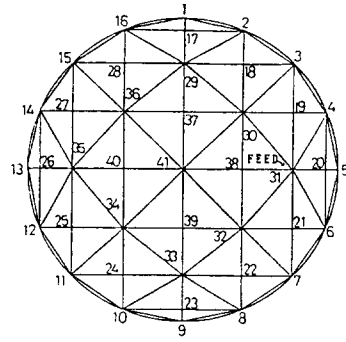


그림 2. 패치를 소 삼각형으로 분할한 예  
Fig. 2. Example of patch divided in small triangles

~41)에서 분할점으로 흘러 들어가는 전류를  $I_n$ , 분할점에서의 전압을  $V_n$ 라고 한다면 3-port의 전송선로식을 확장하여 패치 전체에 걸친 전송선로식을 구하게 된다.

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{at} \\ Y_{ta} & Y_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_t \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$y_{ii} = \sum_j \left[ \frac{\cosh kl_{ij}}{Z_0 \sinh kl_{ij}} \right] \quad (2)$$

$$y_{ij} = \frac{-1}{Z_0 \sinh kl_{ij}} \quad (i \neq j) \quad (3)$$

식 (1)에서  $Y_{aa}$ ,  $Y_{at}$ ,  $Y_{ta}$ ,  $Y_{tt}$ 의 요소는 다음 식처럼 두가지 형태로 표현된다.

전송선로가 서로 연결된 경우에는 결합점에서 선로의 용량이 증가하며 전파속도는 지연되게 된다. 이 때문에 전송선로를 서로 연결하여 표현된 전체 회로망에 있어서 전류와 전압파형의 전파속도와 특성 임피던스는 서로 이웃한 분할점 사이의 각 구간에서 다른 전파속도와 특성임피던스를 갖게 된다 [6]. 따라서, 위상속도와 특성임피던스는 각 분할점에서 교차하는 전송선로 수에 의해서 다른값을 선택할 필요가 있다.

이러한 효과로 인하여 각 분할점 사이에 있는 점 m에서 매질이 변한다고 한다면 식 (2)와 식 (3)은 다음식으로 표현된다.

$$y_{ii} = \sum_j \frac{Z_j / Z_i \sinh k_{il}i \sinh k_{jl}j + \cosh k_{il}i \cosh k_{il}i}{Z_j \cosh k_{il}i \sinh k_{jl}j + Z_i \sinh k_{il}i \cosh k_{jl}j} \quad (4)$$

$$y_{ij} = \frac{-1}{Z_j \cosh k_{il}i \sinh k_{jl}j + Z_i \sinh k_{il}i \cosh k_{jl}j} \quad (i \neq j) \quad (5)$$

여기서,  $Z_i$ ,  $K_i$  와  $Z_j$ ,  $K_j$  는 각각, 구간  $i - m$ ,  $m - j$  의 특성임피던스 및 전파상수이고  $l_i$ ,  $l_j$  는 각각 구간의 길이이다.

2. 개구부에서의 전자계

가. 등가정리

마이크로스트립 안테나에서 개구부의 전자계에 대해서 해석한다. 안테나 외부의 유전체는 두께가 파

장에 비하여 대단히 얇으므로 그것에 의한 영향은 무시한다. 이 경우의 전자계는 그림 3. (a)와 같이 된다. 그라운드 판에 의한 image 를 고려하면 그림 3. (b)와 같으며 그림 3. (c)에서 처럼 구부의 경계 S 에 있어서 등가정리를 적용하여 내부의 전계  $\bar{E}$  와 자계  $\bar{H}$  를 zero 로 하고 등가전류  $\bar{J}$ ,  $\bar{J}_a$  와 등가전류  $\bar{M}_a$  를 가정한다.

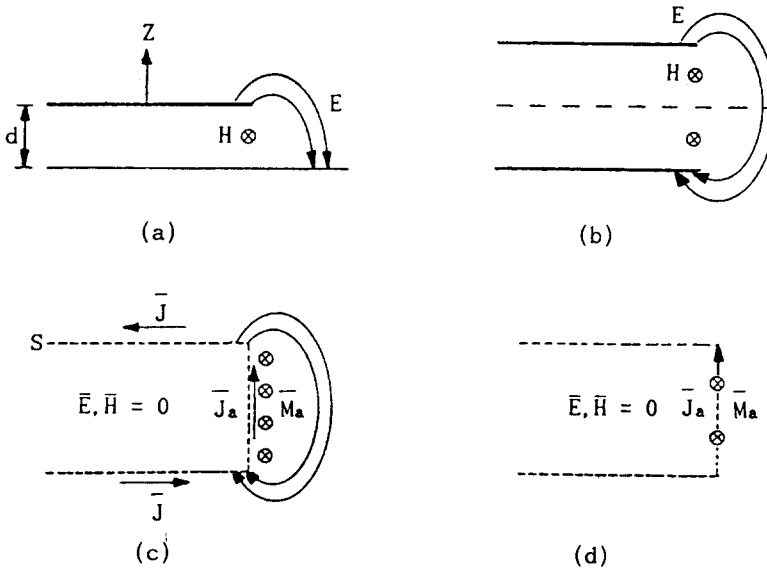


그림 3. 외부 전자계의 모델화

Fig. 3. Model of Electromagnetic field on the periphery of the patch

$\bar{J}$  는 방향이 반대에서 근접하고 평행하게 존재하기 때문에 이 전류에 의한 전자계는 작아서 무시할 수 있으므로  $\bar{J} = 0$  으로 그림 4. (d)와 같으며  $\bar{M}_a$ ,  $\bar{J}_a$  는 다음과 같다.

$$\bar{M}_a = -\hat{n} \times E_z \hat{z} \quad (6)$$

$$\bar{J}_a = \hat{n} \times \bar{H} \quad (7)$$

$\hat{n}$  는 개구면에서 외향 단위 법선벡터를 표시한다. 여기서,  $\bar{M}_a$  는 식 (3)에서  $V_a$ ,  $\bar{J}_a$  는  $I_a$  에 각각 대응한다. E 는 개구면에 대해서 접선방향의 전계이고, 개구면의 두께가 파장과 비교해서 매우 얇은 경우 ( $kd \ll 1$ ) 를 고려하면 E<sub>z</sub> 는 z 방향에 대해서 일정하다고 본다.

그림 3. (d)에서 처럼 슬롯의 형태를 하고 있는 안테나의 해석은 그것의 complementary 다이폴 안테

나로 바꾸어서 해석할 수 있다 [7]. 이 경우 다이폴로 바뀐 안테나는 편평한 단면을 갖게 되므로 등가반경을 취해서 취급할 수 있다 [8].

개구면상에서 개구부의 폭이  $2d$  인 슬롯은 반경이  $d/2$  인 complementary 다이폴 형태로 바뀌어지며 개구부의 폭에 등가인 리본모양의 자류는  $d/2$  의 반경을 갖는 2개의 원통모양 자류로 근사시킬 수 있다 [9].

나. 모멘트법

본 절에서는 개구부에서 complementary 다이폴의 연속적인 집합으로 이루어진 와이어에 대해서 앞 절에서 가정한 선상자류를 적용하여 모멘트법으로 어드미턴스를 구한다. 와이어의 자류는 구분적 정현함수로 전개하고 자류전개함수와 똑같은 가중함수를 사용하는 Galerkin 법 [10] 을 적용한다.

그림 4. 와 같이 임의로 구부러진 와이어에 있어서 점 P에서의 자계는 직선와이어를 기준 좌표축에 대하여  $\theta$  만큼 회전시킴으로써 구할 수 있으며 구분적 정현함수로 표현된 자류는 다음과 같다.

$$\bar{M} = \sum_{m=1}^M K_m \bar{M}_m \quad (8)$$

점 P에서 자계의 각 성분은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \bar{H}_{t_m} = \frac{j30K_m}{Z_0^2 \sin(k\Delta t_m)} \left[ \cos(k\Delta t_m) \frac{e^{-jkR_i}}{r_i} - \frac{e^{-jkr_{i+1}}}{r_{i+1}} \right. \\ \left. + \left( j \frac{\cos\theta_{i^m}}{r_i} + \frac{\cos\theta_{i^m}}{kr_i^2} \right) e^{-jkr_i} \sin(k\Delta t_m) \right] \bar{t}_m \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_{\rho_m} = \frac{30K_m}{Z_0^2 r_i \sin\theta_{i^m}} \left[ -j\cos\theta_{i^m} \cot(k\Delta t_m) e^{-jkr_i} \right. \\ \left. + j \frac{\cos\theta_{i+1^m}}{\sin(k\Delta t_m)} e^{-jkr_{i+1}} \right. \\ \left. + \left( \cos^2\theta_{i^m} + j \frac{1}{kr_i} \sin 2\theta_{i^m} \right) e^{-jkr_i} \right] \bar{\rho}_m \quad (11) \end{aligned}$$

$$\bar{M}_m = \begin{cases} \frac{\text{sinc}(t_{m-1})}{\sin(k\Delta t_{m-1})} e^{-jkt_{m-1}} & 0 \leq t_{m-1} < \Delta t_{m-1} \\ \frac{\text{sinc}(\Delta t_{m-1} - t_m)}{\sin(k\Delta t_m)} e^{-jkt_m} & 0 \leq t_m < \Delta t_m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

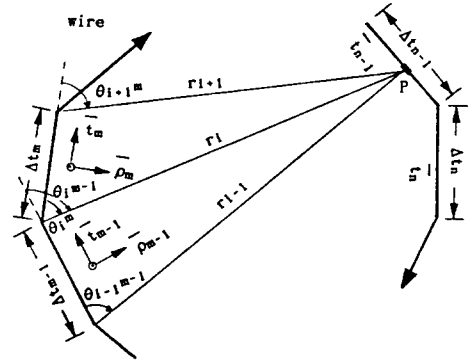


그림 4. 임의로 구부러진 와이어 소자의 좌표  
Fig. 4. Coordinate of arbitrarily bent wire elements.

$$\bar{H}_{t_{m-1}} = \frac{j30K_m}{Z_0^2 \sin(k\Delta t_m)} \left[ \cos(k\Delta t_{m-1}) \frac{e^{-jkR_i}}{r_i} - \frac{e^{-jkr_{i-1}}}{r_{i-1}} - \left( j \frac{\cos\theta_i^{m-1}}{r_i} + \frac{\cos\theta_i^{m-1}}{kr_i^2} \right) e^{-jkr_i} \sin(k\Delta t_{m-1}) \right] \bar{t}_{m-1} \quad (12)$$

$$\bar{H}_{\rho_{m-1}} = \frac{-30K_m}{Z_0^2 r_i \sin\theta_i^{m-1}} \left[ j \cos\theta_i^{m-1} \cot(k\Delta t_{m-1}) e^{-jkr_i} - j \frac{\cos\theta_{i-1}^{m-1}}{\sin(k\Delta t_{m-1})} e^{-jkr_{i-1}} + \left[ \cos^2\theta_i^{m-1} + j \frac{1}{kr_i} \sin^2\theta_i^{m-1} \right] e^{-jkr_i} \right] \bar{\rho}_{m-1} \quad (13)$$

따라서, 점 P에서의 종합자계와 이 자계에 의해서 표현된 어드미턴스 행렬의 요소식은 다음과 같다.

$$\bar{H}(p) = \sum_{m=1}^N (\bar{H}_{t_{m-1}} + \bar{H}_{\rho_{m-1}} + \bar{H}_{t_m} + \bar{H}_{\rho_m}) \quad (14)$$

$$Y_{mn} = \frac{1}{K_m K_n} \int_0^{\Delta t_{n-1}} \bar{H} \cdot K_n \frac{\text{sinc}(t_n - t_{n-1})}{\sin(k\Delta t_{n-1})} \bar{t}_{n-1} dt_{n-1} + \frac{1}{K_m K_n} \int_0^{\Delta t_n} \bar{H} \cdot K_n \frac{\text{sinc}(\Delta t_n - t_n)}{\sin(k\Delta t_n)} \bar{t}_n dt_n \quad (15)$$

그러므로, 개구부 분할점에서의 전압  $V_a$ 와 전류  $I_a$  사이의 관계는 다음과 같은 행렬 형태로 표현된다.

$$[I_a] = [Y] [V_a/2] \quad (16)$$

개구면에서 2개의 자유를 가정하였기 때문에  $[V_a/2]$ 가 되었으며  $[I_a]$ 와  $[V_a]$ 는 미지의 column vector 들이고  $[Y]$ 는 정방 행렬이다.

### 3. 경계조건

마이크로스트립 안테나를 복사패치 내부와 복사여기여하는 개구부로 나누어서 해석하였다. 이 경우 경계조건은 패치내부를 전송선로망으로 해석할 때 경계 분할점에서의 전압  $V_a$ , 전류  $I_a$ 와 개구부에서 모멘트법으로 구해진 개구부의 전압  $V_a$ , 전류  $I_a$ 를 개구면상에서 등가로 놓는 것이다. 식 (1)에 식 (16)을 대입하여  $I_a$ 를 소거하면 다음과 같이 개구부 경계면의 분할점 전압  $V_a$ 와 패치 내부에서의 분할점 전압  $V_i$ 를 구하게 된다.

$$[V_a] = \left[ [Y/2] - [Y_{aa}] + [Y_{at}][Y_{tt}]^{-1}[Y_{ta}] \right]^{-1} [Y_{at}][Y_{tt}]^{-1}[I_t] \quad (17)$$

$$[V_t] = \left[ [Y_{ta}] \left( [Y/2] - [Y_{aa}] \right)^{-1} [Y_{at}] + [Y_{tt}] \right]^{-1} [I_t] \quad (18)$$

패치 내부의 분할점에 있어서의 전류  $I_i$ 는 급전점 이외에는 zero가 되며 입력임피던스는 급전점에서 전압과 전류의 비에 의해서 결정된다. 이 때, 급전점

에서 동축선로를 사용한 경우에는 입력임피던스항에 probe의 자기임피던스를 더해 주어야 한다<sup>[11]</sup>.

자유분포는 식 (17)에서 구한 개구면상의 분할점

전압  $V_a$ 로 구할 수 있다. 원형 마이크로스트립 안테나에 있어서 패치에 단락핀이 삽입된 경우의 해석은 다음과 같다. 패치 중심으로부터 거리  $b$ 만큼 떨어진 곳에 삽입된 반경  $r_0$ 인 단락핀의 임피던스  $Z_p$ 는 다음과 같은 근사식으로 표현된다 [9].

$$Z_p(b) = j \frac{\eta k d}{2\pi} \left[ \ln \frac{2}{\gamma k r_0} + \frac{\pi}{2} J_0(kb) N_0(kb) \right] \quad (19)$$

여기서,  $\gamma = 1.78107$ ,  $J_0$  및  $N_0$ 는 각각 영차의 Bessel 함수 및 Neumann 함수이며,  $\eta$ 는 유전체층의 특성임피던스를 나타낸다. 패치의 분할점  $j$ 에서 단락핀을 삽입한다면 그 점에서의 전류  $I_j$ 와 전압  $V_j$  간에는 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$I_j = \frac{V_j}{Z_p} \quad (20)$$

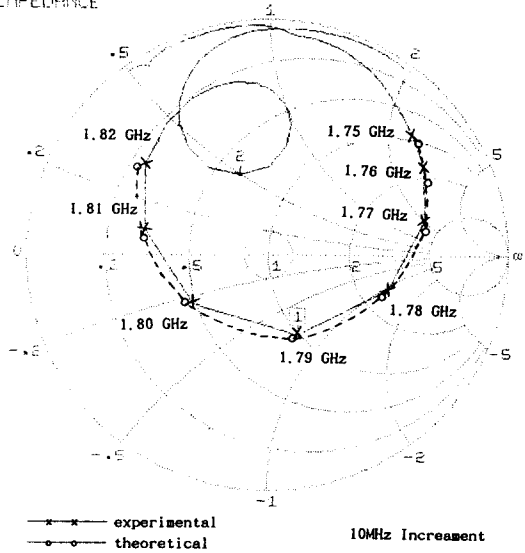
식 (20)을 식 (1)에 대입하여 연립방정식을 풀면 단락핀이 삽입된 경우의 입력임피던스를 구할 수 있다.

### III. 결과 및 고찰

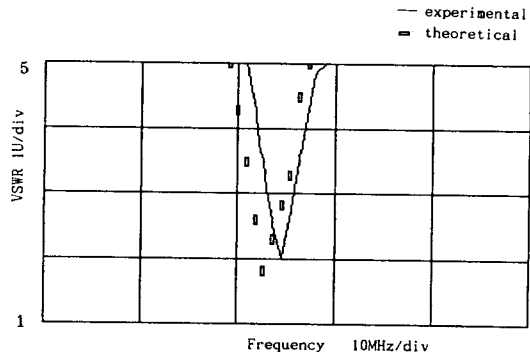
본 해석방법의 유용성과 정확성을 확인하기 위하여 원형 및 등변삼각형 마이크로스트립 안테나에 적용하여 계산결과와 실험결과를 비교하였다. 이와 같은 안테나를 비유전율  $\epsilon_r = 2.55$ , 두께  $d = 1.549\text{mm}$ 인 유전체를 사용하여 기판에 구성하였다. 계산을 위하여 패치 외부경계를 원형과 등변삼각형 모두 등간격으로 32개 및 30개로 분할하였고, 급전점은 내부분할점의 한점에 일치시켰다. 전송선로는 손실이 없는 것으로 하고, 전송선로의 중앙에서  $k$ ,  $Z_0$ 가 변하는 것으로 하여 계산하였다. 또한, 패치 내부를 취급할 경우에 fringing field의 효과로 인하여 패치의 면적이 실효적으로 넓어지는 것을 고려하였다. 본 논문에서는 Y. Suzuki [12]가 제시한 임의 형태를 갖는 패치의 edge 확장 계산방법을 적용하였다.

원형 마이크로스트립 안테나에서 패치의 반경은  $3\text{cm}$ 이며, 중심에서  $2.11\text{cm}$  떨어진 위치에서 probe로 급전하였으며 등변삼각형 패치에서 한변의 길이는  $10\text{cm}$ 로 하였고, 삼각형 중심에서 꼭지점으로  $2.6\text{cm}$  떨어진 위치에서 급전하였다.

511 FORWARD REFLECTION IMPEDANCE



(a) 입력 임피던스  
Input impedance



(b) 전압 정재파비  
Voltage standing wave ratio

그림 5. 원형 마이크로스트립 안테나  
Fig. 5. Circular microstrip antenna

그림에서처럼 각 안테나의 입력임피던스 및 VSWR의 비교된 결과값들은 잘 일치하는 것으로 나타났다. 또한, 공진주파수에 있어서는 패치경계상의 분할점과 내부의 분할점 수를 증가시키기에 따라 근접하는 것을 볼 수 있었으며, 구해진 자유분포를 이용하여 복사 패턴을 구할 수 있다.

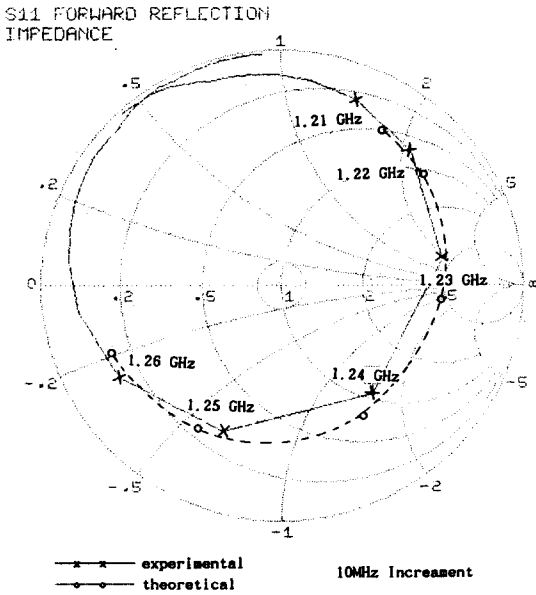
IV. 결 론

임의 형태를 갖는 마이크로스트립 안테나의 해석 방법으로서는 전송선로와 모멘트법을 적용하였다. 이 방법으로 안테나의 중요한 척도가 되는 입력임피던스, VSWR 를 구했으며 실험결과와 비교하여 잘 일치하는 것을 알 수 있었다.

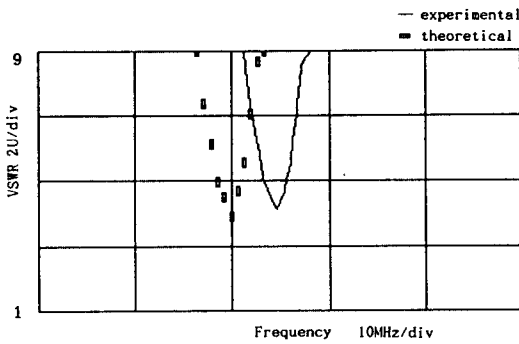
계산방법에 있어서는 개구부에서 모멘트법을 적용하여 선상자류의 상호결합에 관한 계산을 포함하더라도 패치 내부에서는 취급이 간단한 전송선로를 이용하여 sinh, cosh 함수 등이 주로 사용되기 때문에 계산이 빠르고, 또한 간단하게 해를 구할 수 있었다. 본 논문에서는 kd (1인 범위에서 해석하였기 때문에 얇은 기판위에 임의 형태를 갖는 마이크로스트립 안테나의 해석에 유용하며, 단락핀과 같은 회로소자를 삽입한 경우에도 적용할 수 있는 해석방법이다.

參 考 文 獻

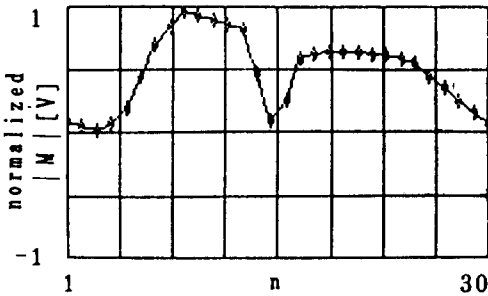
- (1) A. G. Derneryd, "Linearly Polarized micro - strip antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP - 24, pp. 846 - 851, Nov. 1976.
- (2) K. R. Carver and J. W. Mink, "Microstrip antenna technology," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP - 29, pp. 2-24, Jan. 1981.
- (3) T. Itoh and W. Menzel, "A full - wave analysis method for open microstrip structures," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP - 29, pp. 63-68, Jan. 1981.
- (4) M. C. Bailey and M. D. Deshpande, "Integral equation formulation of microstrip antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP - 30, pp. 651 - 656, July 1982.
- (5) N. Inagaki and K. Ariyoshi, "Numerical analysis of microstrip antenna," IEEE Int. Antennas Propagat. Symp., pp. 609-612, 1980.
- (6) P. B. Jones and R. L. Beurle, "Numerical solution of 2 - dimensional scattering problems using a transmission - line



(a) 입력 임피던스  
Input impedance



(b) 전압 정재파비  
Voltage standing wave ratio



(c) 패치 주위에서의 자류분포  
Magnetic current distribution  
along the peripheries of the patch

그림 6. 등변삼각형 마이크로스트립 안테나  
Fig. 6. Equilateral microstrip antenna

- matrix,” Proc. IEEE, vol. 118, pp. 1203–1208, Sept. 1971.
- (7) J. D. Kraus, Antennas, pp. 353–371, McGraw–Hill, 1950.
- (8) C. M. Butler, “The equivalent radius of a narrow conducting strip,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP–30, pp. 755–758, July 1982.
- (9) H. Morishita, K. Hirasawa and K. Fujimoto, “An analysis of microstrip antenna,” Trans. IECE TGAP Japan., vol. AP 87–44, pp. 71–76, June 1987.
- (10) K. Fujimoto and et al., Small Antennas, R. S. Press, 1987.
- (11) K. R. Carver, “Input impedance to probe–fed microstrip antennas,” IEEE Int. Antennas Propagat. Symp., pp. 617–620, 1980.
- (12) Y. Suzuki and T. Chiba, “Computer analysis method for arbitrarily shaped microstrip antenna with multiterminals,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP–32, pp. 585–590, June 1984.