

## 한계해석법에 의한 파일-지반-터널 상호작용 해석 Upper and Lower Bound Solutions for Pile-Soil-Tunnel Interaction

이용주<sup>1)</sup>, Yong-Joo Lee, 신종호<sup>2)</sup>, Jong-Ho Shin

<sup>1)</sup> 정회원, 한국철도기술연구원, 궤도토목연구본부, 궤도노반연구그룹, 선임연구원(Post-Doc.), Senior Researcher, Department of Civil Engineering, Korea Rail Road Institute.

<sup>2)</sup> 정회원, 건국대학교, 토목공학과, 조교수, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Konkuk University.

**SYNOPSIS** : In urban areas, new tunnel construction work is often taking place adjacent to existing piled foundations. In this case, careful assessment for the pile-soil-tunnel interaction is required. However, research on this topic has not been much reported, and currently only limited information is available. In this study, the complex pile-soil-tunnel interaction is investigated using the upper and lower bound methods based on kinematically possible failure mechanism and statically admissible stress field respectively. It is believed that the limit theorem is useful in understanding the complicated interaction behaviour mechanism and applicable to the pile-soil-tunnel interaction problem. The results are compared with numerical analysis. The material deformation patterns and strain data from the FE output are shown to compare well with the equivalent physical model tests. Admissible stress fields and the failure mechanisms are presented and used to develop upper and lower bound solutions to assess minimum support pressures within the tunnel.

**Key words** : Upper and lower bound methods, pile-soil-tunnel interaction, FEA, model test, tunnel pressure

### 1. 서 론

파일-지반-터널의 상호거동에 대한 세밀한 해석적 접근은 비교적 새로운 분야이며, 이와 관련된 연구가 현재까지 미흡한 실정이다. 본 연구는 사질토 지반 선단에 하중이 집중되는 기존 파일에 인접하여 터널을 굴착할 때 생기는 상호거동 및 터널 라이닝에 작용하는 최소의 압력을 파악하는데 그 목적이 있다(그림 1 참조).

Chen 등(1999)은 흙이 탄성연속체로 가정한 상태에서 터널 굴착으로 인한 파일의 수직 및 수평거동에 대한 2단계 접근법(two-stage approach)을 제시하였으며, 터널 굴착으로 인한 파일의 거동은 (a) 터널의 위치(tunnel geometry), (b) 지반손실률(ground loss ratio), (c) 지반의 강도(soil strength), (d) 파일의 직경(pile diameter), (e) 파일 길이와 터널 피복 깊이의 비(ratio of pile length to tunnel cover depth)에 의존함을 보고하였다. 또한 Chen 등(1999)은 점토 지반에 대하여 터널 굴착으로 인한 파일 거동을 예측하는 설계 도표도 제시하였다. 하지만, 그들은 보다 더 정확한 파일 거동을 예측하기 위해서는 수치해석 기법의 사용이 바람직함을 강조하였다.

Mroueh와 Shahrour (2002)는 유한요소법을 이용하여 파일-터널 거동의 3차원 해석을 수행하였다. 그들은 파일이 터널에 매우 근접하여 위치하는 경우, 터널 굴착으로 인해 파일에 변형과 내부 응력의 증가가 일어날 수 있음을 보였다. 특히, 터널 굴착으로 인한 내부 응력의 변화는 전적으로 파일 선단부에

의존함을 확인하였으며, 파일의 선단부가 터널 인버트(invert) 바로 아래 위치하는 경우, 응력의 변화가 크게 증가되는 특징을 보였다.

본 연구는 사질토 지반에 대해 동적인 파괴 메카니즘에 근거한 상계해석법과 정적인 응력장을 만족하는 하계해석법을 이용하여 파일-지반-터널 상호거동을 파악하고자 하였다. 선행 연구결과, CRISP 프로그램을 이용한 유한요소해석으로부터 얻은 지반의 변형형태(deformation pattern)와 변형률(soil strain data)은 사진계측기술(photogrammetric technique)을 이용한 실내모형실험(laboratory model test)과 유사하게 나타났다. 따라서 이러한 수치해석과 모형실험에서 얻은 지반의 변위 데이터(strain data)를 근거로 상계 해석법(analytical upper bound solution)과 관련된 파괴 메카니즘(failure mechanism)을 제안하고 주응력 방향(major principle stress directions)을 포함하는 응력장(stress field)도 하계 해석법(analytical lower bound solution)을 위해 제안하고자 한다. 제안된 상·하계 해석법은 파일-지반-터널의 상호거동 문제, 즉 파일 선단부에 설계하중(working load)이 집중되는 기존 파일에 인접하여 터널 굴착시 발생하는 터널 벽체의 최소 압력(minimum tunnel lining wall pressure)을 평가하는데 유용할 것이다.

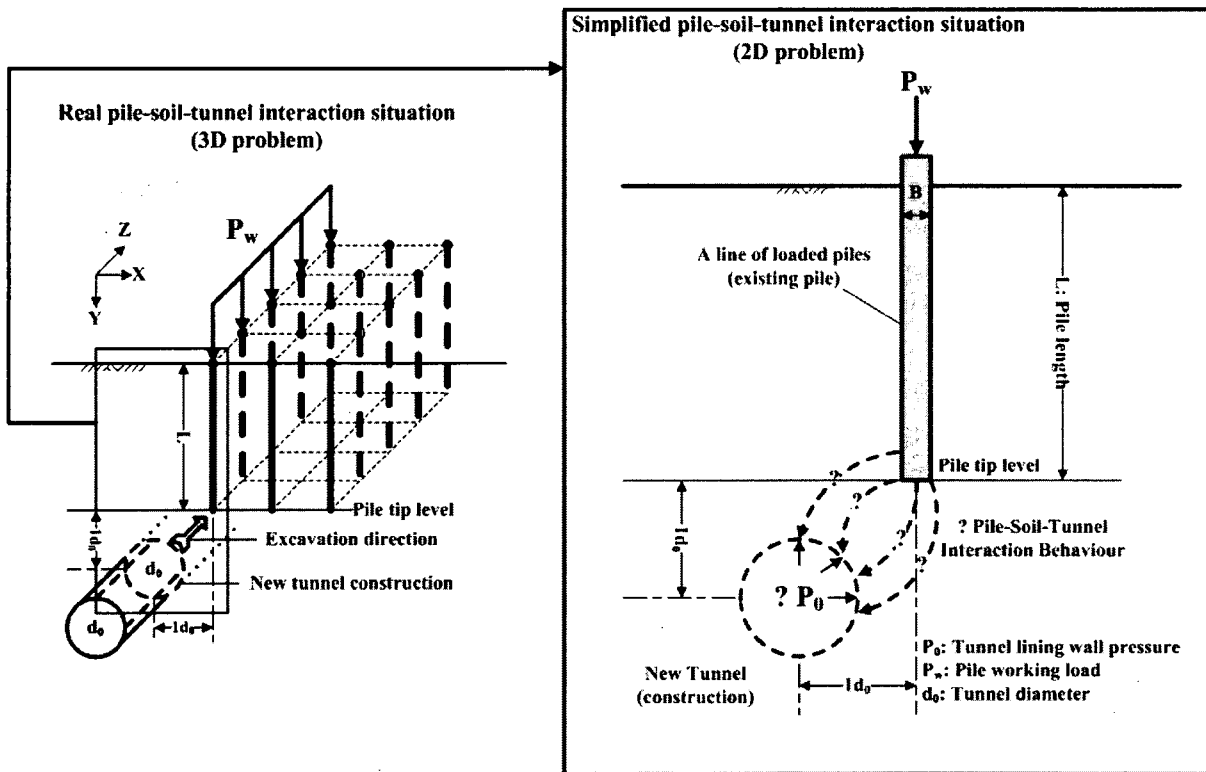


그림 1. 기존 파일에 인접한 터널 굴착

## 2. 전단변형률 진행양상과 파괴메카니즘

상·하계 해석법을 전개하기 위해 직접전단시험을 근간으로 파악된 물성치는 표 1과 같다. 상·하계 해석법(upper and lower bound solution)에서는 “Associated plastic flow rule”을 가정하였다. 즉  $\phi' = \psi$ .

표 1. 기본적인 재료의 물성치

| 물성치            | $\phi'(^{\circ})$ | $\psi(^{\circ})$ | $\delta_w(^{\circ})$ | $\gamma_{rod}(kN/m^2)$ |
|----------------|-------------------|------------------|----------------------|------------------------|
| Shear box test | 22~31             | 6~15             | 13                   | 20                     |
| 적용값            | 26                | 26               | 13                   | 20                     |

상·하계 해석법을 전개하기 위해서는 전단변형률의 진전양상에 기초하여 파괴메카니즘을 설정하는 것이 무엇보다 중요하다(Lee, 2004). 파일의 선단부가 터널 중심에서 수평거리 및 수직거리가 각각 1D (터널 지름) 만큼 떨어진 경우에 대해서 수치해석 및 실내모형실험에서 얻은 각각의 최대전단변형률 (maximum shear strain) 값과 서로 비교하여 이상화된 파괴메카니즘을 파악하고자 하였다. 수치해석 결과(그림 2(a))와 실내모형실험 결과(그림 2(b))가 매우 유사한 것으로 나타났다. 따라서 중립지역 X(isotropic zone) 및 공통지점인  $C_{ab}$ (상반전단메카니즘),  $C_{de}$ (하반전단메카니즘)를 포함하는 간단하고 이상화된 파괴메카니즘은 그림 2(c)와 같이 제안할 수 있다. 그림 2(c)에서 보는 바와 같이 중립지역 X는 주압축변형률(또는 주압축응력)의 방향이 등방성 조건을 만족하며 상계 해석법의 변위 벡터(displacement vector)를 만족시키는 중요한 요소라고 할 수 있다. A+2와 같은 유사한 형태의 전단변형률과 중립지역 X를 포함하는 파괴메카니즘은 파일 선단부의 위치가 다른 경우에서도 나타났다(Lee, 2004).

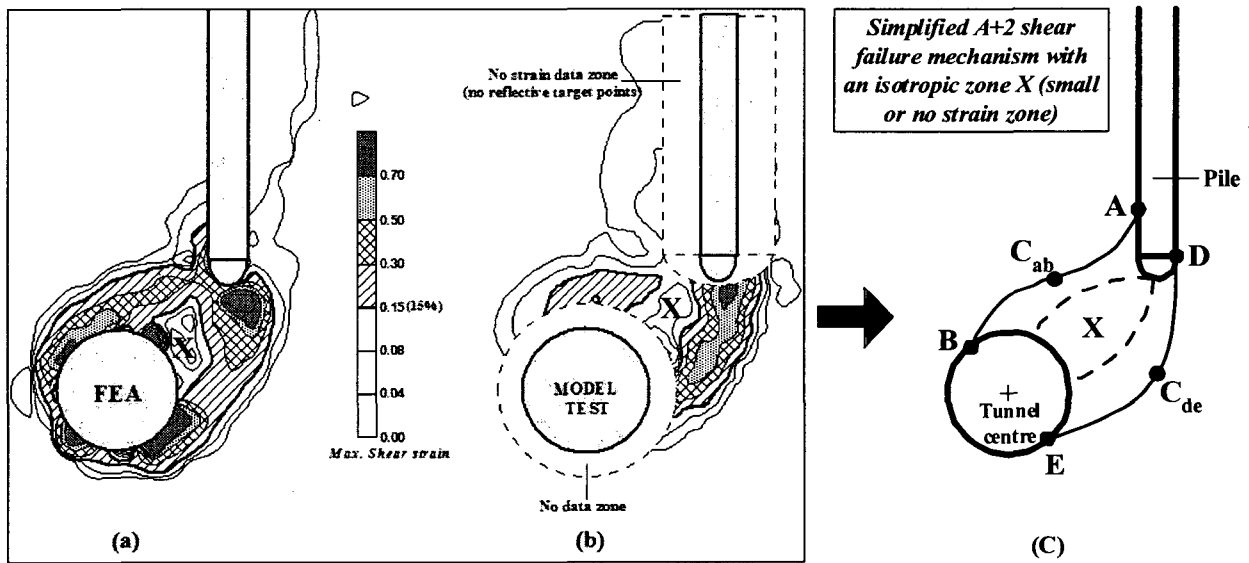


그림 2. 최대전단변형률의 비교 및 파괴메카니즘

### 3. 하계해석법(lower bound)

하계해석법은 높은 항복응력(high yield stress)에서 낮은 항복응력(low yield stress)으로 분리되는 응력 불연속면(stress discontinuity)을 가로질러 평형(equilibrium)을 만족한다는 개념에 근간을 두고 있다.

그림 3(a)는 두 개의 모어 응력원(Mohr circle of stress)이  $\phi'=26^{\circ}$ 일 때 항복상태에 있는 것을 나타낸 것이다.

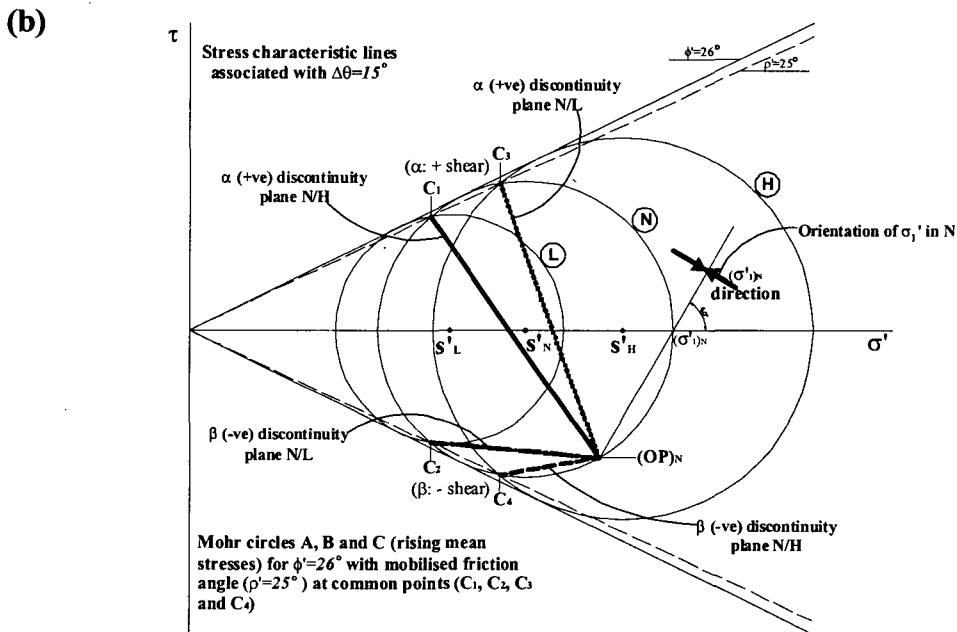
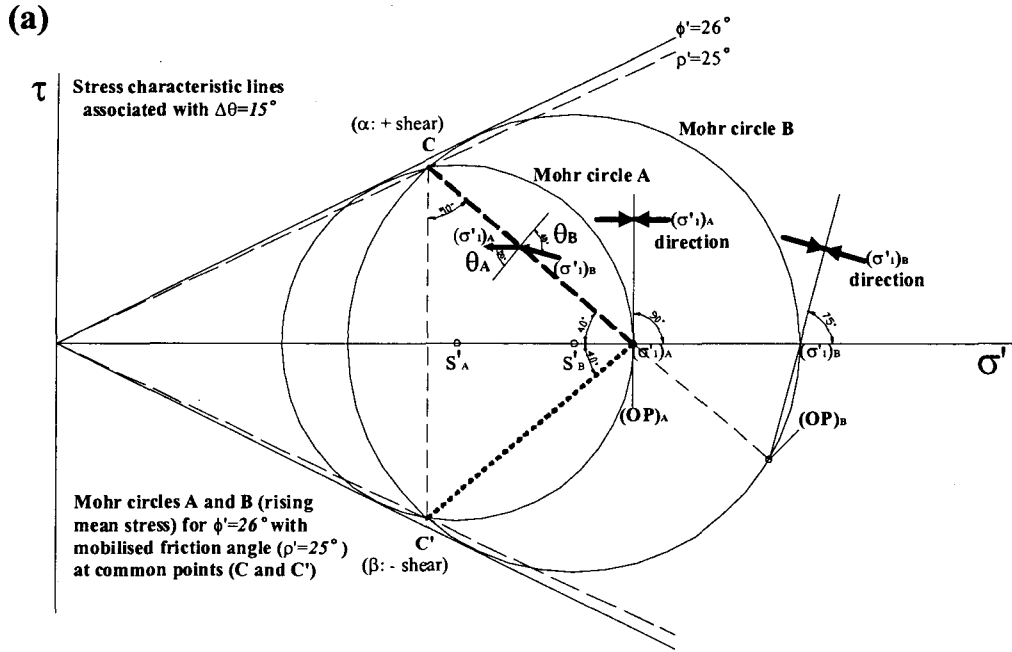


그림 3. 모어 응력원에서 불연속면과  $\Delta\theta=15^\circ$ (주응력 방향 변화각): (a) 두 개의 모어 응력원; (b) 세 개의 모어 응력원

불연속면에 있는 응력은 공통점 C 또는 C' 위에 있다. 불연속면의 물리적 방향인  $+\alpha$ 와  $-\beta$ 는 그림 3(a)와 같이 극점(pole 또는 origin of plane)  $(OP)_A$ 에 의해 그려질 수 있다. 그림 3(a)에서 보듯이 고정된 주응력 방향 변화각이  $\Delta\theta=\theta_B-\theta_A=15^\circ$ 임을 알 수 있다. 공통점 C에서의 응력은 “mobilised angle of friction( $\rho'$ )” 상태를 나타내며, 이때  $\rho'$ 는  $\phi'$  보다 조금 작게 나타남을 알 수 있다. 여기서 모어 응력원으로 파악되는 가장 중요한 특징은 다음과 같다.

(a) 높은 평균수직응력( $S'_B$ )에서 낮은 평균수직응력( $S'_A$ )으로 변화 된다.

(b) 높은 주응력이 작용하는 방향( $\theta_B$ )으로부터 낮은 주응력이 작용하는 방향( $\theta_A$ )에 따른  $\Delta\theta$  값을 제공한다.

변함이 없는  $\Delta\theta$  값과 주응력 방향으로부터 응력의 불연속면장(discontinuity field)을 발전시킬 수 있다. 위의 이러한 두 값은 다음과 같은 식들로 결정된다.

(a)  $\rho'$  값은 아래의 식 (1)에 의해 결정되어진다.

$$\sin \rho' = \sin \phi \cos \Delta\theta \quad (1)$$

(b) 주응력 방향에 따른 불연속면의 방향은 다음의 식 (2)와 (3)에 의해 결정되어진다.

$$\theta_{B(high)} = (45^\circ + \frac{\rho'}{2}) + \frac{\Delta\theta}{2} \quad (2)$$

$$\theta_{A(high)} = (45^\circ + \frac{\rho'}{2}) - \frac{\Delta\theta}{2} \quad (3)$$

여기서,  $\theta$  값은 불연속면과 수직인 선과 주응력이 작용하는 방향이 서로 이루는 각을 말한다.

(c) 응력비(stress ratio)는 다음 식 (4)로부터 계산할 수 있다.

$$\frac{S'_B}{S'_A} = \exp^{2\Delta\theta \tan \phi'} \quad (4)$$

세 개의 모아 응력은 그림 3(b)와 같이 나타낼 수 있다. 네 개의 공통점은  $C_1, C_2, C_3, C_4$ 이며, 중간 모아 응력원  $N$ , 높은 모아 응력  $H$ , 낮은 모아 응력원  $L$ 이다. 또한  $\alpha$ 와  $\beta$  불연속면도 보여준다. 모아 응력원에 나타난 불연속면과 주응력 방향을 토대로 그림 4와 같이 터널 및 파일에 대한 주응력 방향 및 불연속면을 작도할 수 있다.

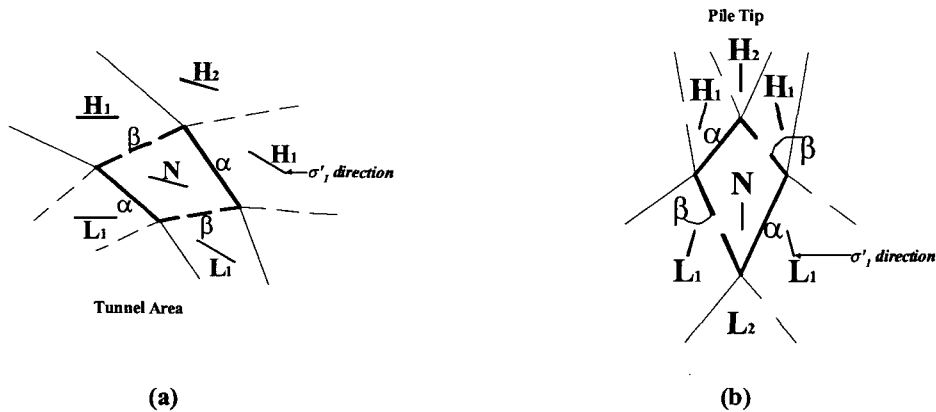


그림 4. 불연속면  $\alpha, \beta$ : (a) 터널의 경우; (b) 파일의 경우

전체적으로 완성된 파일 및 터널에 대한 각각의 응력장(stress field)은 그림 5와 같다.

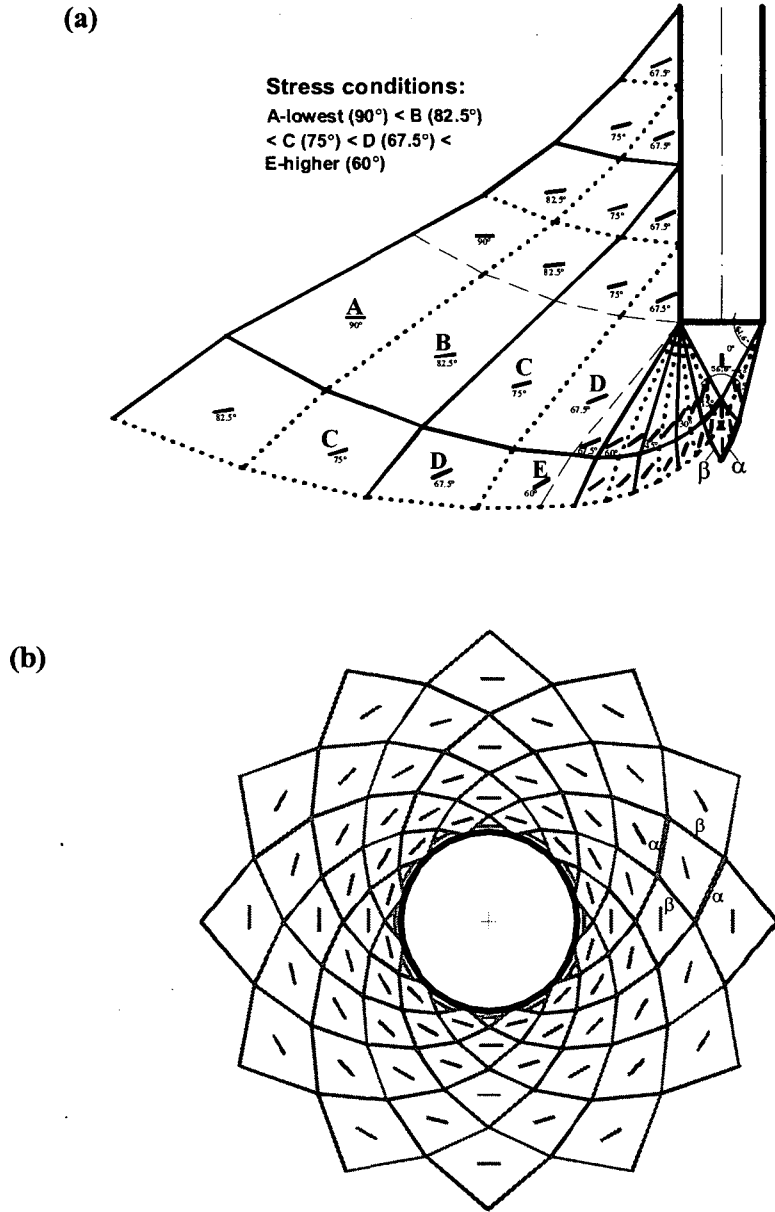


그림 5. 전체적인 응력장(stress field): (a) 파일의 경우; (b) 터널의 경우

파일-지반-터널에 대해서 하계해석법을 적용하려면 먼저 위의 그림 5(a)와 5(b)를 중첩시켜 일치가 되는 주응력 방향을 찾아야 한다. 여기서 파일의 하중은 아주 높은 드라이빙 힘이므로 터널의 주동과파괴를 유발한다는 점을 고려할 필요가 있다. 따라서 터널에 작용하는 최소압력을 간단히 구하기 위하여 흙의 자중은 무시하고 오로지 파일의 선단부에 집중되는 하중만 고려하기로 한다. 이러한 가정은 파일이 터널과 인접하고 있는 경우 타당하다. 그림 6은 파일 및 터널의 중심을 기준으로 중첩시킨 것이다.

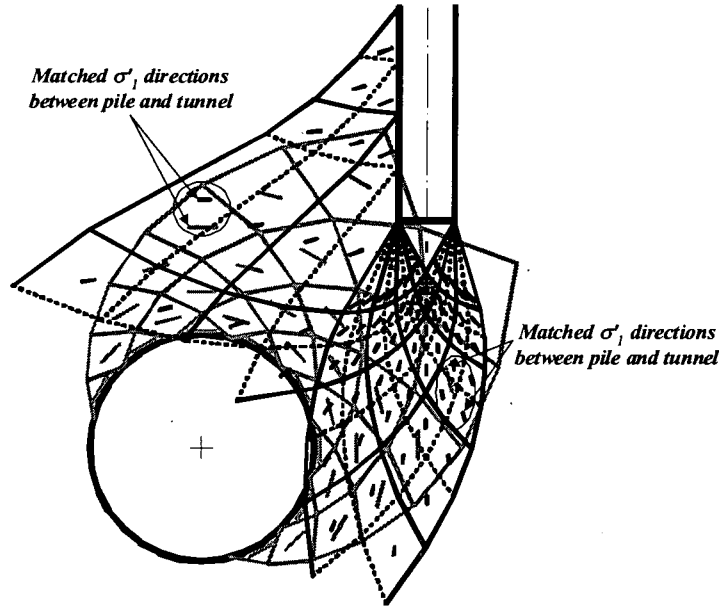


그림 6. 파일-흙-터널을 위해 중첩시킨 응력장(stress field)과 주응력 방향의 일치점

앞의 그림 2(c)에서 보는 바와 같이 수치적인 하계해석법에 접근하기 위해서는 상반 파괴메카니즘의  $C_{ab}$ 와 하반 파괴메카니즘의  $C_{dc}$ 가 매우 중요하다. 수치해석 및 모형실험 결과에서 보여 주듯이 전단 파괴밴드가 이 지점을 공통적으로 포함하기 때문이다. 그림 7에서 보듯이 터널의 거동이 파일 선단부에 작용하는 하중의 지배를 주로 받기 때문에 하반 파괴메카니즘에 상응하는 a에 대한 응력장 경로에 포함되는  $C_{dc}$ 가 매우 중요하다. 따라서 파일 선단부(D)의 작용하중에서  $C_{dc}$ 를 통한 터널 벽체(E)까지의 경로를 가지고 해석한다. 파일의 선단부(high stress zone,  $S'_0$ )에서 시작하여 터널 벽체(low stress zone,  $S'_n$ )까지의 응력비는 식 (5)와 같다. 각각의 주응력 방향에 대한 각도 변화  $15^\circ$ 에 대해 총 10의 각도 변화가 있음을 알 수 있다( $n=10$ ).

$$\frac{S'_0}{S'_n} = \exp^{2\Delta\theta \tan\phi'} \quad (5)$$

그리고 터널 벽체에 작용하는 최소압력( $P_0$  또는  $\sigma'_3$ )을 구하기 위해 식 (5)는 아래의 식 (6)과 같이 전환할 수 있다.

$$(\sigma'_3)_{n=10} = P_0 = \frac{\sigma'_{1(\text{파일})}}{K_p \exp^{2n\Delta\theta \tan\phi'}} \quad (6)$$

여기서,  $K_p$ 는 수동토압계수( $= \frac{1 + \sin\phi'}{1 - \sin\phi'}$ ).

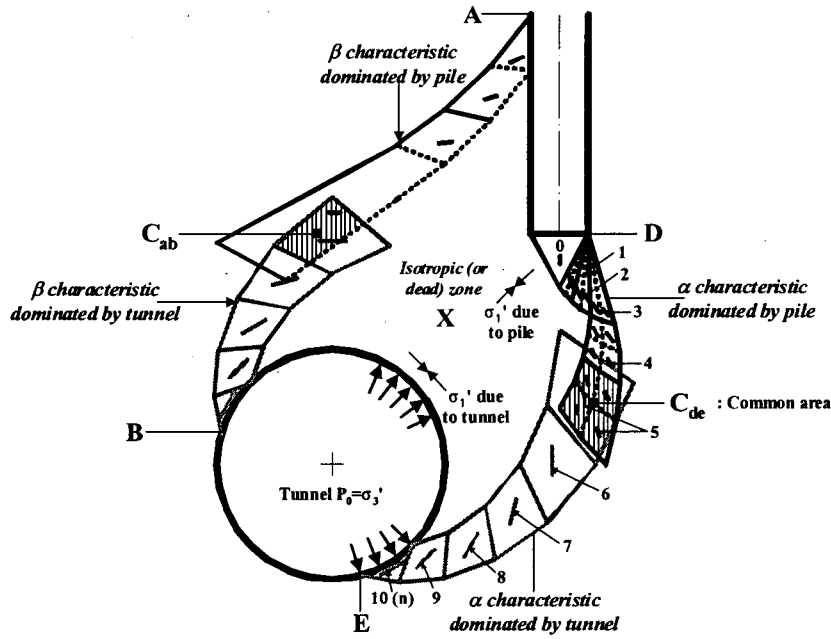


그림 7. 파일-흙-터널을 위한 하계해석법의 적용

#### 4. 상계해석법(upper bound)

상계해석법은 동적으로 가능한 파괴메카니즘(kinematically admissible failure mechanism)을 가정하여 가상 일(virtual work)의 원리를 만족하는 조건으로 해를 구하는 방식이다. 이러한 접근 방법은 Drescher & Detournay(1993)와 Davis & Selvadurai(2002)에 의해 입증되었다.

상계해석법에서 선택한 전단 파괴메카니즘이 하계해석법의 불연속면과 유사한 특성을 가지고 있을 때, 정해에 가까운 해를 얻을 수 있다(Lee, 2004). 그림 8(a)의 전단파괴메카니즘은 앞의 그림 2(c)와 매우 유사한 특징을 가진다. 즉  $\alpha$  및  $\beta$  불연속면이 잘 일치하고 있으며, 공통적으로 중립지역인 X를 포함하고 있다. 그림 8(b)의 변위 벡터(displacement vector) 그림에서 보듯이 변위 요소의 적합성을 만족시키는데 결정적인 역할을 하는 것을 알 수 있다.

상계해석법에 대해 계산한 내용은 부록을 참조하기 바란다. 계산 결과, 터널 벽체에 작용하는 최소 압력은 12.9kPa이다. 그림 9에서는 상계해석, 하계해석 및 수치해석 결과를 비교하였다. 수치해석에 대한 상세한 내용은 Lee(2004)를 참조하기 바란다. 수치해석에 있어서 선택된 한계상태의 지반요소(critical soil element)는 파일선단부의 하중과 터널굴착으로 인한 영향을 직접적으로 받는다고 할 수 있으며, 터널의 중심축에 위치한다. 터널굴착으로 인한 지반의 체적 손실( $V_L$ )이 증가할수록(터널이 파괴에 접근), 수치해석 결과는 상계해석법에서 얻은 12.9kPa에 수렴해 가는 것을 보여준다.



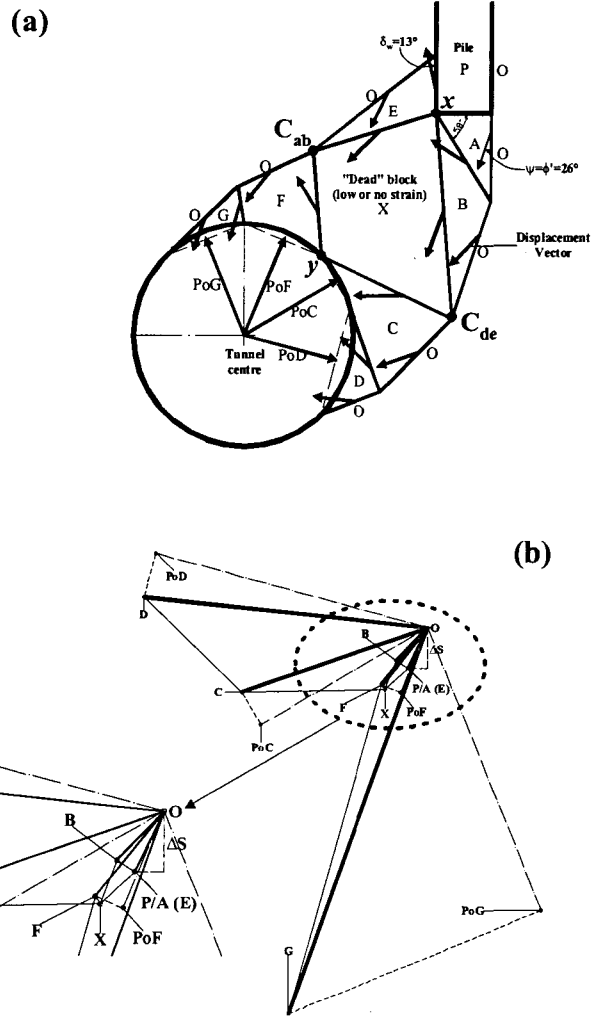


그림 8. 파일-흙-터널을 위한 상계해석법의 적용: (a) kinematically admissible upper bound mechanism; (b) correspondent displacement diagram

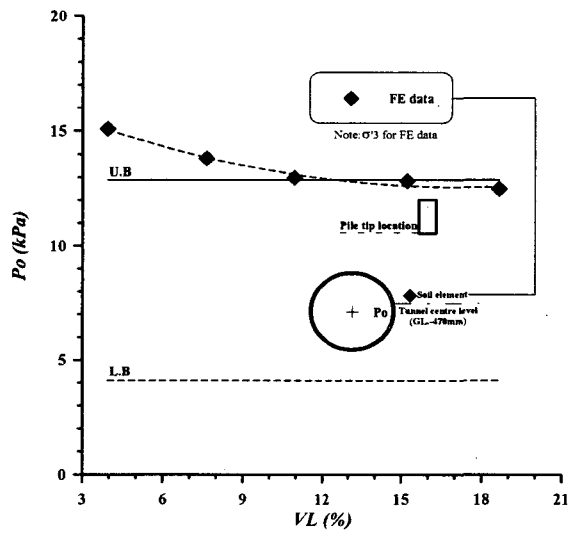


그림 9. 상·하계해석 결과 및 수치해석의 비교

## 5. 결론

파일-지반-터널의 상호거동은 매우 복잡한 경계치 문제(boundary value problem)라고 할 수 있다. 수치해석기술을 이용해 얻은 실내모형실험에 대한 흙의 변형형태와 변형률 데이터 그리고 수치해석 결과를 바탕으로 평형조건을 만족하는 응력장(stress field)으로부터 파일-지반-터널거동의 하계해석법(lower bound)을 제안하였고, 더불어 동적으로 가능한 전단 파괴메카니즘을 근간으로 하는 상계해석법(upper bound)을 제안하였다.

경계해석(bound solutions)을 위해 도입된 이상화된 전단 파괴메카니즘(shear failure mechanism)이 수치해석(FEA) 및 실내모형실험(laboratory model test)으로부터 얻은 결과와 잘 일치된 결과로부터 본 논문에서 제시된 상·하계해석법은 파일-지반-터널의 상호거동 문제를 해석하는데 있어서 적합한 방법으로 판단된다. 따라서 이러한 상·하계해석법은 실무에서 특히, 사질토 지반과 관련 파일에 인접하여 터널을 굴착할 경우 발생하는 파일-지반-터널의 상호거동 문제에 유용하게 적용될 수 있을 것이며, 수치해석을 검증하는데도 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 참고문헌

1. Chen, L. T., Poulos, H. G. & Loganathan, N. (1999). Pile responses caused by tunnelling, *J. Geotech. Geoenviron. Engng*, Vol. 125, No. 3, pp. 207-215.
2. Davis, R. O. & Selvadurai, A. P. S. (2002). *Plasticity and Geomechanics*, Cambridge University Press: UK
3. Drescher, A. & Detournay, E. (1993). Limit load in translational failure mechanisms for associative and non-associative materials, *Geotechnique*, Vol. 43, No. 3, pp. 443-456.
4. Lee, Y. J. (2004). *Tunnelling adjacent to a row of loaded piles*. PhD Thesis, University College London, University of London.
5. Mroueh, H. & Shahrou, I. (2002). Three dimensional finite element analysis of the interaction between tunnelling and pile foundation, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol. 26, pp. 217-230.

## 부록

상계해석법 계산 예

**(a) Work done ( $\Sigma(W \times \Delta S)$ ) by pile working load ( $P_w$ ) and soil self weight ( $\gamma$ )**  
 $P_w = 144 \text{ kN/m}^2$ ;  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ;  $L_{ref} = 0.75 \text{ m}$

| Block | Area<br>(mm <sup>2</sup> ) | Area<br>(m <sup>2</sup> ) | W<br>(kN) | $\Delta S$<br>(mm) | $\Delta S$<br>(m) | W x $\Delta S$<br>(kN-m)               |
|-------|----------------------------|---------------------------|-----------|--------------------|-------------------|--|
| Pw    | 1875                       | 0.001875                  | 0.27      | 50                 | 0.0500            | 0.0135000                              |
| A     | 500.105                    | 0.000500105               | 0.007502  | 50                 | 0.0500            | 0.0000375                              |
| B     | 1001.8794                  | 0.001001879               | 0.0015028 | 40.69              | 0.0407            | 0.0000611                              |
| C     | 1256.2179                  | 0.001256218               | 0.0018843 | 79.97              | 0.0800            | 0.0001507                              |
| D     | 361.50658                  | 0.000361507               | 0.0005423 | -37.1563           | -0.0372           | -0.0000201                             |
| X     | 4029.5732                  | 0.004029573               | 0.0060444 | 76.84              | 0.0768            | 0.0004644                              |
| E     | 746.70668                  | 0.000746707               | 0.0011201 | 50                 | 0.0500            | 0.0000560                              |
| F     | 1022.8358                  | 0.001022836               | 0.0015343 | 70.42              | 0.0704            | 0.0001080                              |
| G     | 220.4671                   | 0.000220467               | 0.0003307 | 476.9539           | 0.4770            | 0.0001577                              |
|       |                            |                           |           |                    |                   | $\Sigma W \times \Delta S =$ 0.0145154 |

Note:  $W = P_w \times \text{Area}$ ;  $W = \gamma \times \text{Area}$ ;  $\Delta S = \text{displacement}$

**(b) Sum of tunnel pressure ( $\Sigma P_0$ )**

| Po<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | L <sub>T</sub><br>(mm) | L <sub>T</sub><br>(m) | L <sub>T</sub> x L <sub>ref</sub><br>(mm <sup>2</sup> ) | $\Delta S$<br>(mm) | $\Delta S$<br>(m) | L <sub>T</sub> x L <sub>ref</sub> x $\Delta S$<br>(mm <sup>3</sup> ) |
|----------------------------|------------------------|-----------------------|---|--------------------|-------------------|--|
| PoC                        | 25.8819                | 0.0258819             | 0.0019411   | 120.55             | 0.1206            | 0.000234   |
| PoD                        | 50                     | 0.05                  | 0.00375   | -90.8687           | -0.0909           | -0.0003408   |
| PoF                        | 38.2683                | 0.0382683             | 0.0028701   | 80.0432            | 0.0800            | 0.0002297  |
| PoG                        | 38.2683                | 0.0382683             | 0.0028701   | 349.7276           | 0.3497            | 0.0010038  |
|                            |                        |                       |   |                    |                   | $\Sigma P_0 =$ 0.0011267 Po  |

Note: L<sub>T</sub> = tunnel wall length (m)

**(c) UB solution for A+2**  
 $\Sigma W \times \Delta S = \Sigma P_0$   
 $P_0 = 1.883 \text{ KPa}$